



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.













THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY

ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
R 1915 L

Oldenbourgs

Technische Handbibliothek.

Band IV:

Vianello, Luigi, Der Eisenbau, ein Handbuch für
den Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur.



München und Berlin.

Druck und Verlag von R. Oldenbourg.

1905.

Der Eisenbau.

Ein Handbuch

für den

Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur

von

Luigi Vianello.

Mit einem Anhang

Zusammenstellung aller von deutschen Walzwerken
hergestellten I- und C-Eisen. Von EDUARD STAV SCHMPFF

Mit 413 Abbildungen



München und Berlin.
Druck und Verlag von R. Oldenbourg
1905.

Oldenbourgs

Technische Handbibliothek.

Band IV:

Vianello, Luigi, Der Eisenbau, ein Handbuch für
den Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur.



München und Berlin.
Druck und Verlag von R. Oldenbourg.
1905.

Der Eisenbau.

Ein Handbuch

für den

Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur

von

Luigi Vianello.

Mit einem Anhang

Zusammenstellung aller von deutschen Walzwerken
hergestellten I- und C-Eisen. Von GUSTAV SCHIMPF.

Mit 413 Abbildungen



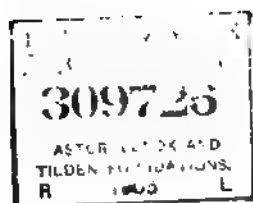
Verlag von
R. Oldenbourg
in München und Berlin.

München und Berlin.

Druck und Verlag von R. Oldenbourg

1905.

113



WMO: W33
OLUP
V9:961

Vorwort.

Dem Eisenkonstrukteur stehen heutzutage bei seiner Arbeit vorzügliche Werke als Hilfsmittel zur Verfügung, die Errungenschaften der modernen Theorie und zahlreiche veröffentlichte Beispiele setzen ihn in den Stand, nach eingehendem Studium manche schwierige Aufgabe zu lösen. Beim Entwerfen muß man aber alles so rasch wie möglich erledigen; man muß ein übersichtliches Verfahren für die Behandlung der Aufgabe, einfache Formeln und praktische Winke zur Feststellung der Einzelheiten zur Hand haben. Ein nach solchen Gesichtspunkten bearbeitetes Buch, welches das in sich vereinigt, was nur in einer Reihe einschlagiger Werke zu finden ist, fehlte jedoch bisher in der Literatur.

Ich habe nun versucht, diese Lücke auszufüllen. Gestützt auf langjährige Erfahrung und wissenschaftliche Tätigkeit auf den hier in Frage kommenden Gebieten, habe ich es unternommen, ein möglichst vollständiges, dabei kurzgefaßtes Werk zu schaffen. Ich mache gewiss keinen Anspruch darauf, alle Fragen beantwortet zu haben, die an den Konstrukteur herantreten, mit Rücksicht auf den Umfang des Buches war es von selbst geboten, das fortzulassen, worüber sich der Techniker nach einiger Überlegung selbst ein Urteil bilden kann. Bestimmte Kenntnisse mußte ich bei dem Leser voraussetzen, und, was nicht weniger wichtig ist, auch einen gewissen praktischen Sinn, der ihn in die Lage setzt, die Angaben des Buches dem jeweiligen Fall anzupassen. Wenn ich trotzdem einige elementare Be-

griffe und grundlegende Sätze mit aufgenommen habe, so glaube ich, mich dadurch nicht in einen Gegensatz zu dem oben Gesagten gebracht zu haben; man weiß ja aus eigener Erfahrung, wie oft auch der tüchtigste Ingenieur in Verlegenheit gerät, wenn er auf die Prinzipien der Theorie zurückgreifen muß, um über neue Fälle ins klare zu kommen. Das Entwerfen räumlicher Fachwerke bietet hier ein typisches Beispiel.

Das Buch ist nicht für den Unterricht, sondern für den praktischen Gebrauch bestimmt, demgemäß enthält es von der Theorie nur so viel, als zum Verständnis der allgemeinen Verfahren und zur Verwendung in neuen Fällen notwendig ist. Es sind aber meist Winke mit angegeben, wie die Richtigkeit der verschiedenen Formeln oder Konstruktionen streng nachzuweisen ist. Von der höheren Mathematik ist grundsätzlich kein Gebrauch gemacht worden. — Eine verhältnismäßig große Anzahl numerischer Beispiele wird zum Verständnis der schwierigeren Fälle wesentlich beitragen.

Die Kapitel über Mauerwerk und Erddruck gehören eigentlich nicht zum Eisenbau, trotzdem sind sie für den Konstrukteur nicht zu entbehren, wenn er, wie gewöhnlich, Entwürfe ganzer Bauwerke mit ihren Fundamenten und sogar mit angeschlossenen gemauerten Bogen ausarbeiten muß.

Hauptsächlich in den drei letzten Abschnitten des Buches, jedoch auch in den vorhergehenden, wird der Leser manche Angaben finden, die ihm beim Entwerfen willkommen sein werden, und die schwer oder gar nicht anderswo zu finden sind. Ich möchte ihm aber empfehlen sich mit dem ganzen Buch vertraut zu machen, das nicht große Opfer an Zeit wird sich reichlich lohnen, auch wird er vielleicht dadurch auf neue Gedanken geführt werden, die ihm in der Ausübung seines Berufes von Nutzen sein können.

Von einer vollständigen Angabe der Quellen habe ich abgesehen. Ich konnte dies um so eher, als der

Inhalt des Werkes teils aus den Kenntnissen zusammen gesetzt ist, die sich ein jeder in seinem Bildungsgang erwirbt, teils aus meinen eigenen Erfahrungen und Untersuchungen geschöpft ist.

Zum Schluss möchte ich mir noch eine Bemerkung gestatten. Der Leser wird nicht selten geneigt sein, das eine oder andere als überflüssig zu verurteilen, er wolle sich dabei vergegenwärtigen, daß das, was dem einen nutzlos erscheint, einem anderen willkommen sein kann, und nur deshalb in dem Buch Aufnahme gefunden hat, weil es sich in manchem praktischen Falle als nützlich erwies.

Indem ich der Hoffnung Ausdruck gebe, den Kollegen ein wirklich brauchbares Hilfsmittel zu bieten, bitte ich um deren wohlwollende Beurteilung meiner Arbeit. Alle Winke zur Vervollständigung und Verbesserung des Buches werde ich mit Dank entgegen nehmen und bei event. späteren Auflagen gern berücksichtigen, jede sachliche Kritik wird von mir willkommen geheißen werden.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Herrn Rudolf Schulz für seine Hilfeleistung die verdiente Anerkennung auszusprechen.

Berlin, im November 1904

Luigi Vianello.





III. ABSCHNITT

STATIK.

17	Grundlagen	55
18	Momente ebener Gebilde	63
19	Festigkeitslehre	
	I. Allgemeines	65
	II Zugfestigkeit	67
	III Druckfestigkeit	68
	IV. Schubfestigkeit .	68
	V Drehungsfestigkeit	69
	VI Biegungsfestigkeit	72
	VII Zusammengesetzte Beanspruchung	74
	VIII Knickfestigkeit	81
20	Grundsätze der geometrischen Bewegungslehre	91
21	Definition und Erklärung der Einfluslinien	93
22	Prinzip der Arbeit	95
23	Einfluslinien für den einfachen Balken	96
24	Der einfache Balken	99
25	Häufig vorkommende Belastungsfälle	106
26	Der vollwandige Träger	110
27	Der vollwandige Träger mit nicht parallelen Gur- tungen	118
28	Der Gerbersche Träger	120
29	Der stabförmige Dreigelenkbogen	126

IV. ABSCHNITT

STATISCH BESTIMMTE EBENE FACHWERKE.

30	Die Kennzeichen statisch bestimmter einfacher Träger	138
31.	Ungünstigste Belastungen für einfache Fachwerk- träger	140
32	Ermittlung der Stabkräfte	
	I Rechnerisches Verfahren	141
	II Das Culmannsche Verfahren	145
	III Cremona-Kräftepläne	146
33	Einfluslinien für den einfachen Gitterträger	148
34	Der Parallelträger	154
35	Der Parabelträger	167
36	Der Halbparabelträger	161

Inhaltsverzeichnis.

XI

	Seite
37 Der Schwedlerträger	161
38 Der Dreiecksträger	164
39 Der Gerber'sche Fachwerkträger	171
40 Der Fachwerkbogen mit drei Gelenken	179
41 Der Träger mit halben Diagonalen	184
42 Vielfache Systeme	189
I. Weitmächtige Systeme	190
II. Engmächtige Systeme	199
III. Statisch unbestimmte Systeme	203
43 Zwischensysteme	204
44 Fachwerke mit unvollständiger Gliederung	204

V. ABSCHNITT

RÄUMLICHE FACHWERKE.

45 Allgemeines	211
46 Ermittlung der Stabkräfte	214
47 Die Schwedler'sche Kuppel	218
48 Führungsgerüste für Gasbehälter	228
49 Gerüstpfiler	231
50 Der dreikantige Träger	233
51 Der dreiwandige Träger	236
52 Der vierkantige Träger	238

VI. ABSCHNITT

STATISCH UNBESTIMMTE SYSTEME.

53. Allgemeines	240
54 Der Satz von der Gegen-eitigkeit der Formänderungen	241
55 Allgemeine Behandlung statisch unbestimmter Systeme	241
56 Formänderung stabförmiger Körper	247
57 Formänderung ebener Fachwerke	
I Williot-Verschiebungspläne	257
II Rechnerische Ermittlung der Formänderung	262
58 Einflußlinien statisch unbestimmter Systeme	273
59 Formänderung stabförmiger Körper in einfachen Belastungsfällen	276

XII

Inhaltsverzeichnis.

60	Eingespannte Träger	282
I	Der einseitig eingespannte Träger	282
II	Der beiderseits eingespannte Träger	283
61.	Portale	
I.	Das zweigelenkige Portal	284
II	Das Doppelportal	285
III	Das Portal mit Diagonalen und biegungsfesten Füßen	287
IV.	Schlanke Portale auf zwei Gelenken gestützt	289
V	Das Bogenportal	291
VI	Das eingespannte Portal	293
VII	Das geschlossene Brückenportal	296
VIII	Das Brückenportal mit Fachwerkriegeln	297
62	Armierte Balken	
I.	Der einfach armierte Balken	299
II	Der doppeltarmierte Balken	300
III	Der dreifach armierte Balken	303
63	Träger mit Kreuzdiagonalen	305
64	Der durchgehende Träger	311
I.	Der Träger auf drei Stützen	312
II	Der Träger auf vier Stützen	322
III.	Der Träger auf beliebig vielen Stützen	329
IV.	Der Träger mit unendlich vielen gleichen Feldern	356
65.	Der Zweigelenkbogen	360
I.	Der stabförmige Bogen	360
II	Der Fachwerkbogen	367
III	Der Bogen mit überhöhtem Zugband	375
IV	Praktische Angaben	376
66.	Der Bogenträger ohne Gelenke.	
I	Flacher stabförmiger Bogen	378
II.	Allgemeine Behandlung	382
III	Praktische Angaben	391
67.	Hallendachbinder	392
68	Giebelwände	399
69	Zusammengesetzte Systeme	402

VII. ABSCHNITT MAUERWERK.

70	Biegezugfestigkeit unter Ausschluss von Zugspannungen	407
71	Berechnung von Fundamenten	412
72	Tonnengewölbe	414
73.	Widerlager und Pfeiler	421
74	Ermittlung des Erddruckes	424
75	Berechnung von Stützmauern	428

VIII. ABSCHNITT TECHNISCHE AUFGABEN.

76	Knicksicherheit offener Brücken	432
77	Vergitterte Stäbe	434
78.	Stetig gekrümmte Gurtungen	439
79	Scharf gekrümmte Körper	440
80	Plattenförmige Körper	441
81	Unsymmetrische Querschnitte	445
82	Exzentrische Anschlüsse	447
83	Krüpfungen und Futterungen	450
84	Nietverbindungen	451
85.	Über Nietabzüge	455
86.	Deckung der Stößen	457
87	Bindung von Ecken und Säulenfasen	460
88.	Verankerungen	465
89	Gelenke	467
90	Lager	476
91.	Berechnung von Durchbiegungen	489
92	Überhöhung der Brücken	491
93	Betonkonstruktionen	492
94	Eisenbeton	495

IX. ABSCHNITT PRAKTIISCHE ANGABEN.

95	Zulässige Inanspruchnahme des Materials	501
96.	Eisenbahnbrücken	
	I. Belastungsangaben	509
	II. Eigengewicht	512
	III. Die Fahrbahn	520
	IV. Die Konstruktionshöhe	529

97	Straßenbrücken	537
	I Belastungsangaben	532
	II. Eigengewicht	534
	III Die Fahrbahn	536
	IV Die Konstruktionshöhe	539
98	Die Fußwege der Brücken	540
99	Wahl des Hauptsystems für Brücken	542
100	Wahl des Systems für Dächer	550
101	Linienführung der Gurtungen	556
102	Windverbände	557
103.	Allgemeine Regeln für statische Berechnungen	561
104	Dimensionierung	563
105	Gewichtsberechnungen	568
106	Bombierte Wellblechdächer	572
107	Treppen	573
108	Montagerüste	576
109	Zum Entwurf einer Eisenbahnbrücke	577
110	" " Straßenbrücke	586
111	" " eines Daches	589
112	" " Werkstattgebäudes	593

X. ABSCHNITT

TABELLEN.

Anmerkungen	600
1 Längenausdehnung verschiedener Körper	601
2 Spezifische Gewichte	602
3 Knickseherheit	603
4 Netztabelle	604
5 Gewichte von Quadrat und Rundeisen	605
6 Schraubentabelle nach Whitworth	606
7 Normalschrauben für die preussischen Staatsbahnen	608
8 Gewichte von Fachereisen	610
9 Wurzelmaße für gleichschenklige Winkelereisen	611
10 Gleichschenklige Winkelereisen	612
11 Normale ungleichschenklige Winkelereisen	614
12 \square Eisen	616
13 Wurzelmaße für \square Eisen	618
14 Wurzelmaße für Γ Eisen	619
15 Normale Γ Eisen	620

Inhaltsverzeichnis.

XV

	Seite
16. Normale \sqsubset -Eisen . .	622
17. Wurzelmaße für \sqsubset -Eisen	622
18. Normale T-Eisen .	623
19. Wurzelmaße für T-Eisen	624
20. Handleisten-Eisen	625
21. Quadranteisen . . .	626
22. Wurzelmaße für Quadranteisen	626
23. Belag-Eisen (Zorès-Eisen)	627
24. Ungleichschenklige Winkeleisen für Schiffbauszwecke	628
25. Breitflächige I-Eisen (Grey-Träger)	630
26. Wellbleche	631
27. Wellbleche von Hein, Lehmann & Co. .	632
28. Wellbleche der Tillmannschen Eisenbau-A.-G.	633

ANHANG.

Verzeichnis aller in Deutschland gewalzten I- und \sqsubset -Eisen	635
--	-----

I. ABSCHNITT

MATHEMATIK.

Tabelle der

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	1 0000	0201	0404	0609	0816	1 1025	1286	1449	1664	1881	10
11	2100	2321	2544	2769	2996	3225	3456	3689	3924	4161	11
12	4400	4641	4884	5129	5376	5625	5876	6129	6384	6641	12
13	6900	7161	7424	7689	7956	8225	8496	8769	9044	9321	13
14	9600	9881	*0164	*0449	*0736	2 1025	1216	1609	1904	2201	14
15	2 2500	2801	3104	3409	3716	4025	4336	4649	4964	5281	15
16	5600	5921	6244	6569	6896	7225	7556	7889	8224	8561	16
17	8900	9241	9584	9929	*0276	3 0625	0976	1329	1684	2041	17
18	3 2400	2761	3124	3489	3856	4225	4596	4969	5344	5721	18
19	6100	6481	6864	7249	7636	8025	8416	8809	9204	9601	19
20	4 0000	0401	0804	1209	1616	4 2025	2436	2849	3264	3681	20
21	4100	4521	4944	5369	5796	6225	6656	7089	7524	7961	21
22	8400	8841	9284	9729	*0176	5 0625	1076	1629	1984	2441	22
23	5 2900	3361	3824	4289	4756	5225	5696	6169	6644	7121	23
24	7600	8081	8564	9049	9536	6 0025	0316	1009	1504	2001	24
25	6 2500	3901	3504	4009	4516	5025	5536	6049	6564	7081	25
26	7600	8121	8644	9169	9696	7 0225	0756	1289	1824	2361	26
27	7 2900	3441	3984	4529	5076	5625	6176	6729	7284	7841	27
28	8400	8961	9524	*0089	*0656	8 1225	1796	2369	2944	3521	28
29	8 4100	4681	5264	5849	6436	7025	7616	8209	8804	9401	29
30	9 0000	0601	1204	1809	2416	9 8025	8636	9249	9864	10481	30
31	6100	6721	7344	7969	8596	9225	9856	*0489	*1124	*1761	31
32	10 2400	3041	3684	4329	4976	10 4625	0276	6929	7584	8241	32
33	8900	9561	*0224	*0889	*1556	11 2225	2896	3569	4244	4921	33
34	11 5600	6281	6964	7649	8336	12 0025	9716	*0409	*1104	*1801	34
35	12 2500	3201	3904	4609	5316	12 6025	0736	7449	8164	8881	35
36	9600	*0321	*1044	*1769	*2496	13 3225	3956	4689	5424	6161	36
37	13 6900	7641	8384	9129	9876	14 0625	1376	2129	2884	3641	37
38	14 4400	5161	5924	6689	7456	14 8225	8996	9769	*0544	*1321	38
39	15 2100	2881	3664	4449	5236	15 6025	6816	7609	8404	9201	39
40	16 0000	0801	1604	2409	3216	16 4025	4836	5649	6464	7281	40
41	8100	8921	9744	*0569	*1396	17 2225	3056	3889	4724	5561	41
42	17 0400	7241	8084	8929	9776	18 0625	1476	2329	3184	4041	42
43	18 4900	5761	6624	7489	8356	18 9225	*0096	*0969	*1844	*2721	43
44	19 3600	1481	2364	3249	4136	19 8025	8916	9809	*0704	*1601	44
45	20 2500	2401	3304	4209	5116	20 7025	7936	8849	9764	*0641	45
46	21 1600	2521	3444	4369	5296	21 6225	7156	8089	9024	9961	46
47	22 0900	3541	2781	3729	4676	22 5625	6576	7529	8484	9441	47
48	23 0400	3661	2324	3289	4256	23 5225	6196	7169	8144	9121	48
49	24 0100	1081	2064	3049	4036	24 5025	6016	7009	8004	9001	49
50	25 0000	1001	2004	3009	4016	25 5025	6036	7049	8064	9081	50
51	26 0100	1121	2144	3169	4196	26 5225	6256	7289	8324	9361	51
52	27 0400	1441	2484	3529	4576	27 5625	6676	7729	8784	9841	52
53	28 0900	1961	3024	4089	5156	28 6225	7296	8369	9444	*0521	53
54	29 1600	2681	3764	4849	5936	29 7025	8116	9209	*0394	*1401	54
55	30 2500	3601	4704	5809	6916	30 8025	9136	*0249	*1364	*2481	55

Quadrat.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
2	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121
3	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
4	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169
5	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196
6	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
7	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256
8	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289
9	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324
10	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
11	121	144	169	196	225	256	289	324	361	396
12	144	169	196	225	256	289	324	361	396	436
13	169	196	225	256	289	324	361	396	436	479
14	196	225	256	289	324	361	396	436	479	524
15	225	256	289	324	361	396	436	479	524	571
16	256	289	324	361	396	436	479	524	571	620
17	289	324	361	396	436	479	524	571	620	671
18	324	361	396	436	479	524	571	620	671	724
19	361	396	436	479	524	571	620	671	724	779
20	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
21	441	484	529	576	625	676	729	784	841	896
22	484	529	576	625	676	729	784	841	896	953
23	529	576	625	676	729	784	841	896	953	1012
24	576	625	676	729	784	841	896	953	1012	1073
25	625	676	729	784	841	896	953	1012	1073	1136
26	676	729	784	841	896	953	1012	1073	1136	1201
27	729	784	841	896	953	1012	1073	1136	1201	1268
28	784	841	896	953	1012	1073	1136	1201	1268	1337
29	841	896	953	1012	1073	1136	1201	1268	1337	1408
30	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
31	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1596
32	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1596	1673
33	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1596	1673	1752
34	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1596	1673	1752	1833
35	1225	1296	1369	1444	1521	1596	1673	1752	1833	1916
36	1296	1369	1444	1521	1596	1673	1752	1833	1916	2001
37	1369	1444	1521	1596	1673	1752	1833	1916	2001	2088
38	1444	1521	1596	1673	1752	1833	1916	2001	2088	2177
39	1521	1596	1673	1752	1833	1916	2001	2088	2177	2268
40	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
41	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401	2496
42	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401	2496	2593
43	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401	2496	2593	2692
44	1936	2025	2116	2209	2304	2401	2496	2593	2692	2793
45	2025	2116	2209	2304	2401	2496	2593	2692	2793	2896
46	2116	2209	2304	2401	2496	2593	2692	2793	2896	2999
47	2209	2304	2401	2496	2593	2692	2793	2896	2999	3104
48	2304	2401	2496	2593	2692	2793	2896	2999	3104	3211
49	2401	2496	2593	2692	2793	2896	2999	3104	3211	3320
50	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
51	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481	3596
52	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481	3596	3713
53	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481	3596	3713	3832
54	2916	3025	3136	3249	3364	3481	3596	3713	3832	3953
55	3025	3136	3249	3364	3481	3596	3713	3832	3953	4076
56	3136	3249	3364	3481	3596	3713	3832	3953	4076	4201
57	3249	3364	3481	3596	3713	3832	3953	4076	4201	4328
58	3364	3481	3596	3713	3832	3953	4076	4201	4328	4457
59	3481	3596	3713	3832	3953	4076	4201	4328	4457	4588
60	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
61	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761	4896
62	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761	4896	5033
63	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761	4896	5033	5172
64	4096	4225	4356	4489	4624	4761	4896	5033	5172	5313
65	4225	4356	4489	4624	4761	4896	5033	5172	5313	5456
66	4356	4489	4624	4761	4896	5033	5172	5313	5456	5601
67	4489	4624	4761	4896	5033	5172	5313	5456	5601	5748
68	4624	4761	4896	5033	5172	5313	5456	5601	5748	5897
69	4761	4896	5033	5172	5313	5456	5601	5748	5897	6048
70	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
71	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241	6396
72	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241	6396	6553
73	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241	6396	6553	6712
74	5476	5625	5776	5929	6084	6241	6396	6553	6712	6873
75	5625	5776	5929	6084	6241	6396	6553	6712	6873	7036
76	5776	5929	6084	6241	6396	6553	6712	6873	7036	7201
77	5929	6084	6241	6396	6553	6712	6873	7036	7201	7368
78	6084	6241	6396	6553	6712	6873	7036	7201	7368	7537
79	6241	6396	6553	6712	6873	7036	7201	7368	7537	7708
80	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
81	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921	8096
82	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921	8096	8273
83	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921	8096	8273	8452
84	7056	7225	7396	7569	7744	7921	8096	8273	8452	8633
85	7225	7396	7569	7744	7921	8096	8273	8452	8633	8816
86	7396	7569	7744	7921	8096	8273	8452	8633	8816	8999
87	7569	7744	7921	8096	8273	8452	8633	8816	8999	9184
88	7744	7921	8096	8273	8452	8633	8816	8999	9184	9371
89	7921	8096	8273	8452	8633	8816	8999	9184	9371	9560
90	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
91	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801	9996
92	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801	9996	10193
93	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801	9996	10193	10392
94	8836	9025	9216	9409	9604	9801	9996	10193	10392	10593
95	9025	9216	9409	9604	9801	9996	10193	10392	10593	10796
96	9216	9409	9604	9801	9996	10193	10392	10593	10796	11001
97	9409	9604	9801	9996	10193	10392	10593	10796	11001	11208
98	9604	9801	9996	10193	10392	10593	10796	11001	11208	11417
99	9801	9996	10193	10392	10593	10796	11001	11208	11417	11628

I Abschnitt Mathematik

Tabelle der 3ten Potenzen, Wurzeln.

n	n^3	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	1	1.000	1.000	3.142	9.7854
2	8	1.112	1.216	6.183	3.1416
	27	1.350	1.440	7.423	7.423
4	64	2.000	1.871	12.666	12.666
	125	2.466	1.714	17.714	17.714
	216	2.846	1.817	18.550	18.550
	343	3.240	1.912	21.691	21.691
8	512	3.659	2.049	25.193	25.193
	729	4.000	2.061	26.274	26.274
9	1.000	4.167	2.144	31.414	31.414
11	1.331	4.396	2.269	36.568	36.568
12	1.728	4.608	2.384	37.797	37.797
	2.197	4.763	2.514	40.811	40.811
14	2.744	4.933	2.621	43.682	43.682
15	3.375	5.063	2.662	47.124	47.124
16	4.096	5.200	2.688	48.265	48.265
17	4.913	5.351	2.711	52.407	52.407
18	5.832	5.429	2.728	56.49	56.49
19	6.859	5.539	2.738	59.626	59.626
20	8.000	5.678	2.744	62.832	62.832
21	9.261	5.828	2.752	67.973	67.973
22	10.648	6.000	2.820	70.11	70.11
23	12.167	6.068	2.837	72.257	72.257
24	13.824	6.260	2.885	75.396	75.396
25	15.625	6.349	2.911	77.561	77.561
26	17.576	6.448	2.929	81.683	81.683
27	19.683	6.557	2.949	84.823	84.823
28	21.848	6.666	2.969	87.985	87.985
29	24.389	6.775	2.989	91.166	91.166
30	27.000	6.884	3.012	94.248	94.248
31	29.791	6.993	3.144	97.329	97.329
32	32.768	7.102	3.144	100.4	100.4
33	35.937	7.211	3.207	103.67	103.67
34	39.304	7.320	3.266	106.91	106.91
35	42.875	7.429	3.311	110.96	110.96
36	46.656	7.538	3.357	114.17	114.17
37	50.653	7.647	3.392	117.24	117.24
38	54.872	7.756	3.427	119.58	119.58
39	59.313	7.865	3.462	122.72	122.72
40	64.000	7.974	3.498	125.66	125.66
41	68.921	8.083	3.492	128.57	128.57
42	74.088	8.192	3.527	131.45	131.45
43	79.507	8.301	3.563	134.26	134.26
44	85.184	8.410	3.599	137.25	137.25
45	91.125	8.519	3.635	140.37	140.37
46	97.336	8.628	3.671	143.4	143.4
47	103.817	8.737	3.707	146.45	146.45
48	110.640	8.846	3.743	149.5	149.5
49	117.849	8.955	3.779	152.5	152.5

Kreismfänge und Kreisflächen.

n	n^2	$\frac{1}{2}n$	$\frac{1}{2}n$	πn	πn^2
1	1	0,5	0,5	3,1416	3,1416
2	4	1	1	6,2832	12,5664
3	9	1,5	2,25	9,4248	28,2744
4	16	2	4	12,5664	50,2656
5	25	2,5	6,25	15,7080	78,5399
6	36	3	9	18,8496	113,0976
7	49	3,5	12,25	21,9912	153,9381
8	64	4	16	25,1328	200,96
9	81	4,5	20,25	28,2744	254,4696
10	100	5	25	31,4159	314,1593
11	121	5,5	30,25	34,5575	380,1327
12	144	6	36	37,6991	452,3893
13	169	6,5	42,25	40,8407	530,7361
14	196	7	49	43,9823	615,7504
15	225	7,5	56,25	47,1239	707,3581
16	256	8	64	50,2656	805,2106
17	289	8,5	72,25	53,4072	909,3081
18	324	9	81	56,5488	1019,5536
19	361	9,5	90,25	59,6904	1136,0481
20	400	10	100	62,8320	1259,6832
21	441	10,5	110,25	65,9736	1390,3581
22	484	11	121	69,1152	1528,2624
23	529	11,5	132,25	72,2568	1673,3969
24	576	12	144	75,3984	1825,7504
25	625	12,5	156,25	78,5399	1985,3325
26	676	13	169	81,6815	2152,2256
27	729	13,5	182,25	84,8231	2326,4301
28	784	14	196	87,9647	2507,9456
29	841	14,5	210,25	91,1063	2696,7721
30	900	15	225	94,2479	2892,9136
31	961	15,5	240,25	97,3895	3097,3701
32	1024	16	256	100,5311	3309,1426
33	1089	16,5	272,25	103,6727	3528,2301
34	1156	17	289	106,8143	3754,6436
35	1225	17,5	306,25	109,9559	3988,3831
36	1296	18	324	113,0975	4229,4576
37	1369	18,5	342,25	116,2391	4477,8671
38	1444	19	361	119,3807	4733,6116
39	1521	19,5	381,25	122,5223	4996,6911
40	1600	20	400	125,6639	5267,1056
41	1681	20,5	421,25	128,8055	5544,8551
42	1764	21	441	131,9471	5829,9396
43	1849	21,5	462,25	135,0887	6122,3591
44	1936	22	484	138,2303	6422,1136
45	2025	22,5	506,25	141,3719	6729,2031
46	2116	23	529	144,5135	7043,6276
47	2209	23,5	552,25	147,6551	7365,3871
48	2304	24	576	150,7967	7694,4816
49	2401	24,5	601,25	153,9383	8030,9111
50	2500	25	625	157,0799	8374,6756
51	2601	25,5	650,25	160,2215	8725,6751
52	2704	26	676	163,3631	9083,9096
53	2809	26,5	703,25	166,5047	9449,3791
54	2916	27	729	169,6463	9822,0836
55	3025	27,5	756,25	172,7879	10202,0231
56	3136	28	784	175,9295	10589,1976
57	3249	28,5	812,25	179,0711	11083,6071
58	3364	29	841	182,2127	11585,3516
59	3481	29,5	871,25	185,3543	12094,4411
60	3600	30	900	188,4959	12610,8756
61	3721	30,5	931,25	191,6375	13134,6551
62	3844	31	961	194,7791	13665,7796
63	3969	31,5	992,25	197,9207	14204,2491
64	4096	32	1024	201,0623	14750,0736
65	4225	32,5	1056,25	204,2039	15303,2531
66	4356	33	1089	207,3455	15863,7876
67	4489	33,5	1122,25	210,4871	16431,6771
68	4624	34	1156	213,6287	17006,9216
69	4761	34,5	1191,25	216,7703	17589,5211
70	4900	35	1225	219,9119	18179,4756
71	5041	35,5	1261,25	223,0535	18776,7851
72	5184	36	1296	226,1951	19381,3496
73	5329	36,5	1332,25	229,3367	19993,1691
74	5476	37	1369	232,4783	20612,2436
75	5625	37,5	1406,25	235,6199	21238,5731
76	5776	38	1444	238,7615	21872,0576
77	5929	38,5	1483,25	241,9031	22512,6971
78	6084	39	1521	245,0447	23160,4916
79	6241	39,5	1561,25	248,1863	23815,4411
80	6400	40	1600	251,3279	24477,5456
81	6561	40,5	1641,25	254,4695	25146,8051
82	6724	41	1681	257,6111	25823,2196
83	6889	41,5	1723,25	260,7527	26506,7891
84	7056	42	1764	263,8943	27197,5136
85	7225	42,5	1806,25	267,0359	27895,3931
86	7396	43	1849	270,1775	28600,4276
87	7569	43,5	1892,25	273,3191	29312,7171
88	7744	44	1936	276,4607	30032,2616
89	7921	44,5	1981,25	279,6023	30759,0611
90	8100	45	2025	282,7439	31493,1156
91	8281	45,5	2071,25	285,8855	32234,4251
92	8464	46	2116	289,0271	32982,8896
93	8649	46,5	2163,25	292,1687	33738,5091
94	8836	47	2211	295,3103	34501,2836
95	9025	47,5	2260,25	298,4519	35271,2131
96	9216	48	2304	301,5935	36048,3076
97	9409	48,5	2354,25	304,7351	36832,5571
98	9604	49	2401	307,8767	37623,8616
99	9801	49,5	2451,25	311,0183	38422,2211
100	10000	50	2500	314,1599	39227,6356

Bogenlängen b , Sehnenlängen s und Bogenhöhen f für den

α'	b	s	f	α''	b	s	f
1	0,0003	0,0175	0,0000	47	0,8203	0,7765	0,3829
2	0,0006	0,0349	0,0002	48	0,8385	0,7953	0,3999
3	0,0009	0,0524	0,0004	49	0,8567	0,8134	0,4168
4	0,0012	0,0698	0,0006	50	0,8747	0,8307	0,4337
5	0,0015	0,0872	0,0009	51	0,8927	0,8479	0,4504
6	0,0018	0,1047	0,0014	52	0,9106	0,8647	0,4672
7	0,0022	0,1221	0,0019	53	0,9284	0,8812	0,4839
8	0,0025	0,1395	0,0024	54	0,9462	0,8975	0,5005
9	0,0028	0,1569	0,0031	55	0,9639	0,9135	0,5171
10	0,0031	0,1743	0,0038	56	0,9816	0,9293	0,5337
11	0,0034	0,1917	0,0046	57	0,9992	0,9449	0,5502
12	0,0037	0,2091	0,0054	58	1,0168	0,9603	0,5667
13	0,0040	0,2265	0,0064	59	1,0343	0,9755	0,5831
14	0,0043	0,2439	0,0075	60	1,0518	0,9905	0,5995
15	0,0046	0,2613	0,0086	61	1,0692	1,0053	0,6158
16	0,0049	0,2787	0,0097	62	1,0866	1,0200	0,6321
17	0,0052	0,2961	0,0110	63	1,1039	1,0345	0,6483
18	0,0055	0,3135	0,0123	64	1,1212	1,0489	0,6645
19	0,0058	0,3309	0,0136	65	1,1385	1,0632	0,6807
20	0,0061	0,3483	0,0149	66	1,1558	1,0774	0,6968
21	0,0064	0,3657	0,0163	67	1,1730	1,0915	0,7129
22	0,0067	0,3831	0,0176	68	1,1902	1,1055	0,7289
23	0,0070	0,4005	0,0190	69	1,2074	1,1194	0,7449
24	0,0073	0,4179	0,0204	70	1,2246	1,1332	0,7608
25	0,0076	0,4353	0,0218	71	1,2418	1,1469	0,7767
26	0,0079	0,4527	0,0232	72	1,2590	1,1606	0,7925
27	0,0082	0,4701	0,0246	73	1,2762	1,1742	0,8083
28	0,0085	0,4875	0,0260	74	1,2934	1,1878	0,8241
29	0,0088	0,5049	0,0274	75	1,3106	1,2013	0,8398
30	0,0091	0,5223	0,0288	76	1,3278	1,2148	0,8556
31	0,0094	0,5397	0,0302	77	1,3450	1,2282	0,8713
32	0,0097	0,5571	0,0316	78	1,3622	1,2416	0,8870
33	0,0100	0,5745	0,0330	79	1,3794	1,2550	0,9027
34	0,0103	0,5919	0,0344	80	1,3966	1,2684	0,9184
35	0,0106	0,6093	0,0358	81	1,4138	1,2818	0,9341
36	0,0109	0,6267	0,0372	82	1,4310	1,2952	0,9498
37	0,0112	0,6441	0,0386	83	1,4482	1,3086	0,9655
38	0,0115	0,6615	0,0400	84	1,4654	1,3220	0,9812
39	0,0118	0,6789	0,0414	85	1,4826	1,3354	0,9969
40	0,0121	0,6963	0,0428	86	1,5000	1,3488	0,1026
41	0,0124	0,7137	0,0442	87	1,5172	1,3622	0,1083
42	0,0127	0,7311	0,0456	88	1,5344	1,3756	0,1140
43	0,0130	0,7485	0,0470	89	1,5516	1,3890	0,1197
44	0,0133	0,7659	0,0484	90	1,5688	1,4024	0,1254
45	0,0136	0,7833	0,0498	91	1,5860	1,4158	0,1311
46	0,0139	0,8007	0,0512	92	1,6032	1,4292	0,1368
47	0,0142	0,8181	0,0526	93	1,6204	1,4426	0,1425
48	0,0145	0,8355	0,0540				

Kreisumfänge und Kreisflächen

n	n'	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n'}$	πn	$\pi n'$
1	12.00	7.692	8.333	12.566	251.33
2	12.57	7.692	7.958	15.708	251.33
3	14.00	7.143	7.143	19.792	251.33
4	15.00	6.667	6.667	23.550	251.33
5	16.00	6.250	6.250	27.163	251.33
6	17.00	5.882	5.882	30.642	251.33
7	18.00	5.556	5.556	33.998	251.33
8	19.00	5.263	5.263	37.214	251.33
9	20.00	5.000	5.000	40.212	251.33
10	21.00	4.762	4.762	43.088	251.33
11	22.00	4.545	4.545	45.766	251.33
12	23.00	4.348	4.348	48.254	251.33
13	24.00	4.167	4.167	50.571	251.33
14	25.00	4.000	4.000	52.729	251.33
15	26.00	3.846	3.846	54.738	251.33
16	27.00	3.704	3.704	56.599	251.33
17	28.00	3.571	3.571	58.344	251.33
18	29.00	3.448	3.448	59.974	251.33
19	30.00	3.333	3.333	61.500	251.33
20	31.00	3.226	3.226	62.932	251.33
21	32.00	3.125	3.125	64.258	251.33
22	33.00	3.030	3.030	65.486	251.33
23	34.00	2.941	2.941	66.617	251.33
24	35.00	2.857	2.857	67.658	251.33
25	36.00	2.778	2.778	68.602	251.33
26	37.00	2.703	2.703	69.496	251.33
27	38.00	2.632	2.632	70.342	251.33
28	39.00	2.564	2.564	71.142	251.33
29	40.00	2.500	2.500	71.896	251.33
30	41.00	2.439	2.439	72.606	251.33
31	42.00	2.381	2.381	73.273	251.33
32	43.00	2.326	2.326	73.899	251.33
33	44.00	2.273	2.273	74.484	251.33
34	45.00	2.222	2.222	75.029	251.33
35	46.00	2.174	2.174	75.535	251.33
36	47.00	2.128	2.128	76.002	251.33
37	48.00	2.083	2.083	76.430	251.33
38	49.00	2.040	2.040	76.820	251.33
39	50.00	2.000	2.000	77.174	251.33
40	51.00	1.961	1.961	77.494	251.33
41	52.00	1.923	1.923	77.780	251.33
42	53.00	1.887	1.887	78.034	251.33
43	54.00	1.852	1.852	78.258	251.33
44	55.00	1.818	1.818	78.452	251.33
45	56.00	1.786	1.786	78.618	251.33
46	57.00	1.756	1.756	78.757	251.33
47	58.00	1.727	1.727	78.870	251.33
48	59.00	1.699	1.699	78.959	251.33
49	60.00	1.673	1.673	79.025	251.33
50	61.00	1.648	1.648	79.069	251.33
51	62.00	1.625	1.625	79.094	251.33
52	63.00	1.603	1.603	79.101	251.33
53	64.00	1.582	1.582	79.091	251.33
54	65.00	1.562	1.562	79.065	251.33
55	66.00	1.542	1.542	79.024	251.33
56	67.00	1.523	1.523	78.969	251.33
57	68.00	1.505	1.505	78.901	251.33
58	69.00	1.488	1.488	78.821	251.33
59	70.00	1.471	1.471	78.730	251.33
60	71.00	1.455	1.455	78.628	251.33
61	72.00	1.439	1.439	78.516	251.33
62	73.00	1.424	1.424	78.394	251.33
63	74.00	1.409	1.409	78.263	251.33
64	75.00	1.394	1.394	78.123	251.33
65	76.00	1.380	1.380	77.975	251.33
66	77.00	1.366	1.366	77.819	251.33
67	78.00	1.353	1.353	77.656	251.33
68	79.00	1.340	1.340	77.486	251.33
69	80.00	1.327	1.327	77.310	251.33
70	81.00	1.315	1.315	77.128	251.33
71	82.00	1.303	1.303	76.941	251.33
72	83.00	1.291	1.291	76.749	251.33
73	84.00	1.280	1.280	76.553	251.33
74	85.00	1.269	1.269	76.353	251.33
75	86.00	1.258	1.258	76.150	251.33
76	87.00	1.247	1.247	75.944	251.33
77	88.00	1.236	1.236	75.735	251.33
78	89.00	1.226	1.226	75.523	251.33
79	90.00	1.216	1.216	75.308	251.33
80	91.00	1.206	1.206	75.090	251.33
81	92.00	1.196	1.196	74.869	251.33
82	93.00	1.187	1.187	74.645	251.33
83	94.00	1.178	1.178	74.418	251.33
84	95.00	1.169	1.169	74.188	251.33
85	96.00	1.160	1.160	73.955	251.33
86	97.00	1.151	1.151	73.719	251.33
87	98.00	1.143	1.143	73.480	251.33
88	99.00	1.134	1.134	73.238	251.33
89	100.00	1.126	1.126	72.994	251.33
90	101.00	1.117	1.117	72.747	251.33
91	102.00	1.109	1.109	72.498	251.33
92	103.00	1.101	1.101	72.246	251.33
93	104.00	1.093	1.093	71.992	251.33
94	105.00	1.085	1.085	71.736	251.33
95	106.00	1.077	1.077	71.478	251.33
96	107.00	1.069	1.069	71.218	251.33
97	108.00	1.061	1.061	70.956	251.33
98	109.00	1.053	1.053	70.692	251.33
99	110.00	1.045	1.045	70.426	251.33
100	111.00	1.037	1.037	70.158	251.33

Bogenlänge und Segmentfläche nach dem

$f \times$	$b \times$	$F \times$	$f \times$	$b \times$	$F \times$	$f \times$	$b \times$	$F \times$
0,010	1,0003	0,0067	0,132	1,0458	0,0892	0,212	1,1158	0,1463
0,015	1,0006	0,0100	134	0472	0906	214	1180	1478
0,020	0,011	0,133	136	0486	0930	216	1201	1492
0,025	0,017	0,167	138	0500	0954	218	1222	1507
0,030	0,021	0,200	140	0515	0948	220	1241	1522
0,035	1,0033	0,0234	0,142	1,0530	0,0962	0,222	1,1265	0,1537
0,040	0,043	0,267	144	0544	0976	224	1288	1552
0,045	0,054	0,300	146	0559	0990	226	1311	1566
0,050	0,067	0,334	148	0574	1004	228	1334	1582
0,055	0,080	0,368	150	0590	1018	230	1356	1596
0,060	1,0096	0,0401	0,152	1,0605	0,1032	0,232	1,1379	0,1611
0,065	0,112	0,435	154	0621	1046	234	1402	1626
0,070	0,130	0,468	156	0637	1060	236	1425	1641
0,075	0,143	0,502	158	0653	1074	238	1448	1656
0,080	0,170	0,536	160	0669	1088	240	1471	1671
0,082	1,0170	0,0550	0,162	1,0686	0,1102	0,242	1,1495	0,1687
0,084	0,188	0,563	161	0702	1117	244	1519	1702
0,086	0,197	0,577	166	0719	1131	246	1543	1717
0,088	0,203	0,591	168	0733	1145	248	1567	1732
0,090	0,216	0,604	170	0754	1159	250	1591	1747
0,092	1,0226	0,0618	0,172	1,0771	0,1173	0,252	1,1616	0,1763
0,094	0,235	0,632	174	0789	1188	254	1640	1778
0,096	0,246	0,645	176	0807	1202	256	1665	1793
0,098	0,256	0,659	178	0825	1216	258	1690	1809
1,00	0,265	0,672	180	0843	1231	260	1715	1824
0,102	1,0275	0,0686	0,182	1,0861	0,1245	0,262	1,1740	0,1839
1,04	0,286	0,700	184	0880	1259	264	1765	1855
1,06	0,297	0,714	186	0898	1274	266	1791	1870
1,08	0,308	0,727	188	0917	1288	268	1816	1886
1,10	0,320	0,741	190	0936	1302	270	1843	1901
0,112	1,0331	0,0755	0,192	1,0956	0,1317	0,272	1,1869	0,1917
1,14	0,343	0,768	194	0975	1332	274	1895	1933
1,16	0,355	0,782	196	0995	1346	276	1921	1948
1,18	0,367	0,796	198	1015	1361	278	1948	1964
1,20	0,380	0,810	200	1035	1375	280	1974	1980
0,122	1,0392	0,0823	0,202	1,1055	0,1390	0,282	1,2001	0,1996
1,24	0,407	0,837	204	1075	1404	284	2028	2011
1,26	0,418	0,851	206	1096	1419	286	2056	2027
1,28	0,431	0,865	208	1116	1434	288	2083	2043
1,30	0,445	0,879	210	1137	1448	290	2111	2058

Hohlmesser = 1 nach dem Zentriwinkel α in Grad.

α	h	s	f	α	h	s	f
94	1.6400	1.627	0.4180	137	2.911	1.8208	0.6155
95	1.6478	1.6355	0.4244	138	2.9197	1.8272	0.6176
96	1.6555	1.6432	0.4309	139	2.9260	1.8333	0.6198
97	1.6630	1.6509	0.4374	140	2.9325	1.8394	0.6220
98	1.6704	1.6586	0.4439	141	2.9390	1.8455	0.6242
99	1.6779	1.6663	0.4504	142	2.9455	1.8516	0.6264
100	1.6853	1.6740	0.4569	143	2.9520	1.8577	0.6286
101	1.6928	1.6817	0.4634	144	2.9585	1.8638	0.6308
102	1.7002	1.6894	0.4699	145	2.9650	1.8699	0.6330
103	1.7077	1.6971	0.4764	146	2.9715	1.8760	0.6352
104	1.7151	1.7048	0.4829	147	2.9780	1.8821	0.6374
105	1.7226	1.7125	0.4894	148	2.9845	1.8882	0.6396
106	1.7300	1.7202	0.4959	149	2.9910	1.8943	0.6418
107	1.7375	1.7279	0.5024	150	2.9975	1.9004	0.6440
108	1.7449	1.7356	0.5089	151	3.0040	1.9065	0.6462
109	1.7524	1.7433	0.5154	152	3.0105	1.9126	0.6484
110	1.7598	1.7510	0.5219	153	3.0170	1.9187	0.6506
111	1.7673	1.7587	0.5284	154	3.0235	1.9248	0.6528
112	1.7747	1.7664	0.5349	155	3.0300	1.9309	0.6550
113	1.7822	1.7741	0.5414	156	3.0365	1.9370	0.6572
114	1.7896	1.7818	0.5479	157	3.0430	1.9431	0.6594
115	1.7971	1.7895	0.5544	158	3.0495	1.9492	0.6616
116	1.8045	1.7972	0.5609	159	3.0560	1.9553	0.6638
117	1.8120	1.8049	0.5674	160	3.0625	1.9614	0.6660
118	1.8194	1.8126	0.5739	161	3.0690	1.9675	0.6682
119	1.8269	1.8203	0.5804	162	3.0755	1.9736	0.6704
120	1.8343	1.8280	0.5869	163	3.0820	1.9797	0.6726
121	1.8418	1.8357	0.5934	164	3.0885	1.9858	0.6748
122	1.8492	1.8434	0.5999	165	3.0950	1.9919	0.6770
123	1.8567	1.8511	0.6064	166	3.1015	1.9980	0.6792
124	1.8641	1.8588	0.6129	167	3.1080	2.0041	0.6814
125	1.8716	1.8665	0.6194	168	3.1145	2.0102	0.6836
126	1.8790	1.8742	0.6259	169	3.1210	2.0163	0.6858
127	1.8865	1.8819	0.6324	170	3.1275	2.0224	0.6880
128	1.8939	1.8896	0.6389	171	3.1340	2.0285	0.6902
129	1.9014	1.8973	0.6454	172	3.1405	2.0346	0.6924
130	1.9088	1.9050	0.6519	173	3.1470	2.0407	0.6946
131	1.9163	1.9127	0.6584	174	3.1535	2.0468	0.6968
132	1.9237	1.9204	0.6649	175	3.1600	2.0529	0.6990
133	1.9312	1.9281	0.6714	176	3.1665	2.0590	0.7012
134	1.9386	1.9358	0.6779	177	3.1730	2.0651	0.7034
135	1.9461	1.9435	0.6844	178	3.1795	2.0712	0.7056
136	1.9535	1.9512	0.6909	179	3.1860	2.0773	0.7078
137	1.9610	1.9587	0.6974	180	3.1925	2.0834	0.7100

Trigonometrische

Grad	Sinus							Grad
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,000	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,017	89
1	0,017	0,020	0,023	0,026	0,029	0,032	0,035	88
2	0,035	0,038	0,041	0,044	0,047	0,050	0,052	87
3	0,052	0,055	0,058	0,061	0,064	0,067	0,070	86
4	0,070	0,073	0,076	0,078	0,081	0,084	0,087	85
5	0,087	0,090	0,093	0,096	0,099	0,102	0,105	84
6	0,105	0,107	0,110	0,113	0,116	0,119	0,122	83
7	0,123	0,125	0,128	0,131	0,133	0,136	0,139	82
8	0,139	0,142	0,145	0,148	0,151	0,154	0,156	81
9	0,156	0,159	0,162	0,165	0,168	0,171	0,174	80
10	0,174	0,177	0,179	0,182	0,185	0,188	0,191	79
11	0,191	0,194	0,197	0,199	0,202	0,205	0,208	78
12	0,208	0,211	0,214	0,216	0,219	0,222	0,225	77
13	0,225	0,228	0,231	0,233	0,236	0,239	0,242	76
14	0,242	0,245	0,248	0,250	0,253	0,256	0,259	75
15	0,259	0,262	0,264	0,267	0,270	0,273	0,276	74
16	0,276	0,278	0,281	0,284	0,287	0,290	0,292	73
17	0,292	0,295	0,298	0,301	0,303	0,306	0,309	72
18	0,309	0,312	0,315	0,317	0,320	0,323	0,326	71
19	0,326	0,329	0,331	0,334	0,337	0,339	0,342	70
20	0,342	0,345	0,347	0,350	0,353	0,356	0,358	69
21	0,358	0,361	0,364	0,367	0,369	0,372	0,375	68
22	0,375	0,377	0,380	0,383	0,385	0,388	0,391	67
23	0,391	0,393	0,396	0,399	0,401	0,404	0,407	66
24	0,407	0,409	0,412	0,415	0,417	0,420	0,423	65
25	0,423	0,425	0,428	0,431	0,433	0,436	0,438	64
26	0,438	0,441	0,444	0,446	0,449	0,451	0,454	63
27	0,454	0,457	0,459	0,462	0,464	0,467	0,469	62
28	0,469	0,472	0,475	0,477	0,480	0,482	0,485	61
29	0,485	0,487	0,490	0,492	0,495	0,497	0,500	60
30	0,500	0,503	0,505	0,508	0,510	0,513	0,515	59
31	0,515	0,518	0,520	0,523	0,525	0,527	0,530	58
32	0,530	0,532	0,535	0,537	0,540	0,542	0,545	57
33	0,545	0,547	0,550	0,552	0,554	0,557	0,559	56
34	0,559	0,562	0,564	0,566	0,569	0,571	0,574	55
35	0,574	0,576	0,578	0,581	0,583	0,585	0,588	54
36	0,588	0,590	0,592	0,595	0,597	0,599	0,602	53
37	0,602	0,604	0,606	0,609	0,611	0,613	0,616	52
38	0,616	0,618	0,620	0,623	0,625	0,627	0,629	51
39	0,629	0,632	0,634	0,636	0,638	0,641	0,643	50
40	0,643	0,645	0,647	0,649	0,652	0,654	0,656	49
41	0,656	0,658	0,660	0,663	0,665	0,667	0,669	48
42	0,669	0,671	0,673	0,676	0,678	0,680	0,682	47
43	0,682	0,684	0,686	0,688	0,690	0,693	0,695	46
44	0,695	0,697	0,699	0,701	0,703	0,705	0,707	45
	60	50	40	30	20	10	0	Grad

Kosinus

Funktionen.

		Kosinus					
	0'	10	20	30	40	50	60
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
2	0.998	0.999	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998
3	0.997	0.998	1.000	1.000	1.000	0.998	0.997
4	0.996	0.997	1.000	1.000	1.000	0.997	0.996
5	0.995	0.996	1.000	1.000	1.000	0.996	0.995
6	0.994	0.995	1.000	1.000	1.000	0.995	0.994
7	0.993	0.994	1.000	1.000	1.000	0.994	0.993
8	0.992	0.993	1.000	1.000	1.000	0.993	0.992
9	0.991	0.992	1.000	1.000	1.000	0.992	0.991
10	0.990	0.991	1.000	1.000	1.000	0.991	0.990
11	0.989	0.990	1.000	1.000	1.000	0.990	0.989
12	0.988	0.989	1.000	1.000	1.000	0.989	0.988
13	0.987	0.988	1.000	1.000	1.000	0.988	0.987
14	0.986	0.987	1.000	1.000	1.000	0.987	0.986
15	0.985	0.986	1.000	1.000	1.000	0.986	0.985
16	0.984	0.985	1.000	1.000	1.000	0.985	0.984
17	0.983	0.984	1.000	1.000	1.000	0.984	0.983
18	0.982	0.983	1.000	1.000	1.000	0.983	0.982
19	0.981	0.982	1.000	1.000	1.000	0.982	0.981
20	0.980	0.981	1.000	1.000	1.000	0.981	0.980
21	0.979	0.980	1.000	1.000	1.000	0.980	0.979
22	0.978	0.979	1.000	1.000	1.000	0.979	0.978
23	0.977	0.978	1.000	1.000	1.000	0.978	0.977
24	0.976	0.977	1.000	1.000	1.000	0.977	0.976
25	0.975	0.976	1.000	1.000	1.000	0.976	0.975
26	0.974	0.975	1.000	1.000	1.000	0.975	0.974
27	0.973	0.974	1.000	1.000	1.000	0.974	0.973
28	0.972	0.973	1.000	1.000	1.000	0.973	0.972
29	0.971	0.972	1.000	1.000	1.000	0.972	0.971
30	0.970	0.971	1.000	1.000	1.000	0.971	0.970
31	0.969	0.970	1.000	1.000	1.000	0.970	0.969
32	0.968	0.969	1.000	1.000	1.000	0.969	0.968
33	0.967	0.968	1.000	1.000	1.000	0.968	0.967
34	0.966	0.967	1.000	1.000	1.000	0.967	0.966
35	0.965	0.966	1.000	1.000	1.000	0.966	0.965
36	0.964	0.965	1.000	1.000	1.000	0.965	0.964
37	0.963	0.964	1.000	1.000	1.000	0.964	0.963
38	0.962	0.963	1.000	1.000	1.000	0.963	0.962
39	0.961	0.962	1.000	1.000	1.000	0.962	0.961
40	0.960	0.961	1.000	1.000	1.000	0.961	0.960
41	0.959	0.960	1.000	1.000	1.000	0.960	0.959
42	0.958	0.959	1.000	1.000	1.000	0.959	0.958
43	0.957	0.958	1.000	1.000	1.000	0.958	0.957
44	0.956	0.957	1.000	1.000	1.000	0.957	0.956
45	0.955	0.956	1.000	1.000	1.000	0.956	0.955
46	0.954	0.955	1.000	1.000	1.000	0.955	0.954
47	0.953	0.954	1.000	1.000	1.000	0.954	0.953
48	0.952	0.953	1.000	1.000	1.000	0.953	0.952
49	0.951	0.952	1.000	1.000	1.000	0.952	0.951
50	0.950	0.951	1.000	1.000	1.000	0.951	0.950
51	0.949	0.950	1.000	1.000	1.000	0.950	0.949
52	0.948	0.949	1.000	1.000	1.000	0.949	0.948
53	0.947	0.948	1.000	1.000	1.000	0.948	0.947
54	0.946	0.947	1.000	1.000	1.000	0.947	0.946
55	0.945	0.946	1.000	1.000	1.000	0.946	0.945
56	0.944	0.945	1.000	1.000	1.000	0.945	0.944
57	0.943	0.944	1.000	1.000	1.000	0.944	0.943
58	0.942	0.943	1.000	1.000	1.000	0.943	0.942
59	0.941	0.942	1.000	1.000	1.000	0.942	0.941
60	0.940	0.941	1.000	1.000	1.000	0.941	0.940
61	0.939	0.940	1.000	1.000	1.000	0.940	0.939
62	0.938	0.939	1.000	1.000	1.000	0.939	0.938
63	0.937	0.938	1.000	1.000	1.000	0.938	0.937
64	0.936	0.937	1.000	1.000	1.000	0.937	0.936
65	0.935	0.936	1.000	1.000	1.000	0.936	0.935
66	0.934	0.935	1.000	1.000	1.000	0.935	0.934
67	0.933	0.934	1.000	1.000	1.000	0.934	0.933
68	0.932	0.933	1.000	1.000	1.000	0.933	0.932
69	0.931	0.932	1.000	1.000	1.000	0.932	0.931
70	0.930	0.931	1.000	1.000	1.000	0.931	0.930
71	0.929	0.930	1.000	1.000	1.000	0.930	0.929
72	0.928	0.929	1.000	1.000	1.000	0.929	0.928
73	0.927	0.928	1.000	1.000	1.000	0.928	0.927
74	0.926	0.927	1.000	1.000	1.000	0.927	0.926
75	0.925	0.926	1.000	1.000	1.000	0.926	0.925
76	0.924	0.925	1.000	1.000	1.000	0.925	0.924
77	0.923	0.924	1.000	1.000	1.000	0.924	0.923
78	0.922	0.923	1.000	1.000	1.000	0.923	0.922
79	0.921	0.922	1.000	1.000	1.000	0.922	0.921
80	0.920	0.921	1.000	1.000	1.000	0.921	0.920
81	0.919	0.920	1.000	1.000	1.000	0.920	0.919
82	0.918	0.919	1.000	1.000	1.000	0.919	0.918
83	0.917	0.918	1.000	1.000	1.000	0.918	0.917
84	0.916	0.917	1.000	1.000	1.000	0.917	0.916
85	0.915	0.916	1.000	1.000	1.000	0.916	0.915
86	0.914	0.915	1.000	1.000	1.000	0.915	0.914
87	0.913	0.914	1.000	1.000	1.000	0.914	0.913
88	0.912	0.913	1.000	1.000	1.000	0.913	0.912
89	0.911	0.912	1.000	1.000	1.000	0.912	0.911
90	0.910	0.911	1.000	1.000	1.000	0.911	0.910
91	0.909	0.910	1.000	1.000	1.000	0.910	0.909
92	0.908	0.909	1.000	1.000	1.000	0.909	0.908
93	0.907	0.908	1.000	1.000	1.000	0.908	0.907
94	0.906	0.907	1.000	1.000	1.000	0.907	0.906
95	0.905	0.906	1.000	1.000	1.000	0.906	0.905
96	0.904	0.905	1.000	1.000	1.000	0.905	0.904
97	0.903	0.904	1.000	1.000	1.000	0.904	0.903
98	0.902	0.903	1.000	1.000	1.000	0.903	0.902
99	0.901	0.902	1.000	1.000	1.000	0.902	0.901
100	0.900	0.901	1.000	1.000	1.000	0.901	0.900

Trigonometrische

°	′	Tangenten						°
		1°	2°	3°	4°	5°	6°	
1	0	0,017	0,035	0,052	0,069	0,085	0,101	1
2	0	0,035	0,070	0,104	0,138	0,171	0,204	2
3	0	0,052	0,104	0,156	0,208	0,259	0,310	3
4	0	0,069	0,138	0,208	0,277	0,346	0,414	4
5	0	0,085	0,171	0,259	0,346	0,433	0,519	5
6	0	0,101	0,204	0,310	0,414	0,519	0,625	6
7	0	0,117	0,234	0,351	0,468	0,585	0,701	7
8	0	0,133	0,266	0,399	0,532	0,665	0,798	8
9	0	0,149	0,298	0,447	0,596	0,745	0,893	9
10	0	0,165	0,330	0,489	0,648	0,807	0,965	10
11	0	0,181	0,360	0,529	0,688	0,847	1,005	11
12	0	0,196	0,391	0,560	0,719	0,878	1,036	12
13	0	0,212	0,422	0,596	0,755	0,914	1,072	13
14	0	0,227	0,453	0,627	0,786	0,945	1,103	14
15	0	0,243	0,484	0,658	0,817	0,976	1,134	15
16	0	0,258	0,515	0,689	0,848	1,007	1,165	16
17	0	0,273	0,546	0,720	0,879	1,038	1,196	17
18	0	0,289	0,577	0,751	0,910	1,069	1,227	18
19	0	0,304	0,608	0,782	0,941	1,100	1,258	19
20	0	0,319	0,639	0,813	0,972	1,131	1,289	20
21	0	0,335	0,670	0,844	1,003	1,162	1,320	21
22	0	0,350	0,701	0,875	1,034	1,193	1,351	22
23	0	0,365	0,732	0,906	1,065	1,224	1,382	23
24	0	0,381	0,763	0,937	1,096	1,255	1,413	24
25	0	0,396	0,794	0,968	1,127	1,286	1,444	25
26	0	0,411	0,825	0,999	1,158	1,317	1,475	26
27	0	0,427	0,856	1,030	1,189	1,348	1,506	27
28	0	0,442	0,887	1,061	1,220	1,379	1,537	28
29	0	0,457	0,918	1,092	1,251	1,410	1,568	29
30	0	0,473	0,949	1,123	1,282	1,441	1,599	30
31	0	0,488	0,980	1,154	1,313	1,472	1,630	31
32	0	0,503	1,011	1,185	1,344	1,503	1,661	32
33	0	0,519	1,042	1,216	1,375	1,534	1,692	33
34	0	0,534	1,073	1,247	1,406	1,565	1,723	34
35	0	0,549	1,104	1,278	1,437	1,596	1,754	35
36	0	0,565	1,135	1,309	1,468	1,627	1,785	36
37	0	0,580	1,166	1,340	1,499	1,658	1,816	37
38	0	0,596	1,197	1,371	1,530	1,689	1,847	38
39	0	0,611	1,228	1,402	1,561	1,720	1,878	39
40	0	0,627	1,259	1,433	1,592	1,751	1,909	40
41	0	0,642	1,290	1,464	1,623	1,782	1,940	41
42	0	0,657	1,321	1,495	1,654	1,813	1,971	42
43	0	0,673	1,352	1,526	1,685	1,844	2,002	43
44	0	0,688	1,383	1,557	1,716	1,875	2,033	44
45	0	0,703	1,414	1,588	1,747	1,906	2,064	45
46	0	0,719	1,445	1,619	1,778	1,937	2,095	46
47	0	0,734	1,476	1,650	1,809	1,968	2,126	47
48	0	0,750	1,507	1,681	1,840	1,999	2,157	48
49	0	0,765	1,538	1,712	1,871	2,030	2,188	49
50	0	0,781	1,569	1,743	1,902	2,061	2,219	50
51	0	0,796	1,600	1,774	1,933	2,092	2,250	51
52	0	0,812	1,631	1,805	1,964	2,123	2,281	52
53	0	0,827	1,662	1,836	1,995	2,154	2,312	53
54	0	0,843	1,693	1,867	2,026	2,185	2,343	54
55	0	0,858	1,724	1,898	2,057	2,216	2,374	55
56	0	0,874	1,755	1,929	2,088	2,247	2,405	56
57	0	0,889	1,786	1,960	2,119	2,278	2,436	57
58	0	0,905	1,817	1,991	2,150	2,309	2,467	58
59	0	0,920	1,848	2,022	2,181	2,340	2,498	59
60	0	0,936	1,879	2,053	2,212	2,371	2,529	60
61	0	0,951	1,910	2,084	2,243	2,402	2,560	61
62	0	0,967	1,941	2,115	2,274	2,433	2,591	62
63	0	0,982	1,972	2,146	2,305	2,464	2,622	63
64	0	0,998	2,003	2,177	2,336	2,495	2,653	64
65	0	1,013	2,034	2,208	2,367	2,526	2,684	65
66	0	1,029	2,065	2,239	2,398	2,557	2,715	66
67	0	1,044	2,096	2,270	2,429	2,588	2,746	67
68	0	1,060	2,127	2,301	2,460	2,619	2,777	68
69	0	1,075	2,158	2,332	2,491	2,650	2,808	69
70	0	1,091	2,189	2,363	2,522	2,681	2,839	70
71	0	1,106	2,220	2,394	2,553	2,712	2,870	71
72	0	1,122	2,251	2,425	2,584	2,743	2,901	72
73	0	1,137	2,282	2,456	2,615	2,774	2,932	73
74	0	1,153	2,313	2,487	2,646	2,805	2,963	74
75	0	1,168	2,344	2,518	2,677	2,836	2,994	75
76	0	1,184	2,375	2,549	2,708	2,867	3,025	76
77	0	1,199	2,406	2,580	2,739	2,898	3,056	77
78	0	1,215	2,437	2,611	2,770	2,929	3,087	78
79	0	1,230	2,468	2,642	2,801	2,960	3,118	79
80	0	1,246	2,499	2,673	2,832	2,991	3,149	80
81	0	1,261	2,530	2,704	2,863	3,022	3,180	81
82	0	1,277	2,561	2,735	2,894	3,053	3,211	82
83	0	1,292	2,592	2,766	2,925	3,084	3,242	83
84	0	1,308	2,623	2,797	2,956	3,115	3,273	84
85	0	1,323	2,654	2,828	2,987	3,146	3,304	85
86	0	1,339	2,685	2,859	3,018	3,177	3,335	86
87	0	1,354	2,716	2,890	3,049	3,208	3,366	87
88	0	1,370	2,747	2,921	3,080	3,239	3,397	88
89	0	1,385	2,778	2,952	3,111	3,270	3,428	89
90	0	1,401	2,809	2,983	3,142	3,301	3,459	90
91	0	1,416	2,840	3,014	3,173	3,332	3,490	91
92	0	1,432	2,871	3,045	3,204	3,363	3,521	92
93	0	1,447	2,902	3,076	3,235	3,394	3,552	93
94	0	1,463	2,933	3,107	3,266	3,425	3,583	94
95	0	1,478	2,964	3,138	3,297	3,456	3,614	95
96	0	1,494	2,995	3,169	3,328	3,487	3,645	96
97	0	1,509	3,026	3,200	3,359	3,518	3,676	97
98	0	1,525	3,057	3,231	3,390	3,549	3,707	98
99	0	1,540	3,088	3,262	3,421	3,580	3,738	99
100	0	1,556	3,119	3,293	3,452	3,611	3,769	100

Funktionen

x	Kategorien						
	0	1	2	3	4	5	6
0	00	715 774	151 885	114 989	85 980	65 750	57 290
1	57 282	19 111	12 964	8 184	51 284	31 342	20 601
2	28 639	20 432	24 542	22 904	21 470	20 136	18 661
3	14 081	18 375	17 199	16 850	1 600	14 924	14 801
4	14 001	18 707	13 197	12 704	12 234	11 836	11 480
5	1 434	11 379	10 712	10 885	13 078	9 88	9 514
6	2 514	9 235	9 010	8 777	8 538	8 345	8 144
7	8 144	7 231	7 270	7 506	7 429	7 260	7 115
8	7 115	6 368	6 227	6 491	6 791	6 435	6 114
9	6 814	6 127	6 084	5 976	5 871	5 769	5 71
10	5 71	5 376	5 485	5 596	5 309	5 229	5 14
11	5 14	5 060	1 969	4 215	4 819	4 773	4 735
12	4 705	4 638	4 511	4 711	4 449	4 388	4 381
13	4 381	4 275	4 219	4 165	4 111	4 061	4 011
14	4 011	3 963	3 914	3 867	3 821	3 777	3 732
15	3 732	3 689	3 647	3 606	3 566	3 526	3 487
16	3 487	3 446	3 412	3 378	3 346	3 315	3 271
17	3 271	3 237	3 204	3 172	3 140	3 108	3 078
18	3 078	3 047	3 018	2 989	2 960	2 932	2 904
19	2 904	2 877	2 850	2 824	2 798	2 771	2 747
20	2 747	2 721	2 699	2 675	2 651	2 628	2 606
21	2 606	2 581	2 560	2 539	2 517	2 496	2 477
22	2 477	2 455	2 434	2 414	2 394	2 371	2 349
23	2 349	2 327	2 318	2 300	2 282	2 264	2 247
24	2 247	2 229	2 211	2 194	2 177	2 161	2 145
25	2 145	2 129	2 112	2 097	2 081	2 066	2 050
26	2 050	2 035	2 020	2 006	1 991	1 977	1 963
27	1 963	1 949	1 935	1 921	1 907	1 894	1 881
28	1 881	1 868	1 855	1 842	1 829	1 816	1 804
29	1 804	1 792	1 780	1 767	1 756	1 744	1 732
30	1 732	1 720	1 709	1 698	1 688	1 677	1 666
31	1 666	1 655	1 644	1 632	1 621	1 611	1 600
32	1 600	1 590	1 580	1 570	1 560	1 550	1 540
33	1 540	1 530	1 520	1 511	1 501	1 492	1 483
34	1 483	1 473	1 464	1 455	1 446	1 437	1 428
35	1 428	1 419	1 411	1 402	1 393	1 384	1 376
36	1 376	1 368	1 360	1 351	1 343	1 335	1 327
37	1 327	1 319	1 311	1 303	1 295	1 288	1 280
38	1 280	1 272	1 265	1 257	1 250	1 242	1 235
39	1 235	1 228	1 220	1 213	1 206	1 199	1 192
40	1 192	1 185	1 178	1 171	1 164	1 157	1 150
41	1 150	1 144	1 137	1 130	1 124	1 117	1 111
42	1 111	1 104	1 098	1 091	1 085	1 079	1 072
43	1 072	1 066	1 060	1 054	1 048	1 042	1 036
44	1 036	1 030	1 024	1 018	1 012	1 006	1 000
45	1 000	994	988	982	976	970	964
46	964	958	952	946	940	934	928
47	928	922	916	910	904	898	892
48	892	886	880	874	868	862	856
49	856	850	844	838	832	826	820
50	820	814	808	802	796	790	784
51	784	778	772	766	760	754	748
52	748	742	736	730	724	718	712
53	712	706	700	694	688	682	676
54	676	670	664	658	652	646	640
55	640	634	628	622	616	610	604
56	604	598	592	586	580	574	568
57	568	562	556	550	544	538	532
58	532	526	520	514	508	502	496
59	496	490	484	478	472	466	460
60	460	454	448	442	436	430	424
61	424	418	412	406	400	394	388
62	388	382	376	370	364	358	352
63	352	346	340	334	328	322	316
64	316	310	304	298	292	286	280
65	280	274	268	262	256	250	244
66	244	238	232	226	220	214	208
67	208	202	196	190	184	178	172
68	172	166	160	154	148	142	136
69	136	130	124	118	112	106	100
70	100	94	88	82	76	70	64
71	64	58	52	46	40	34	28
72	28	22	16	10	4	-2	-8
73	-8	-14	-20	-26	-32	-38	-44
74	-44	-50	-56	-62	-68	-74	-80
75	-80	-86	-92	-98	-104	-110	-116
76	-116	-122	-128	-134	-140	-146	-152
77	-152	-158	-164	-170	-176	-182	-188
78	-188	-194	-200	-206	-212	-218	-224
79	-224	-230	-236	-242	-248	-254	-260
80	-260	-266	-272	-278	-284	-290	-296
81	-296	-302	-308	-314	-320	-326	-332
82	-332	-338	-344	-350	-356	-362	-368
83	-368	-374	-380	-386	-392	-398	-404
84	-404	-410	-416	-422	-428	-434	-440
85	-440	-446	-452	-458	-464	-470	-476
86	-476	-482	-488	-494	-500	-506	-512
87	-512	-518	-524	-530	-536	-542	-548
88	-548	-554	-560	-566	-572	-578	-584
89	-584	-590	-596	-602	-608	-614	-620
90	-620	-626	-632	-638	-644	-650	-656
91	-656	-662	-668	-674	-680	-686	-692
92	-692	-698	-704	-710	-716	-722	-728
93	-728	-734	-740	-746	-752	-758	-764
94	-764	-770	-776	-782	-788	-794	-800
95	-800	-806	-812	-818	-824	-830	-836
96	-836	-842	-848	-854	-860	-866	-872
97	-872	-878	-884	-890	-896	-902	-908
98	-908	-914	-920	-926	-932	-938	-944
99	-944	-950	-956	-962	-968	-974	-980
100	-980	-986	-992	-998	-1004	-1010	-1016

Gebrauchsanweisung der Tabellen.

Die Tabelle der Quadrate ist nach Art der gewöhnlichen Logarithmentafeln eingerichtet, die ersten zwei Stellen der ins Quadrat zu erhebenden Zahl sucht man in der ersten senkrechten, die letzte in der ersten waagrechten Reihe. Die ersten Stellen des Quadrats findet man alsdann in der ersten bzw. fünften Spalte neben der Zahl, die übrigen auf gleicher Höhe in der Spalte unter der letzten Stelle. Wo die ersten Stellen nicht der gegebenen sondern der folgenden Zahl gegenüber zu suchen sind, macht ein Sternchen darauf aufmerksam. Man achte darauf, daß die ersten Stellen in den Spalten 0 und 5 angegeben sind, was notwendig ist, weil sie bei hohen Zahlen zu schnell wechseln.

So findet man z. B. $734^2 = 538756$. Dieses Quadrat hat die ersten Stellen sechs neben Zahl 65 ab stehen. In der Spalte 4 findet man 1900 .

Die Quadrate der zweistelligen Zahlen sind direkt der Spalte 0 zu entnehmen unter Weglassung der zwei End Nullen.

Die Differenz zweier aufeinanderfolgenden Quadrate ist immer gleich der Summe ihrer Wurzeln. Hiernach ist die Interpolation leicht auszuführen.

Die übrigen Tabellen sind genau so eingerichtet wie in allen Handbüchern.

Die Tabelle der trigonometrischen Funktionen genügt wohl für die Berechnung von Kräften, Durchbiegungen usw., sie ist aber nicht genau genug für die Berechnung von Dreiecken u. dgl., für welche fünf Dezimalstellen erforderlich sind.

Die Tabelle der Kreissegmente liefert die Bogenlänge b und den Flächeninhalt F nach dem Verhältnis des Pfeiles zur Sehne, ohne daß man nötig hat, Halbmesser und Winkel zu bestimmen.

Z. B. für einen Bogen von 4 m Sehne und 0.68 m Pfeilhöhe hat man

Die Bogenlänge ist also $b = 10.37150 = 17.687$ m und die Fläche des Kreissegmentes $F = 1023.450^2 = 207.6$ m².

Erklärung einiger im Buch gebrauchter Zeichen:

\perp	•	bedeutet rechtwinklig zu
\parallel	•	parallel zu
\sim	•	abgerundet gleich
\approx	•	angenähert gleich

2. Trigonometrische Formeln.

a) Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen.

$$1. \sin^2 a + \cos^2 a = 1, \quad 2. \operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}.$$

$$3. \operatorname{ctg} a = \frac{\cos a}{\sin a} = \frac{1}{\operatorname{tg} a}.$$

$$4. 1 + \operatorname{tg}^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}.$$

$$5. 1 + \operatorname{ctg}^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}.$$

$$6. \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\operatorname{tg} a}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 a}}.$$

$$7. \cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}} = \frac{\operatorname{ctg} a}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 a}}.$$

$$8. \sin(a \pm \beta) = \sin a \cos \beta \pm \cos a \sin \beta.$$

$$9. \cos(a \pm \beta) = \cos a \cos \beta \mp \sin a \sin \beta.$$

$$10. \operatorname{tg}(a \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}.$$

$$11. \operatorname{ctg}(a \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} a}.$$

$$12. \sin 2a = 2 \sin a \cos a, \quad \sin a = 2 \sin \frac{1}{2} a \cos \frac{1}{2} a.$$

$$13. \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1.$$

$$14. \sin \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \cos a} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \cos a}.$$

$$15. \cos \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \cos a} = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \cos a}.$$

$$16. \operatorname{tg} \frac{1}{2} a = \frac{\sin a}{1 + \cos a} = \frac{1 - \cos a}{\sin a} = \frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}.$$

$$17. \operatorname{ctg} \frac{1}{2} a = \frac{\sin a}{1 - \cos a} = \frac{1 + \cos a}{\sin a} = \frac{1 + \cos a}{1 - \cos a}.$$

$$19. \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha};$$

$$20. \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{1}{2} \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \alpha}.$$

b) Dreiecke.

Rechtwinklige Dreiecke. Hypotenuse a , Katheten b und c ; β und γ gegenüberliegende Winkel.

$$b = c \operatorname{tg} \beta = c \operatorname{ctg} \gamma \quad b = a \sin \beta = a \cos \gamma \\ a^2 = b^2 + c^2.$$

Schiefwinklige Dreiecke. Seiten a, b, c ;
Winkel α, β, γ ; Fläche F

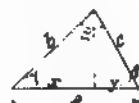


Fig. 1

Gegeben		
Seiten	Winkel	
a	α, β	$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); b = a \frac{\sin \beta}{\sin \alpha};$ $c = a \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}; F = \frac{1}{2} b c \sin \alpha;$
a, b	γ	$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 a b \cos \gamma}; \frac{b}{a} = \operatorname{tg} \varphi$ $\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha - \beta) = \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \gamma \operatorname{tg} (45^\circ - \varphi)$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma}; F = \frac{1}{2} a b \sin \gamma$
a, b	α	$\sin \beta = \frac{b}{a} \sin \alpha; \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta);$ $c = a \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha};$
a, b, c	—	Mit $a + b + c = 2s$ ist: $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s-s-a}{s-b} \cdot \frac{s-s-c}{s-c}}; \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{b c}};$ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}};$ $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$

Allgemeine Gleichungen.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$, wo R den Halbmesser des umbeschriebenen Kreises bezeichnet.

$$R = \frac{abc}{4F}$$

Der Halbmesser des eingeschriebenen Kreises ist r .

Die Gerade m , welche den Mittelpunkt der Seite a mit der entgegengesetzten Ecke verbindet, hat die Länge

$$m = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}}$$

Das Lot h auf die Seite a hat die Länge

$$h = \frac{2F}{a} = c \sin \beta = b \sin \gamma.$$

Die Projektionen der Seiten b und c auf die Seite a lassen sich aus den Formeln rechnen: $x = b \cos \gamma$, $y = c \cos \beta$, oder aus den Gleichungen $x + y = a$,

$$c - b = \frac{b - c}{a}$$

c) Regelmäßige Vielecke.

Berechnet man mit

a die Seite,

r den Halbmesser des eingeschriebenen Kreises

R den Halbmesser des umbeschriebenen Kreises

n die Anzahl der Seiten,

F den Flächeninhalt,

l den Umfang,

so hat man,

$$a = 2r \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} = 2R \sin \frac{\pi}{n}.$$

$$F = \frac{n}{4} a^2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{n} = nr^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

$$l = na = 2nR \sin \frac{\pi}{n} = 2nr \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

Tafel der regelmäßigen Vielecke.

n	F	R	a	r	Winkel
3	$0,4330 a^2 = 1,2990 R^2$	$0,5774 a$	$1,7321 R$	$0,50000 R$	60°
4	$1,0000 a^2 = 2,0000 R^2$	$0,7071 a$	$1,4142 R$	$0,70711 R$	90°
5	$1,7205 a^2 = 2,3776 R^2$	$0,8507 a$	$1,1756 R$	$0,90902 R$	108°
6	$2,5981 a^2 = 2,5981 R^2$	$1,0000 a$	$1,0000 R$	$0,86603 R$	120°
8	$4,8284 a^2 = 2,8284 R^2$	$1,3066 a$	$0,7654 R$	$0,92388 R$	135°
10	$7,6942 a^2 = 2,8989 R^2$	$1,6180 a$	$0,6180 R$	$0,95106 R$	144°
12	$11,1962 a^2 = 3,0000 R^2$	$1,9319 a$	$0,5176 R$	$0,96593 R$	150°
16	$20,1094 a^2 = 3,0615 R^2$	$2,5629 a$	$0,3902 R$	$0,98078 R$	$157,50^\circ$

3. Reihen.

a) Arithmetische Reihen.

Allgemeine Form: $a, a + d, a + 2d, a + 3d,$ $a + n - 1 \cdot d$ Das n te Glied ist: $a + (n - 1) \cdot d$ Die Summe der ersten n Glieder ist:

$$S = \frac{a + a_n}{2} \quad n = \left(a + \frac{n-1}{2} d \right) n.$$

b) Geometrische Reihen.

Allgemeine Form: $a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, ar^n$ Das n te Glied ist $a = ar^{n-1}$ Die Summe der ersten n Glieder ist:

$$S = \frac{ar^n - a}{r - 1} = a \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Ist $r < 1$ so werden die Glieder immer kleiner und die Summe der Reihe bis ins Unendliche fortgesetzt

$$S = \frac{a}{1 - r}$$

c) Höhere arithmetische Reihen.

Bei den gewöhnlichen arithmetischen Reihen ist die Differenz zwischen zwei aufeinander folgenden Gliedern

konstant. Wenn aus diesen Gliedern irgend eine Funktion gebildet wird, so entsteht eine höhere arithmetische Reihe, bei welcher die Differenzen nicht mehr konstant, sondern nach einem regelmäßigen Gesetz veränderlich sind. Durch Subtraktion der gegebenen Glieder f erhält man die ersten Differenzen f' , aus diesen die zweiten Differenzen f'' usw. Ist die Funktion eine ganze und algebraische, des k ten Grades, so sind die Differenzen f^k alle gleich, die folgenden alle Null.

Ist die Reihe der Werte der Veränderlichen x_0, x_1, x_2, \dots mit der konstanten Differenz d , so ist ein beliebiges Glied der höheren Reihe durch die Formel ausgedrückt:

$$f_x = f_0 + \frac{x - x_0}{d} f'_0 + \frac{(x - x_0)(x - x_0 - d)}{d^2} f''_0 + \frac{(x - x_0)(x - x_0 - d)(x - x_0 - 2d)}{d^3} f'''_0 + \dots$$

Die Summe der ersten n Glieder der höheren Reihe ist

$$S_n = n f_0 + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} f'_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} f''_0 + \dots$$

Diese Formel ist nützlich, um die Summe einer algebraisch ermittelten Reihe zu finden, denn in diesem Falle werden die Differenzen von einer gewissen Ordnung an alle gleich Null.

Jede Reihe von regelmäßig aufeinander folgenden Zahlen darf als eine höhere arithmetische Reihe angesehen werden. Obige Formel gestattet einen beliebigen Wert zu interpolieren, oder eine Funktion zu ermitteln, welche einige Werte genau, die übrigen angenähert wiedergibt. Ist die Funktion k ten Grades, so kann sie $k + 1$ Werte genau wiedergeben, weil sie $k + 1$ Konstanten enthält.

Beispiel:

$x_0 f_0$	Δ_0'	2,0	3,762			
$x_1 f_1$	Δ_1'	2,1	4,144	0,382		
$x_2 f_2$	Δ_2'	2,2	4,568	0,424	0,042	
$x_3 f_3$	Δ_3'	2,3	5,037	0,468	0,045	0,003
$x_4 f_4$	Δ_4'	2,4	5,557	0,520	0,006	0,003

Will man f für einen beliebigen Wert von x , so schreibt man

$$f = 3,762 + \frac{x-2}{0,1} \cdot 0,382 + \frac{x-2}{0,1} \left(\frac{x-2}{0,1} - 1 \right) \frac{0,042}{2} + \dots$$

Hiernach erhält man $x = 2,25$, $f = 4,797$.

Durch eine kleine Umrechnung kommt man auf die Formel:

$$f = 4,94 - 4,79 x + 2,1 x^2,$$

welche die Funktion in der Nähe der angegebenen Werte mit genügender Annäherung darstellt.

Bei derartigen Rechnungen ist es gut, von vornherein alle Zahlen durch Multiplikation mit einer passenden Potenz von 10 von den Dezimalstellen zu befreien; am Schluss der Berechnung muß das Ergebnis durch dieselbe Potenz von 10 dividiert werden.

In allen Fällen, wo eine Reihe von regelmäßig veränderlichen Werten vorliegt (z. B. eine Reihe von Momenten, Querkräften u. dgl.) empfiehlt sich die Bildung mindestens der ersten Differenzen; man entdeckt so etwaige Fehler und ist oft imstande, einen falschen Wert nur mit Hilfe der Differenzen richtig zu stellen.

d) Einige besondere Reihen.

- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 \dots + n = \frac{n(n+1)}{2};$
- $p + (p+1) + (p+2) + \dots + q = \frac{(q+p)(q-p+1)}{2};$
- $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2n = n(n+1);$
- $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2n-1 = n^2;$
- $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3};$
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2;$
- $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + n^2 = \frac{n}{6} (n+1) (n+2)$

$$8 \quad 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \dots + n^2 = \frac{n}{6} (n+1)(n+2).$$

$$9 \quad \sin x = x - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{x^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots$$

$$10 \quad \cos x = 1 - \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{x^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

$$11 \quad \arcsin x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots$$

$$12 \quad \arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$$

4. Einige geometrische Aufgaben.

1 Reduktionswinkel. Sollen viele Strecken in einem konstanten (Fig. 2) Verhältnis q reduziert werden, so konstruiert man den Winkel O

so, daß $\frac{MP}{MO} = q$. Jeder nach MO gemessene

Strecke entspricht eine nach MP , welche zu der ersten in dem Verhältnis q steht.

Ist $q < 1$, so benutzt man einen Winkel, wo $\frac{MP}{MO} = q$.

oder $\frac{MP}{MO} = q$, usw.

2 Die Entfernung eines Punktes von einer Geraden berechnet man am besten folgendermaßen. Die Fläche A (Fig. 3) ist gleich der Differenz der Flächen B und C man hat auch $2A = Hy - Vx$. Dividiert man sie durch die halbe Länge der großen Diagonale, so erhält man in der Höhe des Dreieckes die gesuchte Entfernung.

3 Ist ein Körper von den durch die Ordinaten a, b, c, d (Fig. 4) bestimmten Ebenen begrenzt, so ist, falls a, m, n , und l deren senkrechte Entfernung bedeutet, der Körperinhalt



Fig. 2

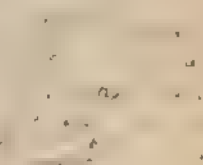


Fig. 3

$$V = \frac{l}{12} \left[(a+b)m + (c+d)n + (a+b+c+d)(m+n) \right].$$

Das statische Moment in bezug auf m ist:

$$S = V s = \frac{l^2}{12} \left[(a+b+c+d) \frac{(m+n)}{2} + (c+d)n \right].$$

4. Soll die Fläche zwischen zwei schrägen Geraden und den Ordinaten a und b (Fig. 5) in n Teile geteilt

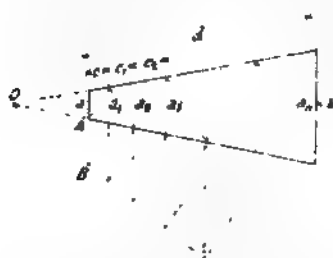


Fig. 5.

werden, welche alle unter sich geometrisch ähnlich

$$\text{sind, so ist: } \frac{a_1}{a} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = q = \sqrt[n]{\frac{b}{a}};$$

$$c = d \frac{q-1}{\frac{b}{a}q-1}; c_1 = cq; c_2 = c_1q \dots$$

Macht man $\frac{OB}{OA} = q$, so ist

man imstande mit Hilfe der Geraden OB alle Teile zu bestimmen. Die durch die punktierten Diagonalen entstehenden Dreiecke sind ebenfalls alle unter sich ähnlich.

Für die Praxis empfiehlt es sich, alle Größen c durch Rechnung zu ermitteln (am besten logarithmisch).

5. Die kürzeste (bzw. die längste) Gerade XY (Fig. 6) zwischen zwei Kurven, welche durch einen gegebenen Punkt A gezogen werden kann,

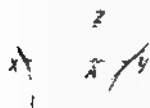


Fig. 6.

ist diejenige, für welche die Normalen in X und Y und die AZ , YX in einem Punkt zusammenlaufen. Die Konstruktion ist nur durch Versuche möglich.

6. Konstruktion des Korbbogens (Fig. 7). Gegeben die Punkte A und B und die beiden Geraden AO und BO , auf welchen die Mittelpunkte C und D liegen müssen.

Man macht $BE = AO$, und $EF = FO$. Konstruiert man nun den in dem Dreieck OEF eingeschriebenen

Kreis, so bestimmt jede Tangente zu demselben zwei Punkte C und D , die als Mittelpunkte für die Kreisbögen gewählt werden können.

Setzt man $AC = r$, $BD = R$, $OA = a$, $OB = b$, $AB = c$, $AP = p$, $BQ = q$, so findet man folgende Be-

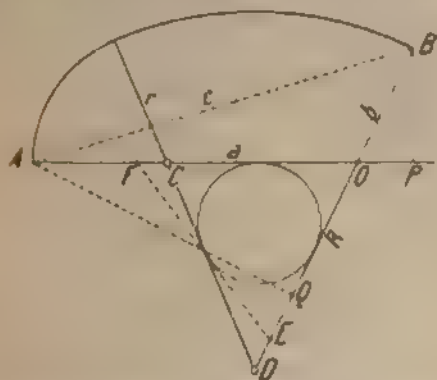


Fig. 7

dingungsgleichung, welche gestattet, die Aufgabe analytisch zu lösen, indem man einen der beiden Halbmesser beliebig annimmt und den anderen rechnerisch bestimmt

$$a + 2rR \left(\frac{q-b}{a} + 1 \right) = 2rp + 2Rq.$$

Es ist $\frac{q-b}{a} = \frac{p-a}{b}$

Ist der Winkel in O ein rechter, so erhält man:
 $a + 2rR = 2ra + 2Rb$ In diesem Falle wird die Gerade EF parallel zur OF

5. Die wichtigsten Kurven.

I. Der Kreis.

Ist R der Halbmesser und φ der Zentrwinkel in Grad, so ergibt sich:

a. die Sehnenlänge $s = 2R \sin \frac{\varphi}{2}$;

b) die Bogenhöhe

$$f = R \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{s}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} = 2 R \sin 2 \frac{\varphi}{4};$$

c) die Bogenlänge $b = \pi R \frac{\varphi}{180} = 0,017453 R \varphi =$

$$\sqrt{s^2 + \frac{16}{3} f^2}, \text{ oder: } b = \left(s + \frac{4 f^2}{s} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{2 f}{s} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{2 f}{s} \right)^4 - \frac{1}{7} \left(\frac{2 f}{s} \right)^6 + \dots \right)$$

Für den Bogen von 60° hat man mit drei Gliedern der Reihe genügende Annäherung ($1/100$ Fehler).

d) der Inhalt des Kreisabschnittes

$$F = \frac{1}{2} R^2 \left(\varphi \frac{\pi}{180} - \sin \varphi \right);$$

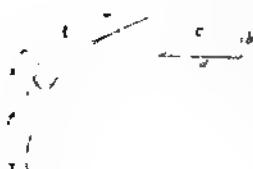
e) der Inhalt des Kreisausschnittes:

$$F_1 = \varphi \frac{\pi}{360} R^2 = 0,008727 \varphi R^2;$$

$$\pi = 3,1415927; \pi^2 = 9,86960.$$

2. Bei gegebener Sehne und Pfeilhöhe ist der Halbmesser $R = \frac{4 f^2 + s^2}{8 f}$. Der Winkel, den die Endtangente mit der Sehne bildet, ist bestimmt durch:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4 \frac{s}{f}}{s^2 - 4 f^2}$$



3. Ist die Neigung einer Tangente durch die Verhältnisse $a : b : c$ gegeben (Fig. 8),

so ist ihre Länge $t = R \frac{b}{a + c}$

Fig. 8

$= R \frac{c - a}{b}$. Der Außenpfeil ist:

$$f = R \left| \frac{2 c}{a + c} - R \frac{c - a}{4 c} \right| = R \frac{b^2}{8 a c}.$$

Ist die Neigung sehr klein und durch den Bruch

$\frac{b}{a}$ gegeben, so ist die Länge der Tangente,

$$l = \frac{R}{2n} = \frac{R}{2n} \left(\frac{1}{2n} \right)^2 \text{ und der Aufsenpfeil,}$$

$$f = \frac{R}{2} \left(\frac{1}{2n} \right)^2 = \frac{2}{2n^2}$$

4. Ein Kreisbogen kann konstruiert werden, wenn man eine Tangente nebst Berührungspunkt T und ausserdem noch einen Punkt A kennt (Fig. 9). Man findet leicht durch die Senkrechte auf der



Mitte von AT oder durch Versuche) den Punkt B so, dass $BA = BT$, die AB ist die Tangente in A . Nun ermittelt man am einfachsten durch Versuche) den Linienzug AC, CD, DT derart, dass $AC = CM = MD = DT$ wird, man hat dann in C eine neue Tangente mit M als Berührungspunkt. So fährt man fort, indem man weitere Tangenten konstruiert, bis man den Bogen mit voller Sicherheit zeichnen kann. Die Mitteltangente eines Bogens ist stets parallel zur Sehne, bei flachen Bogen halbiert sie die Entfernung zwischen der Sehne und dem Schnittpunkt der Tangenten

5. Konstruktion des Kreisbogens durch Punkte von der Tangente aus (Fig. 10)

Man benutzt die Formel $y = \frac{x^2}{2R} + \frac{y^2}{2R}$ indem man zuerst unter Vernachlässigung des letzten Gliedes, y berechnet, nun setzt man den erhaltenen Wert ein und verbessert alsdann das Resultat so lange, bis die Gleichung stimmt. Werden die y zu groß, so kann man nach 4. eine neue Tangente ermitteln und die gerechneten Ordinaten noch einmal benutzen.

Die Länge der Tangente (Fig. 9) ist gegeben durch die Formel: $MD = MT = \frac{1}{2} \left(x + \frac{y^2}{x} \right)$.

II. Die Parabel.

(Gleichung: $y = \frac{4fx(l-x)}{l^2}$).

Jede Tangente (Fig. 11) schneidet auf der Achse $ST = SP = f - y$ ab.



Fig. 11

Bogenlänge angenähert:

$$b = l \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{l} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{l} \right)^4 \right];$$

hier wird angenommen, daß das Achsenkreuz rechtwinklig ist.

Die Koordinaten des Berührungspunktes einer Tangente parallel zu einer gegebenen Geraden sind (Fig. 12):



Fig. 12

$$x = \left(1 - \frac{M}{4f} \right)^2; y = \left(1 - \frac{M}{4f} \right)^2 f.$$

Die Ordinate bis auf die Schräge ist: $y' = \left(1 - \frac{M}{4f} \right)^2 f$.

Für M negativ wechselt man das betreffende Vorzeichen in den Formeln für x und y' . Graphisch, wenn die Pa-



Fig. 13

bel durch die beiden Tangenten in A und B (Fig. 13) gegeben ist und MN (durch O gehend) die Richtung der Tangente hat. AM und

BN parallel BO und AO ; RS gesuchte Tangente, T Berührungspunkt.

Konstruktion der Parabel durch Tangenten.

1. Die Parallele zur Sehne AB in halber Entfernung zwischen O und der Sehne AB ist eine Tangente. Der

Halbierungspunkt der von OA und OB eingeschlossenen Strecke ist der Berührungspunkt. So kann man zwei neue Sehnen ermitteln, zwei neue Tangenten usw.

2. Zieht man von einem beliebigen Punkt W der Sehne AB

(Fig. 14) die Geraden WR und WS parallel zu BO und AO , so ist RS eine Tangente.



Fig. 14

3. Teilt man die Strecken AO

und BO in eine gleiche Anzahl von gleichen Teilen (man kann auch die Teilung weiter hinaus auf beiden Seiten fortsetzen), und numeriert man die Teilungspunkte auf einer Tangente von O ausgehend, auf der andern nach O hin, so sind alle zugeordnete Punkte verbindende Geraden Tangenten zur Parabel.

4. Gegeben drei Tangenten und die Achsrichtung (Fig. 15). Zieht man EF parallel zur Achse, DF' , c und EC' , so ist C der Berührungspunkt. Ähnlich bestimmt man einen zweiten Berührungspunkt, wobei die Lösungen 1, 2, 3 anwendbar sind. Das Parallelogramm $BEFG$ über den Berührungspunkten zweier Tangenten hat stets die Diagonale EG parallel zur Achse.



Fig. 15



Fig. 16

5. Gegeben 4 Tangenten (Fig. 16). Zieht man EA , SB , CD , so ist B ein Berührungspunkt. Ähnlich bestimmt man C usw.

Konstruktion durch Punkte.

6. Gegeben drei Punkte A , B und C und die Achsrichtung (Fig. 17). Ist CE die Achsrichtung, so ziehe

man durch einen beliebigen Punkt D von AC aus $DE \parallel AB$ und eine Parallele zur Achsrichtung; dann schneidet die Gerade BE diese letztere im Punkt F , der zur Parabel gehört. Rechnerisch:



Fig. 17

$$y = \frac{f}{a b} x (a + b - x).$$

7. Gegeben vier Punkte A, B, C und D . (Fig. 18.) Man zieht $AE \parallel BD$, macht $OX = \pm \sqrt{OE \cdot OC}$; alsdann

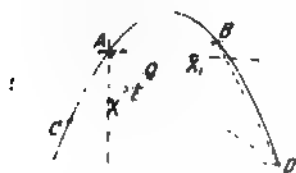


Fig. 18

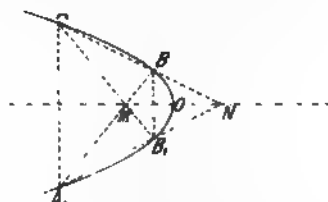


Fig. 19

ist AX die Achsrichtung. Weiter wie unter 6; zwei Lösungen möglich.

8. Gegeben zwei Punkte A, B und die Achse. (Fig. 19.) Man ermittelt die symmetrisch liegenden Punkte A_1 und B_1 und bestimmt M und N . Der Scheitel O halbiert dann die Strecke MN .

Andere Aufgaben.

9. Gegeben die Achsrichtung und drei Punkte A, B und C , die drei Tangenten sind zu konstruieren. (Fig. 20.) Durch die gegebenen Punkte zieht man die Parallelen zur Achse und $DE \parallel BC$, $DF \parallel AC$. EF ist die Tangente in C . Halbiert man EC in T , so ist AT die Tangente in A usw.

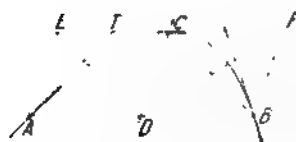


Fig. 20

10. Gegeben eine Tangente nebst Berührungspunkt A , ein anderer Punkt B und die Achsrichtung (Fig. 21), gesucht die zweite Tangente. Zieht man durch den Halbirungspunkt M von AB , $MT \parallel$ zur Achse, so ist TB die zweite Tangente.



Fig. 21

11. Bestimmung des Scheitels einer durch drei Punkte und die Achsrichtung gegebenen Parabel. Man zieht eine willkürliche Gerade rechtwinklig zur Achsrichtung und behandelt die Aufgabe, wie auf Seite 39 angegeben.

III. Die Ellipse.

Mittelpunktsgleichung $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ a und b sind die Halbachsen.

Die Ordinaten der Ellipse lassen sich aus denjenigen eines Kreises durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor ableiten, oder durch Neigung um einen konstanten Winkel, oder durch beide Operationen gleichzeitig.

Konstruktion der Ellipse in einigen Fällen.

1. Gegeben ein Durchmesser und eine Tangente mit Berührungspunkt (Fig. 22)

Man zieht die Normale FN und eine beliebige Gerade OB durch den Mittelpunkt O . Nun macht man $FB \equiv OA$, zieht BN rechtwinklig zu BO , NC rechtwinklig zu OA . Bewegt man nun das Dreieck IBC so, daß die Punkte B und C immer auf den Geraden OB und OA bleiben, so beschreibt der Punkt I die gesuchte Ellipse.



Fig. 22

In jeder Lage kann die Normale konstruiert werden durch die zwei Geraden NB und NC die rechtwinklig in den OB und OA liegen und den Punkt N bestimmen. FN ist die Normale.

Nur in besonderen Fällen schrumpft das Dreieck TCB zu einer Geraden zusammen. Bemerkenswert ist der Fall, wo beide Achsen gegeben sind; alsdann geht das Dreieck in eine Gerade über und zwar werden die Strecken TC und TB gleich den Halbachsen.

2 Gegeben eine Tangente nebst Berührungspunkt, die Achse und der Scheitel A . (Fig. 23.)

Rechnerisch $PO = \frac{AP^2}{AS - AP}$ O ist der Mittelpunkt.

Graphisch $PR = AS$, $TY = RP$. Ist TN die Normale, so bestimmt man N durch die Senkrechte AX , Y durch die Wagerechte NY wodurch O auch bestimmt ist.

Die Halbachsen sind TA und TY . Laßt man die Gerade TAY so gleiten, daß X und Y stets auf OA bzw. OB bleiben, so beschreibt der Punkt T die Ellipse.



Fig. 23

3 Gegeben zwei Punkte B und C , die Achse und der Scheitel A . (Fig. 24.) Man bestimmt B' symmetrisch zu B , zieht CB' und macht $QR = SA$, zieht dann ST rechtwinklig zu QR und TO rechtwinklig zu ST . O ist der Mittelpunkt; die Ellipse ist die Projektion des Kreises OT .

IV. Die Hyperbel.

Mittelpunktsgleichung auf die Hauptachsen bezogen

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{Fig. 25. Gleichung auf die Asymptoten bezogen } \frac{x^2}{a'^2} - \frac{y'^2}{b'^2} = \text{Konstante}$$

beziehen $x' = \frac{a}{b}x$, $y' = \frac{b}{a}y$. Die beiden Abschnitte jeder Hyperbelasymptote, welche zwischen der

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Fig. 25

4

schneidet jede Hyperbelasymptote, welche zwischen der

Kurve und den Asymptoten liegen sind einander gleich. Hieraus folgt eine einfache Konstruktion der Kurve, wenn die Asymptoten und ein Punkt gegeben sind.

Das zwischen den Asymptoten liegende Stück einer senkrechten Geraden wird durch einen Ast der Kurve in zwei Teile geteilt, deren Produkt gleich b^2 ist.

Das zwischen den beiden Kurvenästen liegende Stück einer wagerechten Geraden wird durch eine Asymptote in zwei Teile geteilt, deren Produkt gleich a^2 ist.

Das zwischen den Asymptoten liegende Stück einer beliebigen Tangente wird in dem Berührungspunkt halbiert.

Samtliche Dreiecke, gebildet durch die Asymptoten und eine beliebige Tangente, haben denselben Flächeninhalt.

Sind drei Punkte und die Richtungen der Asymptoten bekannt Fig. 25, so zieht man durch die drei Punkte Parallelen zu den Asymptoten, für jedes Punktpaar liefert die andere Diagonale des Parallelogrammes eine Gerade, die durch den Mittelpunkt O der Hyperbel geht.

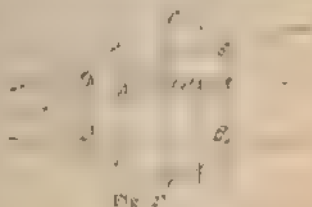


Fig. 25.

Die Konstruktion der Kurve durch Punkte oder Tangenten ist nach den oben erwähnten Eigenschaften der Kurve leicht durchzuführen.

6. Affinität.

Zwei beliebige Figuren in einer Ebene heißen affin, wenn alle zugeordneten Punkte auf parallelen Geraden liegen und alle zugeordneten Geraden sich auf einer Geraden schneiden (Affinitätsachse Fig. 27). Aus einer Figur läßt sich die affine konstruieren, sobald die Affinitätsachse und ein



Punkt der neuen Figur bekannt sind. Anstatt der Affinitätsachse kann auch ein Paar zugeordnete Geraden benutzt werden.

Das Verfahren ist bequem, um Seilpolygone, Momentendiagramme, Einflusshnen u dgl in einem neuen Maßstab und auf eine neue Schlußlinie bezogen, um zuzeichnen.

Kommen nur parallele Kräfte in Betracht, so läßt sich hierdurch das Seilpolygon durch drei gegebene Punkte legen, indem man zuerst ein beliebiges Polygon $A'B'C'$ konstruiert, und aus diesem das gewünschte AB ableitet.

7. Parallel-Perspektive.

Zur übersichtlichen Darstellung eines Körpers ist es oft vorteilhaft, ihn durch Parallel Projektion zu zeichnen. Die Bilder, besonders wenn der Körper senkrecht zur Zeichnungsebene eine große Tiefe hat, machen einen etwas storenden Eindruck, weil einer Schar von Parallelen ein Parallelstrahlenbüschel entspricht, nicht ein konvergierender, sie sind aber viel leichter herzustellen als richtige Perspektiven, und gestatten die Dimensionen nach den Hauptrichtungen direkt abzugreifen. Man nimmt drei zueinander rechtwinklige Achsen an (die Z -Achse meist vertikal), auf welche man den Körper bezieht, und in jeder einen Maßstab. Man projiziert die Achsen mit den Maßstäben und trägt alle Strecken, die in dem Körper einer Achse parallel sind, parallel zur Projektion der Achse und in dem zugehörigen Maßstab auf.

Bei senkrechter Projektion bestimmen die Verhältnisse der Maßstäbe die Winkel der Achsen, und umgekehrt.

Hat man die Verhältnisse der Maßstäbe untereinander gewählt, so sind dieselben durch Lösung der Gleichungen $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 2$, $\frac{m_x}{m_z} = s$, $\frac{m_x}{m_y} = t$ leicht

zu bestimmen. Die Winkel der Achsen sind gegeben durch $\cos xy = \frac{1}{m_1 m_2} (1 - m_1^2 - 1 - m_2^2)$, analog für die anderen Winkel.

Für die meisten Fälle empfiehlt sich die sogenannte dimetrische Projektion, wo zwei Reduktionsverhältnisse gleich sind. Praktisch gute Verhältnisse sind folgende



Fig. 25

$$m_1 : m_2 : m_3 = 1 : \frac{1}{2} : 1 \quad \text{ctg } \alpha = 1, \quad \text{ctg } \beta = \frac{7}{4}$$

$$m_1 : m_2 : m_3 = 1 : \frac{2}{3} : 1 \quad \text{ctg } \alpha = \frac{1}{22}, \quad \text{ctg } \beta = \frac{4}{6}$$

Bei schiefer Projektion können die Maßstäbe sowie die Achsrichtungen beliebig gewählt werden, was gewisse Annehmlichkeiten bietet, aber oft zu wenig naturgetreuen Bildern führt. Diese Projektion wird deshalb hauptsächlich da Verwendung finden, wo es darauf ankommt, Diagramme einer Funktion von zwei Veränderlichen darzustellen.

8. Diagramme.

Zur übersichtlichen Darstellung des Ganges irgend einer Funktion ist die Konstruktion einer Kurve, deren Abszissen den Werten der Veränderlichen und die Ordinate den Werten der Funktion in beliebig gewähltem Maßstabe entsprechen, sehr geeignet. Diese Darstellung gestattet die Interpolation auch, wenn die Werte der Veränderlichen in keiner regelmäßigen Reihenfolge vorgehen. Um die nötige Genauigkeit zu erzielen empfiehlt es sich, die gegebenen Zahlen um eine Konstante die für die Ordinate und die Abszissen verschieden sein kann zu verkleinern, damit die Veränderlichkeit recht deutlich zum Ausdruck kommt.

Ist eine GröÙe von zwei Veränderlichen abhängig,

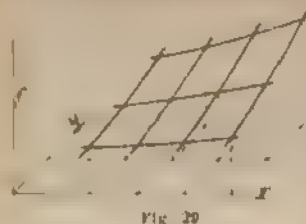


Fig. 29

so kann man sie noch graphisch darstellen. Man wählt drei willkürliche Achsen x , y , und z die letzte am besten vertikal, worauf die betreffenden Werte aufgetragen werden (Fig. 29). Man erhält so zwei Kurvenscharen,

welche den Gang der Funktion sehr übersichtlich zeigen und jede Interpolation ermöglichen.

Dasselbe Verfahren laßt sich mit drei oder mehr Veränderlichen anwenden, verliert aber an Klarheit, so daß es dann nicht mehr zu empfehlen ist.

9. Gleichungen.

I. Systeme von Gleichungen ersten Grades.

a. Lösung von Gauß.

Man dividiert jede Gleichung durch den eigenen Koeffizienten einer Unbekannten, z. B. x ; durch Subtraktion ist diese nun leicht zu eliminieren. So fährt man fort, bis nur eine Gleichung übrig bleibt. Das Verfahren ist sehr bequem, erfordert aber besonders bei einer großen Anzahl von Unbekannten die Bestimmung der Quotienten mit vielen Dezimalstellen, damit das Endresultat genau genug wird.

b. Methode der Eliminations Koeffizienten

Man denke sich die erste Gleichung mit α , die zweite mit β , die dritte mit γ usw. multipliziert und dann alle zusammen addiert. Nun bestimme man die Werte der Zahlen α , β , γ , so daß in der endgültigen Gleichung die Koeffizienten aller Unbekannten gleich Null werden, mit Ausnahme desjenigen einer einzigen Unbekannten, welcher gleich 1 werden soll. Alsdann ist diese Unbekannte gleich der Summe aller bekannten

Glieder der Gleichungen, jedes mit dem betreffenden Eliminations Koeffizienten multipliziert.

Am besten bestimmt man jede Unbekannte für sich, wobei die Arbeit, um die eine zu ermitteln, zum großen Teil für eine andere wieder zu verwerten ist. Auch empfiehlt es sich, die Eliminations Koeffizienten als gewöhnliche, nicht als Dezimalbrüche auszudrücken, um Fehler zu vermeiden besonders bei sehr kleinen Zahlen. Das unter b gegebene Verfahren ist besonders geeignet, wenn in jeder Gleichung nur einige nicht alle Unbekannten vorkommen, um so mehr für den Fall, daß man den bekannten Gliedern der Gleichungen nach einander verschiedene Werte zuschreiben soll, wie dies besonders bei den Elastizitätsgleichungen statisch unbestimmter Systeme geschieht. Die Eliminations Koeffizienten sind alsdann immer wieder zu benutzen (Siehe ein Beispiel im Kap (4, III.)

c Bei symmetrischen Gleichungen.

d. h. wenn die Koeffizienten der ersten und der letzten, der zweiten und der vorletzten, usw Unbekannten unter sich gleich sind, ist es vorteilhaft, als neue Unbekannten die Summe und die Differenz von je zweien einzuführen. Durch Addition und Subtraktion der gegebenen Gleichungen kommt man zu Ausdrücken, in denen nur die neuen Unbekannten enthalten sind, diese neuen Gleichungen lassen sich in zwei Gruppen teilen, jede mit halb so viel Unbekannten als man ursprünglich hatte. Jede Gruppe wird für sich gelöst, und schließ- lich werden durch Addition und Subtraktion aus den neuen die ursprünglichen Unbekannten ermittelt.

II. Graphische Lösung von Systemen von Gleichungen.

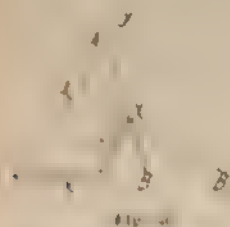
a. Zwei Gleichungen:
$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$
$$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

Man betrachtet die gegebenen Gleichungen als Gleichungen zweier Geraden, die Koordinaten des Schnitt-

punktes dieser Geraden sind die Werte von x und y . Die Achsen können ganz willkürlich gewählt werden,

auch schiefwinkig. Im allgemeinen konstruiert man am besten die Geraden nach ihren Schnittpunkten mit den Achsen

Fig. 30. Man hat:



$$OA = -\frac{c}{b} \quad OB = -\frac{c}{a}$$

$$OA_1 = -\frac{c_1}{b_1} \quad OB_1 = -\frac{c_1}{a_1}$$

Fällt der Punkt X sehr weit, so ist es empfehlenswert für jede Gerade, statt eines Schnittpunktes mit den Achsen einen Punkt in der Nähe von X zu bestimmen um Ungenauigkeiten zu vermeiden

Das graphische Verfahren hat dem rechnerischen gegenüber den Vorteil der Übersichtlichkeit, da man gleich erkennen kann, ob die Lösung durch kleine Fehler in den Koeffizienten stark beeinflusst wird, denn in diesem Falle schneiden sich die Geraden unter einem sehr spitzen Winkel. Abdann sollte man versuchen auf einem andern Weg zu besser anwendbaren Gleichungen zu gelangen.

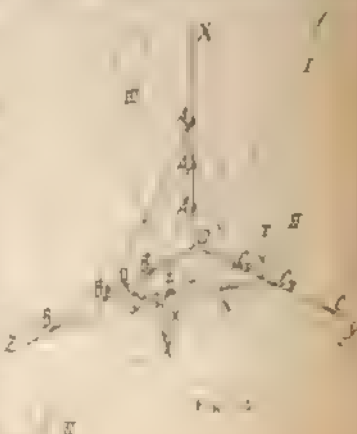
b. Drei Gleichungen

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$$

$$a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0$$

Jede dieser Gleichungen stellt eine Ebene dar, der Schnittpunkt der drei Ebenen hat als Koordinaten die Werte der drei Unbekannten. Die drei Ebenen bestimmt man zuerst durch die Schnittpunkte mit den



drei willkürlich gewählten Achsen OX, OY, OZ , Fig 31). Man

hat $OA = \frac{d}{a}, OB = -\frac{d}{b}, OC = -\frac{d}{c}, OA_1 = \frac{d_1}{a_1}$ usw.

Die Schnitte der Geraden A_1B_1 und AB, A_1C_1 und AC, B_1C_1 und BC liegen auf der strichpunktirten Geraden I. Ähnlich bestimmt man eine zweite und eine dritte der strichpunktirten Geraden II und III. Dieselben müssen durch den gemeinschaftlichen Punkt X gehen. Um dessen Koordinaten zu ermitteln, projiziert man die Spuren M und T der Geraden II auf den Ebenen auf die Achsen OZ und OY . Die Verbindung der beiden Projektionen, die durch die dritte Spur N gehen muß, ist die Projektion der Geraden II auf die Ebene OZY , und enthält auch den Fuß P der Ordinate von X .

PQ ist parallel OY . Die drei Strecken XP, PQ und QO stellen die Werte von x, y und z dar. Zu demselben Resultat kommt man, wenn man von der Geraden II oder III ausgeht.

Die drei strichpunktirten Geraden sind durch je drei Punkte bestimmt. Der Punkt X durch drei Gerade; es ist also leicht, die Lösung mit genügender Genauigkeit zu zeichnen.

Sollte der Punkt X sehr weit fallen, so kann man für jede der drei Ebenen einen Punkt in dessen Nähe durch Rechnung bestimmen. Einfacher ist es jedoch, für jede der drei Ebenen die Spuren durch Rechnung zu bestimmen, daß die Konstruktion mit voller Genauigkeit geschehen kann. Will man z B die Spuren auf der XY Ebene bestimmen, so setzt man in die Gleichung der betreffenden Ebene $z = 0$, wählt x nicht zu verschieden von dem schon angenähert ermittelten Wert dieser Unbekannten, und rechnet y usw.

c Für ein System von 4 Gleichungen

Stiesse Verfahren nicht direkt anwendbar, man kann es jedoch folgendermaßen helfen.

Man denkt sich die zweite Gleichung mit α , die dritte mit β , die vierte mit γ multipliziert und zu der ersten addiert. Die Zahlen α , β und γ bestimmt man nun so, daß drei der Unbekannten verschwinden. Das so entstehende System von drei Gleichungen kann man graphisch lösen.

Für Systeme von mehr als vier Gleichungen ist die graphische Lösung nicht mehr zu empfehlen.

III. Überbestimmte Systeme von Gleichungen.

Hat man mehr Gleichungen als Unbekannte, so ist das System überbestimmt. Dieser Fall ergibt sich häufig, wenn es darauf ankommt, eine Formel aufzustellen, welche eine Funktion innerhalb gewisser Grenzen möglichst genau wiedergibt; die Koeffizienten dieser Formeln sind als Unbekannte auf.

Die Unbekannten eines überbestimmten Systems von Gleichungen sollen die Bedingung erfüllen, daß die Summe der Quadrate der Fehler, die man erhält wenn man sie in alle Gleichungen einsetzt, zu einem Minimum wird. Das Verfahren, um diese Lösung zu erhalten, ist folgendes. Man multipliziert jede Gleichung mit dem eigenen Koeffizienten der ersten Unbekannten und addiert sämtliche Gleichungen. Nun multipliziert man jede mit dem eigenen Koeffizienten der zweiten Unbekannten und addiert wieder alle. So fährt man fort und erhält schließlich so viel Gleichungen wie Unbekannte, letztere können alsdann bestimmt werden. Es soll hierzu bemerkt werden, daß das auf Seite 34 angegebene Lösungsverfahren hier meist schlecht anzuwenden ist, es sei denn, daß man alle Quotienten mit sehr vielen Dezimalstellen rechnet.

Hat man beliebig viele Gleichungen mit zwei Unbekannten so liefert das graphische Verfahren S. 35 ein vorzügliches Mittel zur Lösung, wenn auch die eben erwähnte Bedingung nicht mathematisch genau erfüllt wird. Man erhält eine Schar von Geraden, welche

eigentlich alle durch einen Punkt gehen müßten, es ist leicht, einen Punkt zu wählen, der mit einem möglichst kleinen Fehler behaftet ist. Vorteile: große Übersichtlichkeit, klare Vorstellung von der Genauigkeit der Lösung, die bei dem rechnerischen Verfahren fehlt, Unschädlichkeit eventueller Fehler in der Lösung. Ein ähnliches Verfahren kann auch für den Fall dreier Unbekannten verwendet werden.

10. Maxima und Minima.

Um das Maximum bzw. Minimum einer unentwickelten Funktion zu bestimmen, ist folgende angenäherte Methode gut brauchbar:

Man rechnet drei Werte der Funktion und tragt sie als Ordinaten auf den entsprechenden Abszissen von einer Nulllinie auf; die Kurve, welche die Funktion darstellt, betrachtet man als eine Parabel mit vertikaler Achse und bestimmt den Scheitel.

1. Fall. Die berechneten Werte entsprechen drei in arithmetischer Reihe liegenden Abszissen. Die drei Punkte A, B, C (Fig. 32) stellen drei berechnete Werte der Funktion dar.

Man zieht AC , macht $BE \perp AC$, zieht FG wagrecht und verbindet FC und AG . Diese beiden Geraden schneiden sich in dem Punkt X , welcher dem Maximum bzw. Minimum der Funktion entspricht und dessen Koordinaten genau gemessen werden können.

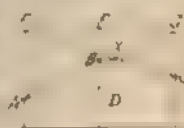


Fig. 32

2. Allgemeiner Fall (Fig. 33).

Man zieht AD horizontal, $DE \parallel AB$ bis zum Schnitt mit der Geraden BCF , halbiert FE in M und zieht nun $MG \parallel AB$. Der Punkt X , welcher das Maximum bzw. Minimum angibt, liegt auf dem Schnitt der Geraden AG mit der Senkrechten durch M .



Fig. 33

Die hier angegebenen Lösungen sind zwar ohne jede Beschränkung richtig, um den Scheitel einer durch 1, B , C gehenden Parabel zu finden; damit sie aber mit genügender Annäherung das Maximum bzw. Minimum der Funktion angeben, soll dieses womöglich zwischen den gerechneten Ordinaten liegen oder jedenfalls nicht sehr weit außerhalb derselben. Die Lösung gilt mit derselben Annäherung, mit welcher die betreffende Funktion innerhalb der in Betracht kommenden Grenzen als eine parabolische angesehen werden darf.

Das hiermit bestimmte Maximum bzw. Minimum ist in dem Sinne der Differentialrechnung zu verstehen, d. h. der Wert der Funktion ändert sich nicht für eine sehr kleine Änderung des Argumentes.

II. Inhalt von Flächen und Körpern.

a. Flächen ebener Gebilde.

1 Parallelogramm. Sind a und b die Seiten, h der Abstand der Seiten b , γ der stumpfe oder spitze Winkel, D und D_1 die Diagonalen, so ist

$$F = b h = a b \sin \gamma = \frac{1}{2} \left(a^2 b^2 - \frac{D_1^2 + D_2^2 - D_1^2 - D_2^2}{2} \right)$$

2 Trapez. Sind a und b die parallelen Seiten, h die Höhe, so ist $F = \frac{a+b}{2} h$

3 Viereck. Sind D_1 und D_2 die Diagonalen, φ der von ihnen gebildete Winkel so ist $F = \frac{1}{2} D_1 D_2 \sin \varphi$

4. Die Differenz F der Flächen A und B in Fig. 34 ist $F = \frac{1}{2} h n - m$. Die Fläche A ist gleich $\frac{h}{2} n$. Anwendung für Einfluslinien

5 Parabel. Fig. 35 Innere Fläche (schraffiert) $= \frac{1}{3} ab$, äußere Fläche $\frac{1}{3} ab$



Fig. 34



Fig. 35

Parabel-Dreieck. (Fig. 36.) Die (schraffierte) Fläche der Kurve ist $\frac{2}{3}$ der Fläche des Dreiecks aus den Tangenten und der Sehne. Die Außenfläche ist $\frac{1}{3}$ der Fläche des Dreiecks.

Eine flache Kurve kann meistens als eine Parabel betrachtet werden, die betreffenden Sätze sind dann ohne weiteres anwendbar.



Fig. 36

6. Simpsonsche Regel für beliebige Flächen (Fig. 37.) Man teilt die Grundlinie in eine gerade Anzahl gleicher Teile h , errichtet in den Teilpunkten die Ordinaten $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$. Man erhält den Flächeninhalt aus der Formel:

$$F = \frac{1}{3} h (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + y_n).$$

Das Ergebnis ist mathematisch genau, wenn y eine

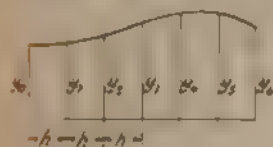


Fig. 37



Fig. 38

ganze Funktion höchstens dritten Grades ist, in diesem Fall genügt es, die Endordinaten und die mittlere Ordinate zu messen, man erhält: $F = \frac{1}{6} h (y_0 + 4y_n + y_1)$. (Fig. 38.)

Diese Formeln, sinngemäß angewendet liefern den Inhalt eines Körpers, ein statisches Moment, ein Trag

heitsmoment, den angenäherten Wert eines bestimmten Integrals usw.

b) Inhalt von Körpern.

1. **Pyramide und Kegel.** V = Grundfläche mal ein Drittel der Höhe.

2. **Abgestumpfte Pyramide bzw. Kegel.** F und f seien die parallelen Endflächen, h deren Abstand:

$$V = \frac{1}{3} h (F + f + \sqrt{Ff}).$$

3. **Obelisk, Keil und ähnliche Körper,** welche von zwei parallelen Ebenen begrenzt sind. Bezeichnen F_0 , F_1 und F_m die Flächen der parallelen Endquerschnitte und des in gleichem Abstand von beiden geführten, h die Entfernung von F_0 und F_1 , so ist

$$V = \frac{1}{6} h (F_0 + 4F_m + F_1).$$

Vgl. S. 21, Formel 3.

4. **Kugelkalotte** mit der Höhe h , Halbmesser r , aus einer Kugel mit Halbmesser R geschnitten:

$$V = \frac{1}{6} \pi h (3r^2 + h^2) = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h).$$

5. **Umdrehungsparaboloid.** Halbmesser der Grundfläche r , Höhe h : $V = \frac{1}{2} \pi r^2 h$.

Abgestumpftes Paraboloid. Halbmesser der Endflächen R und r : $V = \frac{1}{2} \pi h (R^2 + r^2)$.

6. **Buckelplatte** mit Seiten a und b und Stichhöhe h :
 $V = \frac{1}{2} abh$.

c) Flächen räumlicher Gebilde.

1. **Kugelkalotte.** $F = 2 \pi r h$.

2. **Buckelplatte.** Seiten a, b , Stichhöhe h :

$$F = ab + 2h^2 \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right).$$

II. ABSCHNITT

MECHANIK.

12. Grundbegriffe.

Die Mechanik zerfällt in zwei Teile. Statik oder Lehre von der Wirkung der Kräfte auf ruhende Körper und Dynamik oder Lehre von der Wirkung der Kräfte auf Körper, die sich in Bewegung befinden.

Unter Geschwindigkeit versteht man den Quotienten zurückgelegter Weg \div entsprechende Zeit, wenn die Geschwindigkeit veränderlich ist, so kann man die mittlere Geschwindigkeit während eines Zeitabschnittes in Betracht ziehen, oder die Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblicke, wozu sowohl Weg als Zeit unendlich klein zu nehmen sind. Die Dimension einer Geschwindigkeit ist immer Länge \div Zeit. z. B. $\frac{m}{sek}$.

Unter Beschleunigung versteht man den Quotienten Veränderung der Geschwindigkeit \div entsprechende Zeit mit der Dimension:

Länge \div Zeit². Wie bei der Geschwindigkeit kann man eine mittlere Beschleunigung in Betracht ziehen oder die Beschleunigung in einem bestimmten Augenblicke. Eine negative Beschleunigung wird sehr oft Verzögerung genannt.

Handelt es sich um eine drehende Bewegung um eine feste Achse, so wird die Geschwindigkeit der Punkte betrachtet, die um die Längeneinheit z. B. 1 m von der Achse entfernt liegen, oder es wird anstatt des zurückgelegten Weges der entsprechende Winkel in Bogenmafs gemessen. Man hat so die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung; die Dimensionen sind dieselben wie für eine gerade Bewegung.

Die Masse eines Körpers ist sein Gewicht, durch die Beschleunigung g eines in luftleerem Raume frei fallenden Körpers dividiert. Die Gröfse g ist auf der Erdoberfläche ziemlich konstant und hat den mittleren Wert $g = 981 \text{ kg/sek}^2$.

Eine Kraft wird in der Mechanik durch das Produkt Masse \times Beschleunigung eines frei fallenden Körpers gemessen, d. h. sie wird einfach durch ein Gewicht an gegeben, welches in kg oder in t ausgedrückt ist.

Beispiel. Welche Kraft ist erforderlich um einer Last von 50 t eine Geschwindigkeit zu erteilen, welche in 30 sek. von 0 allmählich bis auf 10 m/sek. steigt. Die Beschleunigung ist $\frac{10}{30} \text{ m/sek}^2$, also die nötige Kraft $F = 50 \times \frac{10}{30} = 167 \text{ t}$.

Die mittlere Geschwindigkeit ist 5 m/sek. folglich der von der Last zurückgelegte Weg $s = 50 \times 5 = 250 \text{ m}$. Dieselbe Kraft (negativ genommen) kann die Last von der Geschwindigkeit 10 m/sek. in 30 Sekunden zum Stillstand bringen. Der zurückgelegte Weg ist ebenfalls 250 m.

Wäre auf den Körper andere Kräfte positiv oder negativ, so sind diese mit den nötigen Vorzeichen in die Rechnung einzuführen. Hat man z. B. eine Widerstandskraft von 0,4 t, so müfste man die beschleunigende Kraft in denselben Zeit zu erreichen die + beschleunigende Kraft $167 + 0,4 = 167,4 \text{ t}$ wirken lassen. Der zurückgelegte Weg $s = 250 \text{ m}$ unverändert. Die widerstehende Kraft 0,4 t würde allein die Geschwindigkeit in 25 Sekunden auf 0 herabsenken, es ist also $\frac{10}{25} = \frac{2}{5} \text{ m/sek}^2$ die Beschleunigung, folglich $\frac{4}{25} = \frac{10}{x}$, woraus $x = 125 \text{ Sekunden}$. Der zurückgelegte Weg ist dann wie oben $s = 125 \times 5 = 625 \text{ m}$. Soll ein Körper verhalten gehalten werden, so hat man als negative Kraft das Gewicht des Körpers selbst zu rechnen. In diesem Falle müfste man also $167 + 50 = 217 \text{ t}$ anwenden.

Solange die Geschwindigkeit unveränderlich bleibt, ist nur so viel Kraft erforderlich, als Widerstand zu überwinden ist.

Nach dem hier angegebenen Verfahren berechnet man die Beschleunigungskraft und den Beschleunigungsweg bzw. die Bremskraft und den Bremsweg.

Zwei gleiche, parallel und entgegengesetzt gerichtete Kräfte bilden ein Kräftepaar, welches durch das Produkt einer der beiden Kräfte mit deren Abstand Hebelarm angegeben wird. Dieses Produkt heißt das Moment des Kräftepaares und hat die Dimension Kraft \times Länge. Sein Vorzeichen drückt die Richtung aus, nach welcher eine Drehung vom Kräftepaar hervorgerufen wird (meistens im Sinne des Uhrzeigers als positiv angenommen). Man erreicht, daß ein Moment unverändert bleibt, wenn man die Kraft mit einer beliebigen Zahl multipliziert und den Hebelarm durch dieselbe Zahl dividiert. In den dynamischen Aufgaben über sich drehende Körper wird das Moment dem Produkt Trägheitsmoment \times Winkelbeschleunigung gleich gesetzt. Unter Trägheitsmoment versteht man hier die Summe der Produkte der Massen aller Körperteilchen mit dem Quadrate ihrer Entfernung von der Achse). So ist man imstande, ähnliche Aufgaben zu behandeln wie für gerade Bewegung.

Zusammengesetzte Bewegungen behandelt man getrennt und addiert schliesslich die Ergebnisse.

Das Produkt einer nach Grösse und Richtung unveränderlichen Kraft mit dem von ihrem Angriffspunkt in ihrer Richtung zurückgelegten Weg heisst ihre Arbeit und wird als positiv aufgefaßt, wenn die Kraft dabei in ihrer Richtung fortgeschritten ist. Die Verschiebung des Angriffspunktes muß also auf die Krafterichtung projiziert werden, steht die Kraft senkrecht zur Verschiebung, so ist die Arbeit gleich 0. Die Arbeit eines Kräftepaares ist gleich seinem Moment multipliziert mit dem in Bogenmaass ausgedruckten Drehungswinkel, und ist je nach dem Sinn der Drehung positiv oder negativ.

Die Dimension der Arbeit ist immer Länge \times Kraft

Leistung oder Arbeitsstärke heißt die Arbeit in der Zeiteinheit. Man kann sie durch das Produkt $\text{Kraft} \times \text{Geschwindigkeit}$ ausdrücken oder durch den Bruch $\frac{\text{Kraft} \times \text{Länge}}{\text{Zeit}}$. Die gebräuchlichen Einheiten sind

- a das Kilogrammster pro Sekunde kgm/sek. ,
- b die metrische Pferdestärke PS $= 75 \text{ kgm/sek.}$,
- c in der Elektrotechnik das Watt $= \text{Volt} \times \text{Ampere}$
 $1 \text{ Watt} = 0,102 \text{ kgm/sek.}$
 $1 \text{ PS} = 736 \text{ Watt.}$
 $1 \text{ Kilowatt} = 1000 \text{ Watt} = 102 \text{ kgm/sek.} = 1,36 \text{ PS.}$

Wirkt eine Kraft P unmittelbar auf eine Fläche F so nennt man den Quotienten $\frac{P}{F} = \sigma$ die **Spannung**, welche der gleichmäßig verteilt angenommenen Kraft entspricht. Ihre Dimension ist $\sigma = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Länge}^2}$, also z. B. kg/cm^2 oder kg/m^2 usw.

13. Schwerpunkte.

a Schwerpunkte von Flächen

1. **Dreieck.** Der Schwerpunkt liegt auf $\frac{1}{3}$ jeder Mittellinie von der halbierten Seite ab, oder von irgend einer Seite als Grundlinie auf $\frac{1}{3}$ der Höhe.

2. **Trapez** mit den Parallelsseiten a und b , Höhe h . Der Schwerpunkt liegt auf der Höhe h , $= \frac{a + 2b}{a + b} \cdot \frac{h}{3}$ von der Seite a .

Graphisch findet man den Schwerpunkt, indem man jede der Parallelsseiten sowohl rechts wie links um die Länge der anderen verlängert und die erhaltenen Punkte kreuzweise verbindet. Der Schwerpunkt muß auf der Geraden liegen, welche die Mittelpunkte der Parallelsseiten verbindet. — Das nachstehende Verfahren für das Viereck ist auch gut anwendbar.

3. Viereck Fig 39). Macht man auf den Diagonalen $AE = CG$ und $BF = DG$, so liegt S im Schnittpunkt von FM und EM , wenn M und M_1 die Mitten der Diagonalen sind. Auch ist

$$MS = \frac{1}{3} MF \text{ und } M_1S = \frac{1}{3} M_1E.$$

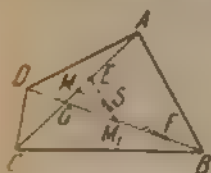


Fig 39

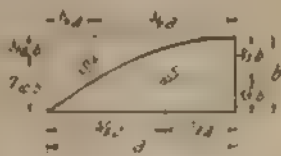


Fig 40

4. Kreissegment mit Flächeninhalt F und Sehne s . Die Entfernung des Schwerpunktes vom Zentrum ist:

$$h_0 = \frac{s^3}{12 F}$$

5. Parabolfläche. (Fig 40)

6. In der Praxis wird oft eine beliebig begrenzte Fläche durch Parallelen in schmale Streifen geteilt, die als Trapeze bzw. Dreiecke betrachtet werden. Man hat meistens nur nötig, die durch die

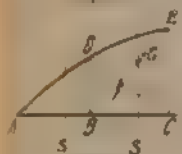


Fig 41

Schwerpunkte gehenden Parallelen zu den Teilungsgeraden zu konstruieren. Man macht Fig 41 $EG = BF$. Die Gerade durch den Schwerpunkt geht durch den Drittelpunkt von EG , welcher von F fern liegt.

Ist eine Abteilung dreieckig, so geht die Gerade durch den Drittelpunkt von BA .

b) Schwerpunkte von Körpern.

1. Pyramide und Kegel. Der Schwerpunkt liegt auf der Geraden, welche den Schwerpunkt der Grundfläche mit der Spitze verbindet, auf $\frac{1}{4}$ A von der Grundfläche

2. statisch. Keil und abgewinkelte Körper. Es ist die auf Seite 23 dargestellte Formel zu verwenden nach dem nötigenfalls die Grundfläche in Trapez zerlegt werden ist. — Auch die Formel für jeden einzelnen Teil richtig ist. Man ermittelt das statische Moment des ganzen Körpers und addiert die Entfernung des Schwerpunktes von der gewählten Ebene.

14. Leistung tierischer Motoren.

Ein Mann mittleres Gewicht 75 kg leistet bei anhaltender Arbeit $6-9 \frac{\text{kg m}}{\text{sek}} = 1-1\frac{1}{2} \text{ PS.}$ für kurze Zeit mit Zwischenpausen das Doppelte. An der Kurve $r = 3-4 \text{ m}$ ist der Druck $s = 10 \text{ kg}$ bei fortwährender Arbeit mit der Geschwindigkeit $0.75-1.00 \text{ m}$ $2-3 \frac{\text{Umdrehungen}}{\text{Minute}}$ für sehr kurze Zeit kann man das 2-3 fache rechnen bei gleicher Geschwindigkeit. Für sehr kurze Zeit kann ein Mann einen Druck oder Zug von 50-80 kg ausüben und eine Last von 100-150 kg ziehen.

Ein Pferd Gewicht 300-450 kg leistet auf längere Zeit $20-30 \frac{\text{kg m}}{\text{sek}} = 0.4-0.6 \text{ PS.}$ entsprechende Zugkraft 30-50 kg Geschwindigkeit $0.9-1.2 \text{ m/sek}$. Die größte Zugkraft für eine sehr kurze Zeit beträgt das 2-3 fache.

Für Gesehe rechnet am Gope. etwa 0.5 PS. Zugkraft 20-30 kg Geschwindigkeit $0.5-0.6 \text{ m/sek}$.

15. Reibungs- und Widerstandskoeffizienten.

a. Allgemeine Angaben.

Der Widerstand, den man überwinden muß, um eine Last auf einer horizontalen Bahn zu bewegen, besteht aus Reibung, wird proportional dem Gewicht an-

genommen, also gleich αP . Die wichtigsten Werte von α sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

	Für den Anfang der Bewegung	Für die Fortsetzung der Bewegung
Metall auf Metall, trocken	0,40	0,10
„ „ „ geschmiert	0,16	0,10
Holz auf Holz, trocken	0,50	0,35
„ „ „ eingefettet	0,16	0,10
Hanfseil auf Holz, trocken	0,60	0,40
Stein auf Metall	0,50	0,40
„ „ Holz	0,60	0,45
„ „ Stein od. auf hartem Boden	0,70	0,50

Der Reibungskoeffizient der Zapfen ist je nach der Schmierung und der Beschaffenheit der Flächen 0,05 bis 0,10 während der Bewegung und 8—10mal soviel beim Anfang derselben.

Der Widerstand, den man überwinden muß, um eine belastete Walze auf einer horizontalen Bahn zu rollen rollende Reibung wird durch das entsprechende Moment gegeben $M = Pf$; der Hebelarm f (in cm) ist bei ganz glatten Flächen $\frac{1}{20}$ für Metalle und $\frac{1}{12}$ für Holz.

Der Koeffizient der Gesamtreibung für Straßenfahrwerke ist:

auf Steinpflaster	$\frac{1}{60} - \frac{1}{30}$
auf Asphalt	$\frac{1}{100}$
auf Holzpflaster	$\frac{1}{50}$
auf chaussierten Straßen	$\frac{1}{15} - \frac{1}{35}$
auf Erdwegen	$\frac{1}{20} - \frac{1}{12}$

auf losem Sand	1	1
	6	3

Ist dabei eine Steigung von n ‰ zu überwinden, so kommt noch hinzu der Koeffizient $\frac{n}{1000}$.

b Widerstand der Eisenbahnzüge.

Man kann rechnen: P in t, W in kg:

für Güterzüge ($V = 15 - 30$ km/St)

$$W = 1,7 + 0,05 V \cdot P$$

für Personenzüge ($V = 30 - 50$ km/St):

$$W = 1,8 + 0,08 V \cdot P + \frac{48 V^2}{1000}$$

für Schnellzüge ($V = 60 - 80$ km/St):

$$W = 1,8 + 0,08 V \cdot P + \frac{32 V^2}{1000}$$

Für die Steigungen siehe oben.

Für Kurven mit Halbmesser r in m etwa $\frac{750}{r}$ kg t
für Normalspur.

Für Straßenbahnen ist der Widerstand etwa 5 kg t mit Rücksicht auf den mangelhaften Zustand der Gleise, auf die Unebenheit der Bahn usw. rechnet man 2–3 mal soviel. Auf Kurven erhöht sich der Widerstand um $\frac{500 d}{r}$ kg t, wo d = Radstand in m (bei normaler Spurweite).

Der Luftwiderstand wird zu $p = \frac{1}{8} v^2$ kg/m² angenommen, wo v = Fahrgeschwindigkeit in m/sek.

Nach dieser Formel wird mitunter der Winddruck berechnet, unter Annahme von $v = 30 - 40$, die Seewarte in Hamburg hat bis 42 m/sek gemessen, es ist aber nicht sicher, daß die mathematische Theorie, welche

zu der Formel führt, den wirklichen Verhältnissen entspricht.¹⁾

16. Eigenschaften der Baumaterialien.

Wird ein gerader prismatischer Stab vom Querschnitt F durch eine Längskraft P belastet, so daß die Spannung σ entsteht, so verlängert er sich direkt proportional seiner ursprünglichen Länge und der ein tretenden Spannung. Die Dehnung ist also:

$$\Delta l = l \frac{\sigma}{E} = \frac{P l}{E F}$$

Die GröÙe E , welche hier als Koeffizient vorkommt, heißt der Elastizitätsmodul und hat die Dimension $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$.

genau wie eine Spannung. Gleichzeitig findet eine Querkontraktion statt, d. h. eine Dimenson des Querschnitts z. B. der Durchmesser bei einem kreisförmigen, oder die Seite bei einem quadratischen Querschnitt wird kleiner, und zwar ist: $\Delta d = d \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot \frac{1}{m} = d \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{1}{m}$.

Die GröÙe m , die als Koeffizient aufzufassen ist, hat theoretisch für alle homogenen elastischen Körper den Wert 4, aus zahlreichen Versuchen leitete man den Wert $m = \frac{10}{3}$ für die meisten Metalle für GuÙeisen nicht konstant, etwa = 9 im Mittel).

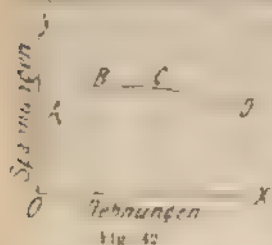
Für Druckkräfte gilt, eingemäßig geändert, dasselbe.

Tragt man bei einem Festigkeitsversuch die Spannungen als Ordinaten, die spezifischen Dehnungen

¹⁾ Nach den bei den sch. offiziierten Zossen Mann-felds gemachten Beobachtungen: $p = \frac{1}{15} v^2$ setzen. Die am vorderen Teil des Wagens angebrachten Windschneeden ßie einen Winkel von 90° bildeten, hatten eine Verengung des Luftkanals von 80% zur Folge. Die Luftverengung u. d. Kanalseite des Wagens war kaum merklich.

(d. h. $\frac{F}{l}$) als Abszissen auf, so erhält man die in Fig. 42

dargestellte Linie. Dieselbe verläuft gerade bis auf den Punkt A, die entsprechende Spannung heisst die Proportionalitätsgrenze oder die Elastizitätsgrenze. Zwischen A und B wird die Linie auf einmal viel flacher und krumm, dem Punkt B entspricht die Streckgrenze (bzw. Quetschgrenze), d. h. bis



auf diese Grenze geht die Formänderung bei der Entlastung zurück in der Praxis allerdings nicht vollständig. Jenseits von B treten bleibende Formänderungen ein, die Kurve wird immer flacher, erreicht in C das Maximum (Bruchspannung); der Bruch erfolgt erst bei D.

Kräfte, welche parallel zu einem Querschnitt wirken, rufen eine Schiebung hervor; ein ursprünglich rechter Winkel ist nach der Formänderung kein rechter mehr.

Das Verhältnis $\frac{\text{Schiebung}}{\text{Schubspannung}}$ hat einen konstanten Wert, dessen reziproke Grösse mit G bezeichnet und Gleitmodul genannt wird. Aus theoretischen Betrachtungen erhält man $G = \frac{m}{2m+1} E$, daher, mit $m = \frac{10}{3}$

$$G = \frac{5}{13} E = 0,385 E.$$

Schubspannungen, sowie Gleitmodul haben die Dimension $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$.

Die eben geschilderten Eigenschaften sind bei wenigen Baumaterialien in voller Schärfe vorhanden; im allgemeinen nehmen die Dehnungen schneller als die Belastungen zu, und ist das Verhalten sehr verschieden, je nachdem Druck oder Zug in Frage kommt.

Bei Biegungs- und Schubbeanspruchungen sind die Verhältnisse so verwickelt, daß sie theoretisch nicht einmal annäherungsweise festgestellt sind. Die zulässigen Beanspruchungen sind aus Versuchen abgeleitet, doch lassen sie sich meistens mit den Ergebnissen einfacher Zugproben nicht in Einklang bringen.

Folgende Tabelle enthält einige Angaben über die wichtigsten Metalle in t/cm^2 .

Material	Elastizitätsmodul	Zugmodul	Prozent Zug- festigkeit		Bruchspannung			
			Streckgrenze	Streckgrenze	Zug	Druck		
Schweiß- eisen	2000	770	1,3-1,7	2,2-2,8	3,3-4,0	3,3-4,0		
Flussstahl	2150	830	2,0-2,4	2,5-3,0	3,4-4,4	3,4-4,4		
					bis 6,4			
Stahlguss	2150	830	2,0-2,2	2,8-3,0	3,5-4,5	3,5-4,8		
Gussstahl	750-1050	200-400	—	—	1,2-1,8	7,0-8,0		
Rotguss	800-900	310-350	0,7-0,9	—	1,7-2,0	1,7-2,0		
Alu- metall	1000	385	1,8-2,2	—	3,6-5,8	3,6-5,8		

Für andere Baustoffe muß man sich darauf beschränken, den Elastizitätsmodul und die Bruchspannung anzugeben.

Material	Elastizitätsmodul	Bruchspannung	
		Zug	Druck
Holz parallel zu den Fasern	100-120	0,7-0,8	0,25-0,35
Granit und Basalt	300	—	1,2-1,6
Gneis	—	—	1,0-1,4
Sandstein	200	—	0,3-0,9
Kalkstein	—	—	0,4-1,8
Mauerwerk aus Bruchsteinen in Kalkmörtel	60	—	0,08
Mauerwerk aus Ziegelsteinen in Kalkmörtel	28	—	0,12
Mauerwerk aus Klinkern in verlängertem Zement	—	—	0,16

Material	Elastizitätsmodul	Bruchspannung	
		Zug	Druck
Reiner Portland-Zement, 1 Woche Erhärtung	140	0,016	0,16
Reiner Portland-Zement, 1 Jahr Erhärtung	320	—	0,36
Portland-Zement mit Sand ge- mischt	—	—	0,16—0,20
Stampfbeton aus Portland- Zement	200—300	—	0,16—0,32
Moniergewölbe	330	—	—
Guter Kalkmörtel	—	—	0,04

Die zulässige Beanspruchung beträgt ungefähr $\frac{1}{4}$ der Bruchspannung für Metalle, $\frac{1}{3}$ für Holz, $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{15}$ für Steine und ähnliche Materialien (vgl. Kap. 95).

III. ABSCHNITT

STATIK.

17. Grundlagen.

Eine beliebige Anzahl von Kräften im Raum befinden sich im Gleichgewicht, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind

1 Die Summen der Projektionen aller Kräfte auf drei beliebige nicht in einer Ebene liegende geraden Achsen müssen gleich Null sein;

2 Die Summen der Momente aller Kräfte in Bezug auf drei beliebige nicht in einer Ebene liegende Achsen müssen gleich Null sein

In der Ebene hat man statt sechs nur drei Gleichungen, denn es genügt, die Projektionen auf zwei Achsen und die Momente in Bezug auf einen beliebigen Punkt zu betrachten.

Der Angriffspunkt einer Kraft darf in ihrer Wirkungsgeraden willkürlich verlegt werden. Ein Moment ist auf jeden beliebigen Punkt einer Ebene die gleiche Wirkung und kann deshalb auf jeden Punkt bezogen werden.

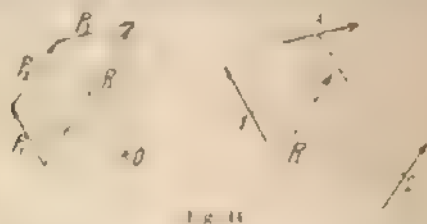
Zur Zusammensetzung von Kräften in der Ebene kann man ein rechnerisches Verfahren aus den Bedingungen für das Gleichgewicht abgeleitet anwenden, oder eine der folgenden graphischen Methoden

1. Man laßt zwei Kräfte in dem Schnittpunkt ihrer Wirkungslinien angreifen (Fig 43, die Mittelkraft R ist die Diagonale des aus P_1 und P_2 gebildeten Paral-

lelogrammes. Die Kraft R wird mit der dritten Kraft P_3 nach gleichem Verfahren zusammengesetzt usw. Diese Methode ist nur für eine mäßige Anzahl von Kräften mit Vorteil anwendbar, sind die Kräfte parallel, so muß

man durch Umwege zum Ziele kommen, z. B. indem man dem System eine passende Anzahl von gleichen und entgegengesetzten Kräften hinzufügt.

2 Die einzelnen Kräfte werden aneinandergereiht (Fig 44, die Schlußlinie R des Kräftezuges gibt die Mittelkraft nach Größe und Richtung an. Um ihre Wirkungslinie zu finden, projiziert man sämtliche Ecken von einem beliebigen Punkte O und konstruiert das sog Seileck oder Seilpolygon 1, 2, 3, dessen Seiten



parallel zu den Projektionsstrahlen sind. Zwei Strahlen, die irgendeine Kraft projizieren, entsprechen zwei Seiten des Seilpolygons, die sich in einem Punkte der betreffenden Wirkungslinie schneiden, der Schnittpunkt der ersten und der letzten Seite liegt auf der Wirkungslinie der Resultanten, die parallel zu R liegt und hier nach leicht konstruiert werden kann. Der Ausgangspunkt 1 kann willkürlich gewählt werden.

Will man eine Kraft P , deren Wirkungslinie gegeben ist, auf einen Punkt A wirken lassen, so denkt

man sich in A zwei entgegengesetzte Kräfte gleich P wirkend; die eine vereinigt man mit P zu einem Kräftepaar, die andere bleibt frei und greift in A an, sie hat gleiche Grösse, Richtung und Vorzeichen wie P .

Jedes System von Kräften, in der Ebene wie im Raume, läßt sich auf eine in einem gegebenen Punkt angreifende Kraft und auf ein Kräftepaar zurückführen. Das Kräftepaar ist durch sein Moment (Grösse einer der Kräfte \times Entfernung der beiden voneinander) und seine Ebene oder eine dazu rechtwinklige Gerade, die sog. Achse des Kräftepaares gegeben.

Bei der Untersuchung der Wirkung von äusseren Kräften auf einen beliebigen Körper muß man zuerst die Auflagerreaktionen bestimmen, welche im Zusammenhang mit den angreifenden Kräften ein für sich im Gleichgewicht befindliches System bilden. Durch jeden zu untersuchenden Querschnitt denkt man sich alsdann einen Schnitt so gelegt, daß der Körper in zwei Teile getrennt wird; den einen Teil denkt man sich mit allen daran angreifenden Kräften entfernt, die übrigen setzt man zu einer im Schwerpunkt des Querschnittes angreifenden Mittelkraft und einem Kräftepaar zusammen. Die Mittelkraft wird nun in eine senkrecht und eine parallel zum Querschnitt liegende Komponente zerlegt, die erste ist die Normalkraft, die zweite die Querkraft oder Schubkraft.

Das Kräftepaar (dessen Moment maßgebend ist, weshalb einfach nur die Benennung Moment gebräuchlich ist) wird in zwei Momente zerlegt; das eine, dessen Achse in dem Querschnitt liegt, heisst das Biegemoment, das andere, dessen Achse rechtwinklig zur Ebene des Querschnitts liegt, heisst das Torsionsmoment oder das Drehmoment.

Diese Zerlegungen können auch mit den Angriffskräften und Auflagerreaktionen vorgenommen werden. Betrachtet man alle auf einer Seite des Querschnitts liegenden Kräfte, so erhält man

Die **Normalkraft**, indem man alle Kräfte auf einer Normalen zum Querschnitt projiziert,

die **Querkraft**, indem man alle Kräfte auf die Ebene des Querschnittes projiziert und sie dann zusammenstellt,

das **Biegemoment**, indem man alle Momente in bezug auf zwei (meistens sich rechtwinklig schneidende) im Querschnitt liegende Achsen algebraisch addiert und nachtraglich zusammenstellt

das **Drehmoment**, indem man alle Momente in bezug auf eine zum Querschnitt rechtwinklig stehende Achse algebraisch addiert.

Für ein Gitterwerk tritt an Stelle des Schwerpunktes eines Querschnittes ein Knotenpunkt, den man sich durch einen geeigneten Schnitt von dem Rest des Systems getrennt denkt. Die Aufgabe kann nach demselben Verfahren behandelt werden, indem man alle Komponenten der äußeren Kräfte parallel zu den Richtungen dreier sich in dem Punkt schneidenden, aber nicht in einer Ebene liegenden Stäbe benutzt, und ebenso für die Momente drei passend gewählte Drehachsen. In der Ebene vereinfacht sich die Aufgabe wesentlich.

Das Produkt einer Kraft mit ihrem Hebelarm wird oft ihr **statisches Moment** genannt, das Produkt einer Kraft mit dem Quadrat ihres Hebelarmes heißt ihr **Trägheitsmoment**, das Produkt einer Kraft mit den Hebelarmen in bezug auf zwei Achsen heißt ihr **Zentrifugalmoment**.

Sind die Kräfte parallel, so werden ihre Hebelarme einfach durch die Entfernung ihrer Wirkungslinien von einer zu derselben parallel liegenden Geraden angegeben, diese Gerade führt oft auch den Namen **Achse**.

Wenn man die Momente aller Flächenteilchen eines Querschnittes als Kräfte auffaßt, so kann man das **statische** das **Trägheits** und das **Zentrifugalmoment** des Querschnittes bestimmen und zwar in bezug auf eine

bzw. zwei Achsen. Diese Funktionen spielen in der Theorie der Biegung eine wesentliche Rolle.

Das statische Moment in bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende Achse ist immer gleich Null.

Das statische Moment einer Fläche in bezug auf eine beliebige Achse ist gleich dem Flächeninhalt, multipliziert mit der Entfernung des Schwerpunktes von der Achse.

Auf dieses Prinzip stützt sich die Bestimmung des Schwerpunktes, man zerlegt die Fläche in Teile, deren Flächeninhalte und Schwerpunkte leicht zu bestimmen sind, und berechnet die statischen Momente dieser Flächen in bezug auf eine beliebige Achse. Die Summe dieser Momente unter Berücksichtigung der Vorzeichen, durch die Gesamtfläche des Querschnittes dividiert, ergibt die Größe, um welche man die gewählte Achse parallel zu sich selbst verschieben muß, damit sie durch den Schwerpunkt geht.

Durch Wiederholung des Verfahrens in bezug auf eine andere Achse ermittelt man schließlich die genaue Lage des Schwerpunktes. Diese Bestimmung kann auch graphisch geschehen vgl. Seite 61.

Die Flächenteilchen können im allgemeinen schmale Streifen sein, parallel zur gewählten Achse.

Ähnlich können die Trägheitsmomente berechnet werden, die Flächeninhalte der einzelnen Streifen werden mit dem Quadrat der Entfernungen von einer Achse multipliziert und die Resultate addiert. Nur müssen hier die Streifen ziemlich schmal sein, damit das Verfahren nicht allzu ungenau wird, oder man muß die eigenen Trägheitsmomente der einzelnen Streifen zum Resultat addieren.

Kennt man das Trägheitsmoment einer Fläche in bezug auf eine Schwerachse, so ist das Trägheitsmoment in bezug auf eine zweite zu dieser parallel liegenden Achse gleich der

Summe aus dem ersten Trägheitsmoment und dem Produkte des Flächeninhaltes mit dem Quadrate der Entfernung der beiden Achsen

Bezeichnet man mit J das Trägheitsmoment einer Fläche in bezug auf eine beliebige Schwerachse, welche mit der X -Achse den Winkel α einschließt Fig. 45, mit J_x und J_y die J_x Trägheitsmomente in bezug auf zwei rechtwinklige Schwerachsen, mit C das Zentrifugalmoment für dieses Achsenpaar, so ist $J = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - C \sin 2\alpha$. Diejenigen zueinander



Fig. 45

rechtwinklig stehenden Schwerachsen, für welche J ein Maximum bzw. ein Minimum wird, heißen die Hauptachsen. Ist eine Symmetrieachse vorhanden, so ist sie eine der Hauptachsen. Im allgemeinen ist die Lage der Hauptachsen durch die Gleichung bestimmt:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2C}{J_x - J_y}$$

dieselbe liefert für 2α zwei Werte, die um 180° voneinander abweichen, also für α zwei um 90° verschiedene Winkel.¹⁾

Die äußersten Werte von J sind

$$J_{\text{max/min}} = \frac{1}{2} (J_x + J_y) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (J_x - J_y)^2 + C^2}$$

Zur Berechnung der Trägheitsmomente kann man das bereits angegebene Verfahren anwenden. Man kommt aber meistens schneller zum Ziele, wenn man die Figur in möglichst große Teile zerlegt, für welche Trägheitsmoment, Fläche und Schwerpunkt leicht zu

¹⁾ Eine solche Berechnung ist erforderlich, wenn man das erste Trägheitsmoment für einen beliebigen Punkt der Fläche zu berechnen hat. Man kann auch nicht die Hauptachsen und das zu berechnende erste Trägheitsmoment finden, sondern nur die Werte von J für die Hauptachsen berechnen.



Fig. 46

teilen sind. Es ist dabei nur zu erwähnen, daß man tunlichst die Einführung großer negativer Flächenschnitte vermeiden soll, um nicht gezwungen zu sein, für große Zahlen genau zu berechnen, um ein kleines Resultat zu finden. Zusammengesetzte Querschnitte werden am besten nach den einzelnen dazu verwendeten Teilen zerlegt; dieses Verfahren bietet den Vorteil, als man die Berechnung leicht kontrollieren und eventuelle Änderungen ohne große Arbeit einführen kann. Ist der Querschnitt unsymmetrisch, so ist es oft zweckhaft, das Trägheitsmoment in bezug auf diejenige Achse zu bestimmen, für welche der größte Teil der einzelnen Profile symmetrisch liegt; in bezug auf diese Achse ermittelt man leicht den Schwerpunktsabstand, von dem berechneten Trägheitsmoment muß nur der Flächeninhalt der ganzen Figur, multipliziert mit dem Quadrat des Schwerpunkt-Abstandes, abgezogen werden.

Für solche Fälle ist auch das allgemeine graphische Verfahren von Mohr sehr gut anwendbar (Fig. 47).

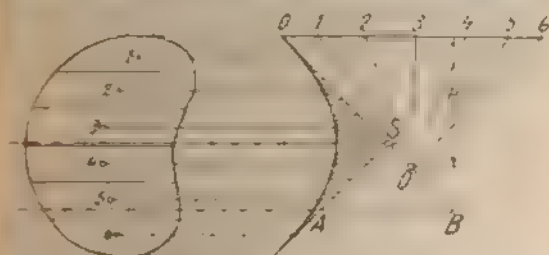


Fig. 47.

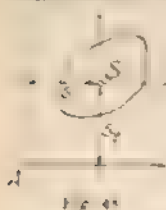
Man teilt die Figur in Streifen, betrachtet deren Flächen als Kräfte, die man mittels eines Seilpolygons zusammensetzt. In das Seilpolygon wird nun eine glatte Kurve eingeschrieben, und die schraffierte Fläche gerechnet. Das Trägheitsmoment in bezug auf die Schwerachse ist $J = 2 H F$. Hier wird H in dem Maßstab der Flächen gemessen. Die einzelnen Streifen können bis zu 1 cm und mehr angenommen werden.

nimmt man sie sehr schmal, ca. 5 mm oder weniger, so braucht man die Kurve kaum zu zeichnen. Bei der Abrundung der Ecken des Seilpolygons achte man darauf, daß die Berührungspunkte in der Verlängerung der Trennungsgerechten der Streifen liegen. Will man das Trägheitsmoment in bezug auf eine andere Achse haben z. B. AB , so kommt noch die Fläche des Dreiecks SAB hinzu.

Das Verfahren liefert auch unmittelbar den Schwerpunkt und ist deshalb für einige Aufgaben sehr geeignet, z. B. für die Untersuchung verschiedener I — Querschnitte mit oben und unten ungleicher und veränderlicher Anzahl von Lamellen. Die Genauigkeit ist für die Praxis vollständig genügend.

Sind die Hauptachsen eines Querschnittes von vorn herein nicht bekannt, so benutzt man am besten den Trägheitskreis (Seite 74), nachdem man zur Berechnung der dazu nötigen Momente ein passendes Achsenkreuz gewählt hat.

Zur Ermittlung der Zentrifugalmomente ist im allgemeinen das rechnerische Verfahren am besten geeignet. Dasselbe stützt sich auf folgendes Prinzip: kennt man das Zentrifugalmoment einer Fläche in bezug auf ein rechtwinkliges Schwerachsenkreuz, so ist das Zentrifugalmoment für ein anderes Achsenkreuz zum ersten parallelen



$C_x = C_y + Fy_1^2$ Fig. 48

In bezug auf die Hauptachsen ist immer $C_x = 0$. Für ein rechtwinkliges Dreieck ist z. B. C_x

$\frac{1}{72} b^3 h^2$ Fig. 55, für ein Rechteck $C_x = 0$. Man zerlegt die Figur in Rechtecke und rechtwinklige Dreiecke, was immer mit genügender Annäherung möglich ist, und rechnet nach obiger Formel die einzelnen C_x , die man schließlich addiert. Daß man dabei das Vorzeichen berücksichtigen muß, versteht sich von selbst.

Die Berechnung kann aber stets umgangen werden, wenn man zu den zwei Trägheitsmomenten ein drittes rechnet, und die Formel auf Seite 60 oder den Trägheitskreis nach Seite 74 benutzt.

Die Funktion $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$, welche eine Länge darstellt, wird der Trägheitshalbmesser des Querschnittes genannt und zur Behandlung gewisser Aufgaben mit Vorteil verwendet.

Addiert man die Produkte aus sämtlichen Flächen, bzw. Volumen- oder Massen-Elemente mit den Quadraten ihrer Entfernungen von einem Punkt bzw. einer Achse, so erhält man das sogenannte polare Trägheitsmoment. Dasselbe ist immer gleich der Summe zweier Trägheitsmomente in bezug auf zwei Achsen bzw. zwei Ebenen, die sich rechtwinklig im gegebenen Punkt bzw. Achse schneiden.

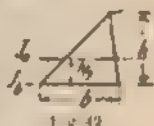
Momente höherer Ordnung kommen in der Statik nicht vor.

18. Momente ebener Gebilde.

a) Trägheits- und Widerstandsmomente.

1. Dreieck. Fig. 49 $J_0 = \frac{1}{36} b h^3$

$$W' = \frac{1}{24} b h^2, W'' = \frac{1}{12} b h^2, J_b = \frac{1}{12} b h^3$$



2. Rechteck. Fig. 50. $J_0 = \frac{1}{12} b h^3$

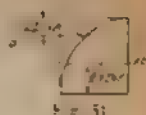
$$W' = \frac{1}{6} b h^2, J_b = \frac{1}{3} b h^3$$



3. Kreis. $J = \frac{\pi d^4}{64} = 0,049 d^4$ $W = \frac{\pi d^3}{32} = 0,098 d^3$

Kreisring. $J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ $W = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$

Viertelkreis. $J_x = 0,055 r^4$ Fig. 51.



Außenfläche. $J_o = 0,0075 r^4$.

4 Parabel. $J_x = \frac{8}{175} l f^3$;

$J_y = \frac{1}{30} f l^3$ (Fig. 52).

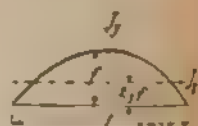


Fig. 52

5 Wellblech. (Figur 53.) Das Widerstandsmoment für 1 m Breite ist annäherungsweise $W = (19,6 + 35,4 \frac{h}{b}) h \delta$, und das



Gewicht $q = W (\frac{3}{h} + \frac{0,6}{b}) \text{ kg/m}^2$ (alle

Masse in cm). Diese Formeln sind auch für flaches Wellblech anwendbar.

b) Zentrifugalmomente.

1 Rechtwinkliges Dreieck. Fig. 54.

$$C_{xy} = -\frac{1}{72} b^2 h^2, \quad C_{yx} = +\frac{b^2 h^2}{24}.$$



Fig. 54

2 Rechteck. Fig. 55

$$C_{xy} = 0, \quad C_{yx} = +\frac{b^2 h^2}{4}.$$



Fig. 55

3 Eine beliebig gestaltete Fläche wird durch Parallelen zu der X- bzw. Y-Achse in Rechtecke und Dreiecke geteilt, worauf durch Anwendung obiger Formeln die Berechnung von C_{xy} möglich ist.

19. Festigkeitslehre.

I. Allgemeines.

Mit genügender Annäherung für die Praxis sind die Formänderungen direkt proportional den Belastungen, und die Wirkungen verschiedener Belastungen dürfen einfach addiert werden; dieses Gesetz ist aber nur gültig, so lange die Spannungen die Elastizitätsgrenze nicht überschreiten.

Eine rechtwinklig zu einem Querschnitt wirkende Kraft N ruft die Normalspannung σ hervor. Es ist

$\sigma = \frac{N}{F}$ positiv, wenn Zug. Die entsprechende Längenänderung eines homogenen Prismas der Länge l ist: $\Delta l = \frac{Nl}{EF} = \sigma \frac{l}{E}$, wo E den Proportionalitäts-Koeffizienten

oder das Elastizitätsmodul bedeutet. Die Längenänderung, auf die Längeneinheit bezogen, ist: $\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$. Die Querkontraktion (wenn σ positiv Zug, bzw. die Ausbauchung, wenn σ negativ Druck), ist $\frac{\epsilon}{m}$.

Wirkt die Kraft Q auf einen sehr kleinen Querschnitt in seiner Ebene, so wird die Schubspannung

$\tau = \frac{Q}{F}$. Die Formänderung eines Prismas der Länge l

ist $\Delta l = \frac{lQ}{FG} = \tau \frac{l}{G}$, für die Längeneinheit: $\gamma = \frac{\Delta l}{l}$.

Hier ist G der Schubelastizitäts-Koeffizient oder das Gleitmodul.

Die Wirkung einer Schubbeanspruchung besteht in einer Verschiebung der einzelnen Querschnitte parallel zueinander. Ursprünglich rechtwinklig zueinander stehende Seitenflächen des Körpers bilden nach der Formänderung schiefe Winkel.

Es wird meistens angenommen, daß für den Bruch nicht die größte in einem Punkt vorkommende Spannung sondern die größte spezifische Dehnung maßgebend ist wird dieselbe mit Hilfe von E in eine Spannung umgerechnet, so ergibt sich die sogenannte *reduzierte Spannung*, σ_{red} , welche für die Anstrengung des Materials maßgebend ist

Für jeden Punkt eines Körpers und für jeden Belastungszustand gibt es drei rechtwinklig zueinander stehende Ebenen nach welchen die Schubspannungen Null sind, die Spannungen in diesen Ebenen heißen die *Hauptspannungen*. Für die Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ist die

Dehnung, $\epsilon_1 = \frac{1}{E} \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{m} + \frac{\sigma_3}{m} \right)$ und die reduzierte Spannung $\sigma_{red} = \sigma_1 + \frac{1}{m} (\sigma_2 + \sigma_3)$. Die Bezeichnungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sind auf die Hauptspannungen so zu verteilen, daß der größte Wert für σ_{red} entsteht

Die Hauptspannungen für den reinen Schub τ sind ebenso groß wie τ und haben entgegengesetztes Vorzeichen. Unter den zulässigen Spannungen σ und τ besteht demnach die Beziehung: $\sigma = \tau + \frac{\tau}{m}$, woraus

$\tau = \frac{m}{m+1} \sigma$ und für $m = 10/3$, $\tau = 0,77 \sigma$. Im allgemeinen nimmt man an, daß die zulässige Schubspannung 0,8 der zulässigen Zug- bzw. Druckspannung betragen darf (wie es für $m = 4$ wäre), doch gibt es hierüber verschiedene Vorschriften (vgl. Kap. 95).

Können Spannungen nur in zwei Richtungen vor, so heißt der Belastungszustand ein ebener, und es ist $\sigma_{red} = 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{4 \tau^2 + \sigma^2}$. Der Fall kommt vor z. B. bei einer Welle, die gleichzeitig auf Drehung und auf Biegung beansprucht wird, bei dem Steg eines I-Eisens, der auf Biegung und Schub in Anspruch genommen wird, usw.

II. Zugfestigkeit.

Wenn ein prismatischer Körper vom Querschnitt F eine Last N trägt, so wird er auf $\sigma = \frac{N}{F}$ t/cm² beansprucht. Ist die Länge eine sehr beträchtliche, so daß das Eigengewicht des Körpers mit berücksichtigt werden muß, so berechnet man die Spannung in verschiedenen Querschnitten; den Körper setzt man notigenfalls aus verschiedenen Teilen mit zunehmendem Querschnitte zusammen. Anwendung bei Förderseilen, bei Zugstangen zur Bewegung der Pumpen in tiefen Schächten usw.).

Die Widerstandsfähigkeit von Drahten gegen Zug ist von ihrem Querschnitt und ihrem Umfang abhängig. Nach Karimarsch ist die Bruchlast in kg $P = a d - \beta d^2$, wo d in mm zu setzen ist, die Werte von a und β sind folgender Tabelle zu entnehmen

	Zuglast		Bruchlast	
	a	β	a	β
Stahldraht	21	50	3	45
Beste Eisendraht	12,5	50	3	26
Gewöhnlicher Eisendraht .	18	36	5	22,5
Messingdraht	8	43	5,5	22,5
Kupferdraht	7,5	27,5	0	18,5

Drahtseile aus Tiegelgußstahldrahten, 1,8–2,0 mm stark, zeigen eine Bruchlast von 11–13 t/cm², wenn nur der metallische Querschnitt gerechnet wird.

Die Festigkeit von Ketten ist wegen der eintretenden Biegungsspannungen wesentlich geringer als die des betreffenden Rundeisens. Die zulässige Belastung des Rundeisens ist 0,5 t/cm², sogar nur 0,4 t/cm² für Ketten, welche Stößen ausgesetzt sind (bei Dampfwinden), oder wo man schädliche Dehnungen vermeiden will (bei kalibrierten Ketten).

Stegketten sind widerstandsfähiger, ungefähr im Verhältnis 9/7.

Schrauben werden gewöhnlich nicht mehr als auf 0,4 bis 0,6 t/cm² beansprucht, höchstens 0,8 t/cm². Die zu rechnende Fläche ist diejenige des Kernes, das Material ist fast immer Schweisseisen, selten Flußeisen.

Hanfseile weisen eine Bruchfestigkeit von 0,60 bis 0,80 t/cm² auf, je nachdem sie einmal oder zweimal gezwirnt sind.

III. Druckfestigkeit.

Insofern die Knickfestigkeit nicht in Frage kommt gelten für die Dimensionierung dieselben Regeln wie für die Zugfestigkeit.

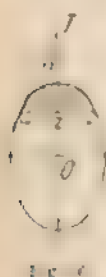
Für die Längenänderung sind immer dieselben Formeln gültig wie bei Beanspruchung auf Zug; das Vorzeichen wird im allgemeinen negativ angenommen.

IV. Schubfestigkeit.

Wirkt die Kraft Q auf einen sehr kleinen Querschnitt F in seiner Ebene, so ist die Schubspannung

$$\tau = \frac{Q}{F} \text{ t/cm}^2$$

Auf Querschnitte endlicher Größe verteilt sich die Kraft nach einem weniger einfachen Gesetze. Am



Rande des Querschnittes ist die Spannung immer tangential zu der Begrenzungslinie gerichtet, in allen Ecken ist sie gleich Null. Ist TO Fig. 56 die Richtung der Querkraft und nennt man J das Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes, S das statische Moment des schraffierten Teiles, beide auf die rechtwinklig zu TO stehende Schwerachse bezogen, so ist die Spannung

am Rande $\tau = \frac{Q S}{J z \cos \alpha}$. Man nimmt an, daß die Spannungen aller Punkte der Sehne z nach T gerichtet sind und daß ihre Projektionen auf TO alle denselben

Wert $\frac{Q}{J} S$ haben. Diese Spannungen sind im allgemeinen am größten für die Schwerachse, wo S den größten Wert hat. Für ein Rechteck ist $\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F}$, für einen Kreis $\tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{Q}{F}$, für einen Kreisring mit sehr genügender Wandstärke $\tau_{max} = 2 \frac{Q}{F}$, für ein Quadrat, welches überdeckt liegt, $\tau_{max} = 1.59 \frac{Q}{F}$. Für I-, □- und U-formige Querschnitte mit dünnem Steg ist mit genügender Annäherung $\tau = \frac{Q}{F'}$, wo F' den Querschnitt des Steges bezeichnet, τ ist in diesem Falle ziemlich konstant für den ganzen Steg.

Für solche Querschnitte ist die Biegungslinie infolge der Schubkräfte durch die entsprechende Momentenlinie dargestellt, deren Ordinaten durch $F' G$ dividiert werden müssen. Für $E = 2150 \text{ t/cm}^2$ ist $G = 830 \text{ t/cm}^2$.

V. Drehungsfestigkeit.

Wird ein gerader stabförmiger Körper durch ein Kräftepaar beansprucht, dessen Achse mit der Achse des Körpers zusammenfällt, so hat man den Fall der reinen Verdrehung (Torsion). In dem Körper entstehen nur Schubspannungen, deren größter Wert nach der Formel $\tau = \frac{M}{W_d}$ gerechnet wird. Hier ist M das Moment des angreifenden Kräftepaares, W_d das sogenannte Widerstandsmoment der Drehung. Für die meist vorkommenden Querschnitte hat W_d folgende Werte:

Kreis mit Durchmesser d $W_d = \frac{\pi}{16} d^3$

Kreisring $W_d = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D}$

Rechteck mit Seiten

$$a \text{ und } b (a > b). \quad . \quad . \quad . \quad W_d = \frac{2}{9} a b^2$$

$$\text{Hohles Rechteck} \quad . \quad . \quad . \quad W_d = \frac{2}{9} \frac{a b^3 - a_1 b_1^3}{b}$$

I- und \square -Querschnitte mit
konstanter Stärke s , Flansch-

$$\text{breite } b, \text{ Steghöhe } h \quad . \quad . \quad W_d = \frac{2}{9} s^2 [h + 2(b-s)]$$

Kreuz- und winkelförmige
Querschnitte, b , h und s , wie

$$\text{oben} \quad . \quad . \quad . \quad W_d = \frac{1}{9} s^2 (h + b - s).$$

Der Verdrehungswinkel eines prismatischen Stabes
mit der Länge l und den Hauptträgheitsmomenten J_x

und J_y ist. $\Theta = \psi \frac{J_x + J_y}{4 J_x J_y} \frac{M}{G} l$ (in Bogenmaße);

$$\text{für eine Ellipse } \Theta = \psi \frac{M}{\pi G} \frac{b^2 + c^2}{b^3 c^3} l;$$

$$\text{für einen Kreis } \Theta = \psi \frac{32}{\pi} \frac{M}{G d^4} = \psi \frac{2}{\pi} \frac{M}{G r^4} l;$$

$$\text{für ein Rechteck } \Theta = \psi \frac{9}{2} \frac{M}{G} \frac{b^2 + c^2}{b^3 c^3} l.$$

Letztere Formel kann verwendet werden, um die
Formänderung eines auf Torsion beanspruchten Bleches
zu berechnen.

Ist ein stabförmiger Körper auf beiden Enden ein-
gespannt und in der Entfernung a vom linken, b vom
rechten Ende durch ein drehendes Moment beansprucht,
so verteilt sich dieses auf beide Seiten in umgekehrtem
Verhältnis der Längen a und b ; der Torsionswinkel
wird also ermittelt, indem man in die oben angegebene
Formel für Θ das ganze Moment M einführt, die Länge
des Stabes aber nicht $= a + b$, sondern $= \frac{a b}{a + b}$ setzt.

Der Koeffizient ψ ist nach Grashof $= 1$ für kreis-
förmige Querschnitte, $= 1,2$ für quadratische und ellip-

ische Querschnitte, $\approx 1,2 - 1,5$ für mehr und mehr langliche, rechteckige Querschnitte, wobei der erste Wert ziemlich unverändert gültig bleibt bis $\frac{a}{b} = 7,6$

Ein T oder C förmiger Balken kann Drehmomente aufnehmen, wenn er auf beiden Enden so aufgelagert ist, daß jeder Flansch für sich als ein biegungsfester Balken betrachtet werden kann. Das Drehmoment wird einem Kräftepaar gleichgesetzt, dessen Kräfte den oberen bzw. unteren Flansch belasten; die Berechnung erfolgt dann auf Biegung. Jeder Flansch muß für sich an jedem Ende aufgelagert werden. Diese Bauart ist für die Praxis empfehlenswert, indem sie kleinere Nachgiebigkeit und bessere Auflagerung bedingt. Sehr geeignet dazu sind die breitflanschigen Profile (Grey Trager und ähnliche). Der Verdrehungswinkel wird aus den Durchbiegungen der beiden Flansche berechnet.

Eine dreiwandige Säule mit I-, C- oder L-förmigem Querschnitt kann nur dann als torsionsfest gelten, wenn ihr Fuß und Kopf keine Drehung um die vertikale Achse machen können, nur dann sind die Auflagerungsbedingungen erfüllt. Muß eine solche Säule in jeder Richtung pendeln können, so sind Kugelgelenke nicht zulässig, vielmehr sind zwei übereinanderliegende Bolzen am Platz. Zwei sauber angepalste Knaggen leisten auch dieselben Dienste. Eine derartige Säule mit Kugellagern konnte gefährdet werden, auch ohne daß ein merkbares Drehmoment vorhanden ist, vielmehr genügt hierzu eine im Vergleich zu den vorhandenen Querschnitten starke Druckbelastung. Es liegt hier ein Fall vor, der mit der Knickfestigkeit gerader Stäbe zu vergleichen ist. Die Gefahr ist nur für sehr schlankte Säulen vorhanden bzw. für Konstruktionen, die gegen Windschlag werden mangelhaft gesichert sind.

Räumliche Fachwerke können so konstruiert werden, daß die Gurtungen sehr wenig belastet sind und die Übertragung der Kräfte fast ausschließlich durch die

Diagonalen der Wände geschieht. Besonders vorteilhaft sind in diesem Falle die Fachwerke, welche auf einem rechteckigen Grundriss Dreieck, Quadrat usw. gebaut sind. Vg. S. 233. In der Praxis kommt aber eine reine Torsionsbeanspruchung niemals vor.

VI. Biegezugfestigkeit.

Es soll zuerst vorausgesetzt werden, daß der stabförmige Körper nur von Kräften angegriffen wird, welche in einer Ebene liegen, die alle Querschnitte in einer Hauptachse schneidet. Langs- oder Achsenkräfte seien nicht vorhanden.

Bezeichnet man mit

J das Trägheitsmoment des Stabquerschnittes auf die Schwerachse bezogen,

M das Biegemoment,

σ die Normalspannung,

r die Entfernung einer Faser von der Schwerachse

so lautet die Grundgleichung der Biegezugfestigkeit

$$\sigma = M \frac{r}{J}$$

Auf der Schwerachse sind demnach die Biegezugspannungen gleich Null.

Ist die größte Entfernung der Faser von der neutralen Achse gleich r , so ist die größte Spannung

$\sigma_{\max} = M \frac{r}{J} = \frac{M}{W}$, wenn man mit W das Widerstands

moment $\frac{J}{r}$ des Querschnittes bezeichnet. Für unsymmetrische Querschnitte hat man für r und folglich auch für W zwei Werte, einen für die gedruckten und einen für die gezogenen Fasern.

In jedem Querschnitt treten außerdem auch Schubspannungen auf, welche direkt proportional der Querkraft Q sind und sich je nach der Gestalt des Quer-

schnitten verschieden über denselben verteilen. Sie kommen immer paarweise vor, und zwar gleichzeitig in der Ebene des Querschnittes und senkrecht dazu, parallel zur Achse des Körpers; diese Spannungen sind stets einander gleich und erreichen ihren größten Wert auf der Nullachse, wo S am größten ist. Hiernach ist die Spannung im allgemeinen in keinem Punkt so groß wie in den äußersten Fasern, wo $r = 0$ und $\sigma_{\text{red}} = \sigma_{\text{max}}$. Eine Ausnahme machen **I**- und **C**-Querschnitte mit dünnem Steg, wenn die Länge des Trägers nicht groß ist und die Belastung dagegen sehr hoch, so daß das Biegemoment einen hohen Wert annimmt; in solchen Fällen ist der Anschluß des Flansches an den Steg am meisten gefährdet.

Im allgemeinen Fall liegen die angreifenden Kräfte in verschiedenen Ebenen. Man tut wohl am besten, sämtliche Kräfte nach den Ebenen der Hauptachsen zu zerlegen, die beiden Belastungen getrennt zu untersuchen und die zusammengehörenden Spannungen algebraisch zu addieren.

Ein oft vorkommender Fall ist der, wo die Kräfte zwar alle in einer Ebene liegen, diese aber die Balkenquerschnitte nicht nach einer Hauptachse schneidet, z. B. bei **L**-Eisen und bei schragliegenden **C**- und **I**-Eisen als Fetten von Dächern usw. Das Moment wird immer auf den Schwerpunkt des Querschnittes bezogen, und die Nulllinie geht durch den Schwerpunkt, so lange keine Längskräfte auftreten, aber sie liegt nicht mehr rechtwinklig zur Belastungsebene.

Man kann die eintretenden Spannungen durch die Formel $\sigma = M \frac{r}{J}$ ausdrücken, wo J ein vorläufig nicht bestimmtes Trägheitsmoment darstellt, und r die Entfernung der in Frage kommenden Faser von der Nulllinie bedeutet. Die Ermittlung von J und der Lage der Nulllinie geschehen am besten graphisch nach Mohr mit Hilfe des Trägheitskreises.

Um ihn zu konstruieren, wählt man zwei rechtwinklig zueinander liegende Achsen OX und OY Fig. 57

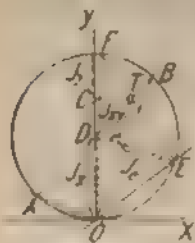


Fig. 57

parallel zu den Richtungen der bekannten Trägheitsmomente J_x und J_y und trägt in einem beliebigen Maßstab. $OC = J_x$, $OD = J_y$, $OE = J_z$ = Zentrifugalmoment in bezug auf die zu OX und OY parallelen Schwerachsen. Diese Strecke (welche positiv oder negativ sein kann) muß nach der Seite aufgetragen werden, für welche

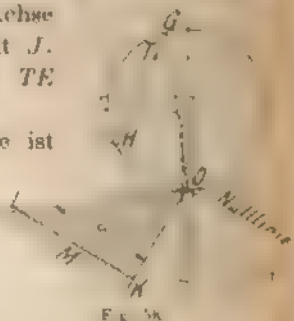
die parallel zu OX gemessenen Längen das entsprechende Vorzeichen erhalten haben

Auf OY als Durchmesser legt man einen Kreis, zieht man den Durchmesser durch ED , so sind OA , OB die Richtungen der Hauptachsen, die entsprechenden Trägheitsmomente sind EA und EB . Für eine beliebige Achse OE ist das Trägheitsmoment gleich der Projektion von ED auf den Halbmesser durch E . Das Zentrifugalmoment für zwei beliebige Achsen durch O ist gleich dem Abstand der zugehörigen Kreissehne von F .

Zwei Achsen, für welche das Zentrifugalmoment gleich Null ist, heißen konjugiert oder zugeordnet, die zugehörige Sehne muß demnach durch F gehen, wie z. B. EF . Das auf eine Achse OE bezogene Trägheitsmoment J ist gleich der Projektion von TE auf den Halbmesser ED .

Die Richtung der Nulllinie ist zur Kraftlinie konjugiert; der Krafttrichtung OF entspricht also die Nulllinie OE . Jetzt ist man imstande, die oben angegebene Formel anzuwenden.

Etwas einfacher ist folgende Konstruktion der Spannung. Man denkt sich O in den Schwerpunkt des Querschnittes verlegt Fig. 58, so



60) die Richtung der Kraft, so ist OH die Nulllinie. Man macht $OK \approx TH$ rechtwinklig zu OH , KL parallel OH und gleich dem angreifenden Moment M . Die schraffierte Fläche stellt die Spannungen in dem für M und für die Figur gewählten Maßstab dar. Wie man die Kantenspannung findet, geht aus der Figur deutlich hervor.

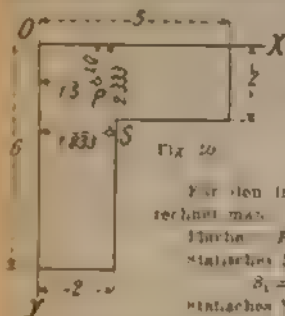


Fig. 20

Zur Erläuterung dieses Verfahrens sei ein ganz allgemeiner Fall behandelt.

Für den in Fig. 60 dargestellten Querschnitt berechnet man:

$$\text{Fläche } F = 14 \text{ cm}^2$$

$$\text{Statisches Moment in bezug auf } OY$$

$$S_1 = 4 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 22 \text{ cm}^3$$

$$\text{Statisches Moment in bezug auf } OX$$

$$S_2 = 2 \cdot 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 42 \text{ cm}^3$$

Es liegen die Koordinaten des Schwerpunktes

$$x = \frac{S_2}{F} = 3,0 \text{ cm} \quad y = \frac{S_1}{F} = 1,57 \text{ cm}$$

$$\text{Die Flächenträgheitsmomente sind } J_x = \frac{1}{3} (2 \cdot 6^3 + 1 \cdot 2^3) - 18 \cdot 2 \cdot 3^2 = 54 \text{ cm}^4$$

$$J_y = \frac{1}{3} (1 \cdot 2^3 + 2 \cdot 3^3) - 18 \cdot 1 \cdot 4^2 = 21 \text{ cm}^4$$

Schließlich ist das Zeilungsmoment

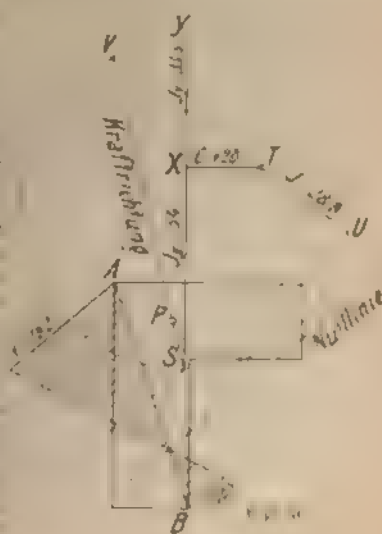
$$I = 12 \cdot 1000 = 12000$$

$$I = 12000 \cdot 1000 = 12 \text{ cm}^5$$

Dann konstruiert man den Trägheitskreis (Fig. 60) auf dem Querschnitt wenn die Momente M_x und M_y und die Normalkraft F wissen. Man schneidet diese Resultante auf einen konzentrischen Zug bzw. Druck, oder, man ist Kraft F an einem Punkt angreift, der dessen Koordinaten

$$x = \frac{M_y}{F} \quad \text{und} \quad y = \frac{M_x}{F}$$

hat. Von recht nach der Größe M ist es zu wählen. F und die Flächenträgheitsmomente sind durch den Punkt T in der Nulllinie parallel zur Resultante M . Das größte und kleinste Spannungsmoment ist hier



VII. Zusammengesetzte Beanspruchung.

a) Biegung und Druck bzw. Zug.

Hat ein Stab ein Biegemoment und eine normale achsiale Kraft aufzunehmen, so ist die oben angegebene Formel für reine Biegung noch gültig, es kommt aber hinzu die Spannung infolge der Normalkraft N . Da diese in dem Schwerpunkt angreift¹, so verteilt sie sich gleichförmig auf den ganzen Querschnitt; es ist also:

$$\sigma = \frac{My}{J} + \frac{N}{F}$$

Die Spannungsverteilung ist hiernach immer noch eine lineare, nur geht die Nulllinie nicht mehr durch den Schwerpunkt, vielmehr ist ihre Entfernung davon

$z = -\frac{N}{F} \frac{J}{M}$, sie kann auch ganz außerhalb des Querschnittes liegen, in welchem Fall nur Spannungen gleichen Vorzeichens eintreten. Auf alle Fälle ist die Spannung im Schwerpunkt $\frac{N}{F}$, gleich der mittleren Spannung des ganzen Querschnittes.

Für den Fall, daß die Ebene des Momentes den Querschnitt in einer Traghauptachse schneidet, läßt sich eine übersichtliche Formel aufstellen, um die größte eintretende Spannung zu berechnen. Man kann

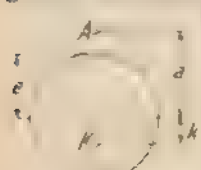


Fig. 62

sich immer das Moment als Produkt der Kraft N mal einer gewissen Länge a vorstellen. Die größte Spannung tritt am Rande des Querschnittes ein, drückt man sie mit Hilfe der Entfernung des in Frage kommenden Punktes von der neutralen Achse aus, so ergibt sich mit $M = aN$

$$\sigma = aN \frac{e}{J} + \frac{N}{F} = \frac{aN}{W} + \frac{N}{F} = \frac{N}{W} \left(a + \frac{W}{F} \right)$$

¹ Ist das nicht der Fall, so kann man sie immer als dorthin parallel verschoben vorstellen, wobei es Moment gleich Kraft · Verschiebung herauskommt.

Rechnet man die Größe $k = \frac{W'}{F}$, welche eine Länge darstellt, und trägt man den Wert k nach der entgegengesetzten Seite von A auf (Fig. 62), so ist:

$$\sigma = \frac{M}{W'} (a + k).$$

Die Formel für den Fall einfacher Biegungsbeanspruchung ist also auch hier gültig, wenn man nur das Moment auf den Punkt K bezieht. Es ist alsdann

$\sigma_{\max} = \frac{M}{W'} (a + k)$. Für den allgemeinen Fall ist eine so übersichtliche Berechnungsart nicht einfach auszuführen wegen der umständlichen Bestimmung des Widerstandsmomentes; man zerlegt dann am besten das Moment in zwei Momente nach den Richtungen der Hauptachsen, und behandelt getrennt die beiden Komponenten und die Normalkraft.

Für gewisse Aufgaben ist es wichtig, die Nulllinie zu konstruieren, um gleich zu übersehen, ob die Spannungen auf dem ganzen Querschnitt gleiches Vorzeichen haben (z. B. bei Untersuchungen von Mauerpfeilern, Fundamenten u. dgl.). Im allgemeinsten Fall verwendet man am besten den Trägheitskreis (Seite 74), um die Richtung der Nulllinie zu finden, ihre Entfernung von dem Schwerpunkt ist $s = \frac{J'}{aF}$; J' entspricht der auf

Fig. 58 mit TH bezeichneten Strecke, a bedeutet die Entfernung des Angriffspunktes der Kraft vom Schwerpunkt, F die Fläche des Querschnittes. Die Nulllinie liegt immer auf der entgegengesetzten Seite der Kraft.

Für einfache Fälle, wie beim rechteckigen Querschnitt, kommt man schneller zum Ziel, wenn man die Spannungen für drei Punkte rechnet, woraus die Lage

¹⁾ Indem die Ebene des angreifenden Momentes eine vollständige Drehung macht, umhert der Punkt K eine geschlossene Linie, welche den sogenannten Kern des Querschnittes (engl. kern) darstellt, deshalb nennt man K einen Kernpunkt.

der Nulllinie rechnerisch oder graphisch leicht gefunden wird. Z. B. trägt man (Fig. 63) die drei Spannungen $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$ in einem beliebigen Maßstab auf drei Paral-

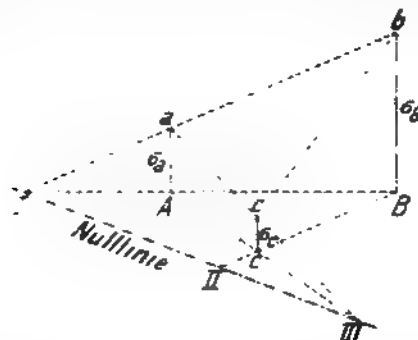


Fig. 63.

len auf (deren Richtung gleichgültig ist) und zieht die Geraden ab, AB, ac, AC, bc, BC , wodurch drei Punkte der Nulllinie bestimmt werden. Analytisch findet man z. B. den Punkt I mittels der Formel:

$$AI = AB \frac{\sigma_a}{\sigma_a - \sigma_b}$$

Am besten wählt man die Punkte A, B, C sehr weit voneinander, womöglich in den Ecken, wo die größten bzw. die kleinsten Spannungen vorkommen. Ofters kann man ohne große Arbeit 4 Spannungen ermitteln, was eine zuverlässigere Konstruktion ermöglicht; indessen hat eine übertriebene Genauigkeit in diesem Falle keinen besonderen Wert.



Fig. 64.

Die Lage der Nulllinie kann auch nach dem Verfahren von Mohr (Fig. 64) bestimmt werden. Auf den Hauptachsen des Querschnittes trägt man die Trägheits-

halbmesser a und b auf und zwar $a = \sqrt{\frac{J_x}{F}}$, $b = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$.

In gleichem Maßstab trägt man nach seinen Koordinaten den Angriffspunkt A der Normalkraft auf. Die aus der Figur ersichtliche Konstruktion liefert die Nulllinie

Umgekehrt kann man den zu einer gegebenen Null-
linie entsprechenden Angriffspunkt A bestimmen.

b) Beanspruchung durch Normal- und Schubspannungen.

Kennt man die drei Hauptspannungen, die im allgemeinen Fall in jedem Punkte eines belasteten Körpers vorkommen, so lassen sich die auf Seite 66 angegebenen Formeln unmittelbar anwenden. Die Bestimmung der Hauptspannungen erfordert aber im allgemeinen eine komplizierte Berechnung, welche in der Praxis auf viele Schwierigkeiten stößt.

Für den meist vorkommenden Fall des ebenen Belastungszustandes vereinfachen sich die Formeln derart, daß ihre Anwendung leicht wird (vgl. auch Seite 67).

VIII. Knickfestigkeit.

a) Eulersche Formel.

Zur Berechnung derjenigen Last P , welche gerade ein Ausknicken des Stabes hervorrufen würde, sind verschiedene Formeln aufgestellt worden, von denen am häufigsten die Eulersche zur Verwendung gelangt. Streng genommen gilt sie nur für sehr schlanke Stäbe, z. B. bei Spitzenlagerung, wenn $\frac{l}{r} = \frac{\text{Länge}}{\text{Tragflächshalbmesser}}$ 80 für Aufseisen, 112 für Schweisseisen, 105 für Flußeisen, 110 für Holz. Für größere Längen wird bei der Knickbelastung die Elastizitätsgrenze nicht überschritten. Wenn man aber, wie üblich, nur $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ der Knicklast zusetzt, so ist allerdings ein Stab auch bei einer ganz allgemeinen Verwendung der Eulerschen Formel gegen Ausknicken sicher, allein der Sicherheitsgrad ist kleiner als der gerechnete.

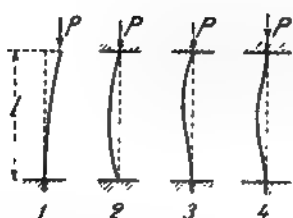


Fig. 65.

Bezeichnet man mit
 l die Länge des Stabes in cm;
 J das kleinste Trägheitsmoment seines Querschnittes in cm^4 ;
 E den Elastizitätsmodul des Materials in t/cm^2 ,
 so beträgt die Knicklast nach

Euler in folgenden Fällen:

1. Ein Ende des Stabes fest eingespannt, das andere frei: $P = \frac{\pi^2}{4} \frac{EJ}{l^2}$;

2. beide Enden frei und in der ursprünglichen Richtung geführt (Grundfall): $P = \pi^2 \frac{EJ}{l^2}$;

3. ein Ende fest eingespannt, das andere in der ursprünglichen Richtung geführt: $P = 2\pi^2 \frac{EJ}{l^2}$;

4. beide Enden fest eingespannt: $P = 4\pi^2 \frac{EJ}{l^2}$.

Für π^2 wird hier oft ≈ 10 gesetzt.

In den meisten Anwendungen dürfte Fall 2 vorliegen, der auch dann anzunehmen ist, wenn eine Säule auf einem breiten Fuß ruht. Das Verhältnis der Knicklast zur wirklichen Belastung pflegt man anzunehmen: 8 für Gussisen, 10 für Holz, 5 für Fluß- und Schweißisen.¹⁾

Als Knicklänge eines nach Fall 2 zu berechnenden Stabes ist im allgemeinen die geometrische Länge zwischen den theoretischen Knotenpunkten zu setzen. Wird das Resultat dadurch auch zu ungünstig, so er-

¹⁾ Es wäre richtiger, nicht die wirklich eintretende Kraft, sondern $\frac{1}{5} P$ bzw. $\frac{1}{14} P$ bzw. P als maßgebend für diese Berechnung zu betrachten, wobei P die theoretisch erforderliche Querschnittsfläche bedeutet, und die sich ergebende Zahl eine Kraft in t darstellt. So würde man am einfachsten dem Umstand Rechnung tragen, daß die einfache Beanspruchung auf Druck nicht immer die 8-, bzw. 10-, bzw. 5-fache Sicherheit bedingt.

scheint wohl diese Annahme gerechtfertigt mit Rücksicht auf die eventuelle Ungültigkeit der Eulerschen Formel, sowie auf die etwa vorhandene Exzentrizität der Kraft bzw. Krümmung des Stabes usw. Nur bei besonderer Steifigkeit der anschließenden Glieder kann man bis auf etwa 0,8 l heruntergehen, ein Fall, der bei Windverbanen vielfach vorkommt.

Das in die Berechnung einzuführende Trägheitsmoment ist das kleinste derjenigen, die bei der Ausbiegung des Stabes in Betracht kommen, sollte die Ausbiegung in einer gewissen Richtung nur bei gleichzeitiger Verdrehung der an sich steifen Anschlußglieder möglich sein, so gilt für diese Richtung der Stab als eingespannt. So sind im allgemeinen Stäbe, die aus einem einzigen Winkelisen bestehen, nicht nach dem absolut kleinsten Trägheitsmoment zu wählen, sondern nach dem Trägheitsmoment in bezug auf eine parallel zu den Schenkeln liegende Schwerachse.

Ähnlich wie die Eulerschen Formeln wurden folgende abgeleitet, wo P immer die größte in dem Stab vorkommende Druckkraft bedeutet.

5. Befestigung wie bei 1, achsiale Last auf der ganzen Länge des Stabes gleichmäßig verteilt z. B. Eigengewicht: $P = 7,90 \frac{E J}{l^2}$;

6. Befestigung wie bei 2, Belastung wie bei 5
 $P = 18,75 \frac{E J}{l^2}$

7. Befestigung wie bei 1, Last zunehmend nach dem eingespannten Ende hin, und zwar proportional den Ordinaten einer Parabel, welche dort den Scheitel hat
 $P = 16,2 \frac{E J}{l^2}$;

8. Befestigung und Belastung wie bei 2, das Trägheitsmoment sei im allgemeinen J , auf einer kurzen Strecke in der Mitte jedoch $J' < J$. Alsdann hat man

in der Formel statt l zu setzen: $l + l'$, wo $l' = \frac{J - J'}{J'} l$ ist. Für l' ist die Länge einzuführen, nach welcher schätzungsweise das volle Trägheitsmoment wieder zur Geltung kommt (Föppl).

9. Befestigung und Belastung wie bei 2, außerdem Führung des Stabes in der Entfernung $\frac{1}{4} l$ von jedem

Ende: $P = 80,8 \frac{E J}{l^2}$.

10. Befestigung und Belastung wie bei 2, außerdem Führung des Stabes in der Entfernung $\frac{1}{3} l$ von jedem

Ende: $P = 33,5 \frac{E J}{l^2}$.

11. Ist das Trägheitsmoment des Stabes veränderlich und zwar von beiden Enden nach der Mitte zunehmend, so ist angenähert das maßgebende Trägheitsmoment gleich: $J_{\text{mittel}} + \frac{1}{20} J_{\text{max}}$. Der Wert von J_{mittel} entspricht der mittleren Ordinate der Kurve, welche die Veränderung von J veranschaulicht. Sinngemäße geändert wird diese Berechnungsart auch für sprungweise veränderliche Querschnitte angewendet.

So ist z. B. ein Stab, der aus zwei, an den Enden übereinander liegenden, in der Mitte auseinander gezogenen \square -Eisen besteht, etwa mit dem den Viertelpunkten seiner Länge entsprechenden Trägheitsmomente zu berechnen.

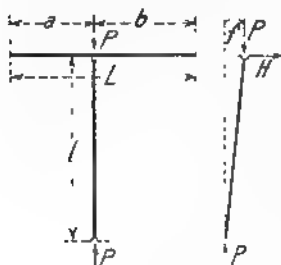


Fig. 110.

Eine genaue Ermittlung der Knicksicherheit ist nur nach dem graphischen Verfahren möglich (Seite 86), meistens aber entbehrlich.

12. Damit ein senkrechter Stab durch einen anderen auf seinem Kopf horizontal liegenden als

geführt angesehen werden kann (Fig. 66), muß für diesen sein $J = \frac{a^2 b^2}{3 E I_c} \cdot \frac{P}{l}$, für $c = b$ ist $J = \frac{l^2}{48 E} \cdot \frac{P}{l}$.

Zu dieser Formel gelangt man durch folgende Betrachtung: Wird das obere Ende des senkrechten Stabes von seiner ursprünglichen Achse entfernt, so nimmt der Stab in folgedessen eine gewisse Neigung an, und die Kraft P

ruft eine horizontale Komponente $H = P \frac{f}{l}$ hervor,

die von dem führenden Stab aufgenommen werden soll,

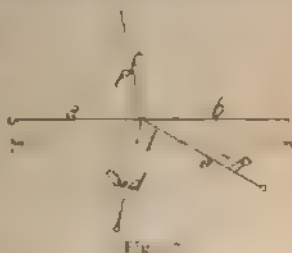
die Durchbiegung f desselben

berechnet man nach H , wobei

sich der obige Wert ergibt.

Ähnlich werden folgende

Fälle behandelt.



13. Sind mehrere Stäbe c, d, e, \dots durch die Kräfte P, Q, R, \dots auf Druck beansprucht, und an einem unbefestigten durchgehenden Riegel l gelenkig angeschlossen (Fig. 67), so muß dessen Tragheitsmoment bei einfacher Knickicherheit betragen

$$J = \frac{a^2 b^2}{3 E I_c} \left(\frac{P}{c} + \frac{Q}{d} + \frac{R}{e} + \dots \right).$$

Für die angeschlossenen Stäbe sind alsdann die Längen c, d, e, \dots maßgebend. Kommt dabei eine Zugkraft vor, so erhält das entsprechende Glied das negative Vorzeichen. Wird der durchgehende Riegel l selbst auch belastet und zwar durch eine Druckkraft S , so ist anzunehmen:

$$J = \frac{a^2 b^2}{3 E I_c} \left(\frac{P}{c} + \frac{Q}{d} + \frac{R}{e} + \dots \right) + \frac{S^2 l^2}{12 E}.$$

14. Für komplizierte Fälle von Knickbelastung, veränderlicher Achsenkraft, veränderlicher Stabquerschnitt, besondere Art der Stabbefestigung usw. ist das nachstehende graphische Untersuchungsverfahren zu empfehlen (Original des Verfassers).

Zu einer nach Gutdunken gezeichneten Biegelinie als Grundlinie berechnet man die Biegemomente für eine Anzahl von Punkten unter Berücksichtigung der in den Befestigungs- bzw. in den mittleren Auflagerungspunkten angreifenden Kräfte. Diese Momente vereinigt man zu einer Momentenfläche und zeichnet dazu nach dem auf Seite 251 angegebenen Verfahren die elastische Linie. Ist G die Fläche der Grundlinie, B diejenige der konstruierten Biegelinie, so ist die vorhandene Knicksicherheit $k = \frac{G}{B}$, d. h. es müssen sämtliche Kräfte k -mal größer werden, damit der Stab zum Ausknicken kommt. Die konstruierte Biegelinie in diesem Verhältnis reduziert und auf die ursprüngliche Stabachse aufgetragen, gestattet einen Überblick über die Richtigkeit der angenommenen Grundlinie. Ist die Übereinstimmung beider Linien nicht befriedigend, so kann man auf grund der ermittelten Biegelinie eine neue Untersuchung vornehmen. Meistens ist eine solche entbehrlich. Vgl. Z. d. V. d. I 1896, S. 1436.

b) Formel von Schwarz-Rankine.

Die zulässige Belastung wird gegeben durch

$$P = F \frac{\sigma}{1 + a \left(\frac{l}{i} \right)^2}$$

Hierin bedeuten

F den Querschnitt des Stabes,

σ die zulässige Beanspruchung auf Druck,

l die Stablänge,

i den Trägheitshalbmesser

Der Koeffizient a wird angenommen zu 0,00016 für Gußeisen, 0,00008 für Schweiss- und Flußeisen, 0,00015 für Holz. — Zu bemerken ist, daß die nach dieser Formel ermittelten Werte mit den Ergebnissen der direkten Versuche nicht gut übereinstimmen.

dem Grundfall, bei Anwendung von Flußeisen mit $E = 2150 \text{ t/cm}^2$ und 5 facher Sicherheit für das erforderliche Tragheitsmoment den Ausdruck: $J = 2,36 \frac{Pl^3}{\sigma}$ (l in m, J in cm^4 und P in t)

Gemietete Profile behandelt man, solange das Tragheitsmoment konstant ist, wie einfache Walzprofile, die Nietlöcher werden nicht abgezogen, wenn die Abschwächung 12 % nicht übersteigt

Als freie Knicklänge — kurzweg freie Länge — bezeichnen wir diejenige Länge eines Stabes, bei welcher er nach der Eulerschen Formel eine 5 fache Sicherheit gegen Ausknicken aufweist, unter der Annahme einer Druckkraft, die in einem bestimmten Verhältnis zur Querschnittsfläche steht. Also im allgemeinen: $l = \frac{100}{\sigma} \sqrt{\frac{J}{F}}$

wo $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ den Tragheitshalbmesser bedeutet. Mit $\sigma = 1 \text{ t/cm}^2$ ist $l = 65 i$. Hier sind l und i in cm ausgedrückt

Werden zwei Profile, z. B. zwei \square Eisen durch Gitter oder Querplatten miteinander verbunden, um ein knicksicheres Glied zu bilden, so darf die Entfernung der Verbindungen niemals größer als $65 i$ sein, wo für i der kleinste Tragheitshalbmesser eingeführt wird. Im allgemeinen findet man diese Entfernung etwa $50 i$. Wird die Verbindung durch Querplatten hergestellt, so müssen diese durch mindestens zwei Nieten mit jedem Profil verbunden werden, es ist besonders wichtig, daß sie bei den Enden des Stabes gut angeschlossen sind, also möglichst mit drei Nieten auf jeder Seite.





Bei Vergitterungen muß man auf die freie Knicklänge der Gitterstäbe Rücksicht nehmen. Bei Flacheisen ist $i = \frac{s}{12} = 0,289 s$ wo s = Eisenstärke, also

$l = 18,8 s \sim 19 s$. Können die Stäbe als eingespannt betrachtet werden, so ist l doppelt so groß, d. i.

$l = 37,8$ s. — Näheres über vergitterte Stäbe siehe Kap. 77.

Der Materialaufwand zur Herstellung der erforderlichen Knicksicherheit wird sehr verschieden, je nach der Wahl des Profils.

Berechnet man das Verhältnis der erforderlichen Querschnittsfläche zu derjenigen des Stabes zur Knicksicherheit, wegen der Knicksicherheit muss verbleiben, so dass ein Stab von 100 mm Länge bei 20 t Belastung nicht zu knicken, ist die Knicksicherheit von 2 (Abb. 1).

1 Kreis 30 mm stark $f = 300$ $I_x = 184$ mm ⁴	$\eta = 1,84$
2  12 15 150 Zusammenbau	$\eta = 2,5$
3  110 22 2 100 100 stark	$\eta = 6,12$ (1) 100
4  8 P 14 $J = J_y$	$\eta = 2,17$
5  8 P 17	$\eta = 1,91$
6 $\eta = 1,6$ (Abb. 1) $\eta = 1,6$	$\eta = 1,6$
7 Länge 100 $\eta = 1,6$ (Abb. 1) $\eta = 1,6$	$\eta = 2,17$ (1) 100

• Knicksicherheit eines auf Biegung beanspruchten Stabes.

Auf einem prismatischen Stab sollen außer einer achsen senkrechten Druckkraft noch senkrecht zu seiner Längsrichtung Kräfte wirken, welche ihn auf Biegung beanspruchen, die Befestigung des Stabes entspreche dem Grundfall. Es bezeichne

M das Biegemoment infolge der normalen Belastung

P die achsen senkrechte Druckkraft,

δ die Gesamtdurchbiegung des Stabes,

n die Knicksicherheit nach der Eulerschen Formel, also $n = \frac{2,12 J}{P l^2}$ (wo l in cm, P in t und

l in m einzusetzen sind).

Das Maximalmoment in der Mitte ist:

$$M' = M + P \delta$$

Berechnet man δ aus der Momentenfläche unter der Annahme einer parabolischen Biegelinie¹⁾, und

¹⁾ Die Form der Biegelinie ist so wenig von einer Parabel verschieden, dass man ohne weiteres annimmt, dass sie eine Parabel ist. Für die Berechnung führt ein kleiner Wert von n zu einem größeren Wert von n , was zu einem größeren Wert von n führt.

führt man für EJ den sich aus der Eulerschen Formel ergebenden Wert ein (annähernd $EJ = n \frac{5}{48} P l^2$ bei n facher Sicherheit), so gelangt man zu folgenden einfachen Formeln:

1. Wenn M durch eine gleichmäßig verteilte Last hervorgerufen wird, so ist: $M' = M \frac{n}{n-1}$, und die Durchbiegung: $\delta = \frac{M}{P} \cdot \frac{1}{n-1}$.

2. Ist M die Folge einer Last in der Mitte, so wird: $M' = M \frac{5n-1}{5(n-1)}$.

Die Durchbiegung ist: $\delta = \frac{4}{5} \frac{M}{P} \cdot \frac{1}{n-1}$.

Die Koeffizienten für M sind in den beiden Fällen so wenig verschieden, daß man in jedem anderen nach Gutdünken interpolieren kann (bei $n = 5$ ist der Unterschied für M' nur 4%).

f) Exzentrische Druckbelastung.

Wird ein prismatischer Stab (im Grundfall) parallel zu seiner Achse durch eine Druckkraft P beansprucht, die nicht im Schwerpunkt der Endquerschnitte, sondern um a exzentrisch angreift, so hat er außer der axialen Belastung noch das Moment $M = Pa \frac{5n+1}{5(n-1)}$ auszuhalten, wo $n = \frac{2,12 J}{Pl^2}$; die Durchbiegung beträgt

$$\delta = \frac{6}{5} \cdot \frac{a}{n-1}.$$

Es soll z. B. ein Stab, 140 cm lang, eine Druckkraft von 12 t übertragen. Wählt man dazu ein Winkelisen 80 8, mit einem 10 mm starken Blech angeschlossen, so ist $n = 6,5$, die Exzentrizität beträgt 2,7 cm, und das Moment wird $M = 39,5 \text{ tcm}$. Demnach findet man die Spannung

$$\sigma = \frac{12,0}{12,3} \cdot \frac{39,5}{72} = 2,2 + 0,97 + 1,21 = 2,18 \text{ t/cm}^2,$$

welche entschieden zu hoch ist. Die Durchbiegung würde 0,55 cm betragen, wäre also nicht so auffallend, daß man dadurch auf die ungenügende Dimensionierung konnte aufmerksam gemacht werden.

Material aus Eisen 100 lb so ist $16 \text{ g} = 33 \text{ cm}$ und
 $1 \text{ lb} = 33 \text{ cm} \cdot 16 \text{ g} = 528 \text{ g} = 0.528 \text{ kg}$

Es ist $1 \text{ lb} = 33 \text{ cm} \cdot 16 \text{ g} = 528 \text{ g} = 0.528 \text{ kg}$

Es ist $1 \text{ lb} = 33 \text{ cm} \cdot 16 \text{ g} = 528 \text{ g} = 0.528 \text{ kg}$

Es ist $1 \text{ lb} = 33 \text{ cm} \cdot 16 \text{ g} = 528 \text{ g} = 0.528 \text{ kg}$

Es ist $1 \text{ lb} = 33 \text{ cm} \cdot 16 \text{ g} = 528 \text{ g} = 0.528 \text{ kg}$

Es ist $1 \text{ lb} = 33 \text{ cm} \cdot 16 \text{ g} = 528 \text{ g} = 0.528 \text{ kg}$

Es ist $1 \text{ lb} = 33 \text{ cm} \cdot 16 \text{ g} = 528 \text{ g} = 0.528 \text{ kg}$

Hieraus ersieht man, daß exzentrische Anschlüsse
 sehr Nebenwirkungen hervorrufen und zu nicht un-
 bedeutender Materialverschwendung führen; es erscheint
 deshalb geboten, sie nach Möglichkeit zu vermeiden, be-
 sonders bei gedrückten Stützen. Eine Ausnahme bilden
 schwach belastete Glieder, bei denen aus anderen Gründen
 die Materialverschwendung unvermeidlich ist (Vgl.
 auch Kap. 82).

Der Einfluß des exzentrischen Anschlusses kann
 nur in dem Fall vernachlässigt werden, in welchem an
 jedem Ende eine Einspannung anzunehmen ist.

30. Grundsätze der geometrischen Bewegungs- lehre.

Wenn eine beliebig geformte starre Scheibe sich in
 ihrer Ebene bewegt, so kann man die von den einzelnen
 Punkten beschriebenen Bogen, wenn sie sehr klein sind
 als Kreisbögen betrachten, welche alle denselben Mittel-
 punkt haben; derselbe heißt der augenblickliche Drehpunkt
 oder Pol und wird gefunden, indem man die Normalen
 zur Bahn von zwei beliebigen Punkten der Scheibe bis
 ihrem Schnitt zieht. Die Normale zur Bahn irgend-
 eines dritten Punktes ist die Gerade, die ihn mit dem
 augenblicklichen Drehpunkt verbindet.

Die Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte ver-
 halten sich zueinander wie die Entfernungen von dem

augenblicklichen Drehpunkt und stehen senkrecht zu den Verbindungsgeraden, die deshalb auch den Namen »senkrechte Geschwindigkeiten« führen

Beispiel 1. Im gelenkigen Stabzug ($CARD$) Fig. 68 ist P der augenblickliche Drehpunkt für den Stab AB .



Die Geschwindigkeiten von A und B verhalten sich wie PA zu PB . Aus der Gleichung der Arbeit folgt, daß die zwei Kräfte R und S sich im Gleichgewicht halten, wenn ihre Projektionen auf die Senkrechten zu AP bzw. BP sich wie PA zu PB ver-

halten, d. h. im umgekehrten Verhältnis der senkrechten Geschwindigkeiten. Die Kraft F mußte unendlich groß sein, um der Kraft R oder S das Gleichgewicht zu halten, weil erstere durch P geht.

Ähnliche Gesetze gelten für alle Punkte, welche mit dem Stab AB starr verbunden sind.

Diese Betrachtungen setzen uns in den Stand, sofort zu beurteilen, ob die Führung einer Scheibe eine richtige ist, ob ferner die Verbindung mit gewissen festen Punkten genügt, um die Stabilität zu sichern und schließlich die Kräfte zu ermitteln, welche einer gegebenen Führung der Scheibe entsprechen.

Z. B. würde die Verbindung eines festen Punktes von AB mit einem festen Punkt nicht genügen, um jede Bewegung des Stabes zu hindern, wenn die Verbindungsstange durch P ginge, denn eine Bewegung um P wäre noch immer möglich.

Beispiel 2. Zwei Brücken, A und B Fig. 69 sind auf den Wänden CD , EF und GH aufgelagert. Jede Wand ist als eine starrte Scheibe zu betrachten, ebenfalls die beiden Brücken, bei welchen der Windverband durchgeführt ist, derart, daß ein einziges starrtes System AB entsteht. Die horizontale Auflagerung des Systems AB ist genügend, denn es kann sich nicht gleichzeitig um P_1 und um P_2 drehen. Es fragt sich, wie sich die

horizontale Kraft W auf die drei Tragwände verteilt. Man hat nur nötig die Kraft W in drei Komponenten zu zerlegen, welche die Richtungen der drei Tragwände haben, man verlängert ihre Wirkungslinie bis zum Schnitt K mit EF , zerlegt sie nach $K P_1$ und $K P_2$, und schließlich zerlegt man die Komponente $K P_2$ nach den Richtungen $P_2 C$ und $P_2 G$.



FIG. 6)

Man kann auch das Moment der Kraft W in bezug auf P_2 gleich dem Moment der Komponente EF setzen, wodurch sich diese ermitteln läßt, ähnlich verfährt man für die beiden anderen Tragwände.

Sind mehr als drei Tragwände vorhanden, so ist die Aufgabe statisch unbestimmt.

Besonders nützlich ist diese Theorie für die Ermittlung von Einflußlinien.

21. Definition und Erklärung der Einflußlinien.

Eine Linie, deren Ordinaten die Größe eines Momentes, einer Querkraft, einer Auflager- oder Stabkraft, oder einer ähnlichen Funktion darstellen, für den Fall, daß eine Last gleich eins auf dem Bauwerk von einem Ende zum anderen wandert, heißt die Einflußlinie dieser Funktion. Man erhält sie, indem man den Wert der Funktion unter der Stèle aufträgt, wo die Last sich befindet. Die Fläche, welche die Einflußlinie mit ihrer Nulllinie einschließt, heißt die Einflußfläche; sie kann positiv oder negativ sein. Zu jeder Einflußlinie gehört entweder eine Einheit, durch welche die Ordinaten zu dividieren sind, oder ein Multiplikator, mit welchem sie multipliziert werden.

Die Einflußlinien statisch bestimmter Systeme bestehen immer aus Geraden, diejenigen statisch unbestimmter aus Kurven bzw. aus Polygonen, welche in Kurven eingeschrieben sind.

Um den Wert einer Funktion mit Hilfe der betreffenden Einflußlinien zu bestimmen, werden die Ordinaten unter den Einzellasten mit deren Größen multipliziert und die Produkte addiert; schliesslich führt man noch die Einheit oder den Multiplikator ein. Für eine gleichmässig verteilte Last p t/m multipliziert man einfach die in Betracht kommende Einflußfläche mit p und führt nachher die Einheit bzw. den Multiplikator ein; unregelmässig verteilte Last wird am besten durch eine Reihe von Einzellasten ersetzt.

Ist ein Bauwerk nicht mit einer Einzellast, sondern mit einem Kräftepaar in einem bestimmten Punkt belastet, und soll mit Hilfe einer Einflußlinie der entsprechende Wert einer Funktion (Moment oder Kraft

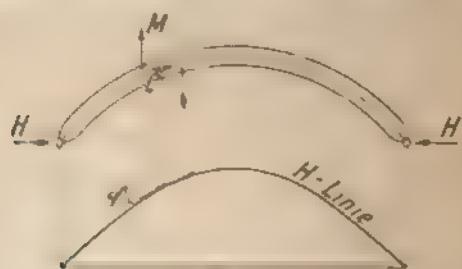


Fig. 73

oder Verschiebung eines Punktes, o dgl. ermittelt werden, so multipliziert man das Moment des Kräftepaares mit der trigonometrischen Tangente der Neigung der Einflußlinie unter dem Angriffspunkt. Selbstverständlich muß dieses Produkt durch die betreffende Einheit dividiert werden.

Beispiel: Ein Kräftepaar M wirkt auf einer Einflußlinie, die in Fig. 73 dargestellt ist. Die Einflußlinie ist eine Parabel, die ihren höchsten Punkt in der Mitte des Balkens hat. Die Tangente der Einflußlinie unter dem Angriffspunkt M ist $\tan \gamma$. Der Wert der Funktion ist dann $M \tan \gamma$.

Für die ~~numerische~~ Berechnung dieses Abstandes kommt noch die Größe ϵ der Einfl.-Linie in Betracht. Es sei für die Zeichnung der Maßstab $1 \text{ cm} = 1 \text{ t}$, die H -Linie $2 \text{ cm} = 1 \text{ t}$ und das Moment sei in tm ausgedrückt.

Eine Ordinate von 1 cm ist gleich $\frac{1}{2} \text{ t}$, und eine Abszisse von 1 cm ist gleich 200 cm d. i. 1 m , hat man $\text{tg } \varphi = 1$ gemessen, so ist der wahre Wert $\frac{1/2}{1} = \frac{1}{2}$ die Einheit also 6, folglich muß das Produkt $M \text{ tg } \varphi$ durch 6 dividiert werden, H ergibt sich dabei $n \text{ t}$.

Einzellasten, die auf einer Strecke liegen, für welche die Einfl.-Linie aus einer Geraden besteht, dürfen zu einer einzigen Last vereinigt werden, welche im Schwerpunkt der Gruppe liegt.

Die Vorteile der Berechnung mit Einfl.-Linien bestehen in der Übersichtlichkeit und Leichtigkeit der Kontrolle, die Nachteile in der Umständlichkeit und dem Umweg.

Für Systeme mit wechselnder Gliederung (wie z. B. Träger mit schlaffen Gegendiagonalen), sind die Einfl.-Linien oft nicht brauchbar.

22. Prinzip der Arbeit.

Das Produkt aus einer Kraft mit der in ihrer Richtung gemessenen Verschiebung ihres Angriffspunktes heißt ihre Arbeit und wird als positiv gerechnet, wenn die Verschiebung in demselben Sinne geschieht, wie die Kraft wirkt. Die Arbeit eines Momentes ist das Produkt des Momentes mit dem Winkel (in Bogenmaß gemessen), um welchen sich ein Teil des Körpers gegenüber dem anderen unter der Wirkung dieses Momentes dreht.

Befindet sich ein starrer Körper unter der Wirkung mehrerer Kräfte im Gleichgewicht, und erteilt man ihm eine Bewegung, welche den Umständen entsprechend möglich ist, so ist die Summe der Arbeit sämtlicher Kräfte bzw. Momente gleich Null. Dabei sollen alle Bewegungen so klein sein, daß die Wirkungsart aller

Kräfte bzw. Momente auch nach der Verschiebung als unverändert gelten können.

Da diese Bewegungen im allgemeinen nur gedacht sind, so nennt man sie oft die *virtuellen Verrückungen* und die entsprechende Arbeit die *virtuelle Arbeit*.

Auf das Prinzip der Arbeit gestützt, kann man die Form aller Einflußlinien ermitteln.

Zu diesem Zwecke erteilt man dem System eine solche Bewegung, daß die Kraft (bzw. das Moment) für welche die Einflußlinie gesucht wird, eine leicht zu rechnende Arbeit leistet. Dabei wird es oft nötig sein, an dem Bauwerk gedachte Änderungen vorzunehmen; damit z. B. bei einem vollwandigen Träger ein Moment in einem bestimmten Querschnitte eine Arbeit leisten kann (Drehung des rechts von dem Querschnitt gelegenen Teiles gegen den linken), denkt man sich in diesem Punkt ein Gelenk eingeschaltet; bei einem Fachwerk muß der Stab, für dessen Spannkraft die Einflußlinie gesucht wird, durchgeschnitten werden usw.

Nun stellt man die Arbeitsgleichung auf, aus welcher nach dem Zusammenhang der Verschiebungen der Angriffspunkte der einzelnen Kräfte die Form der Einflußlinie bestimmt wird.

Es ist ohne weiteres klar, daß innerhalb einer starren Scheibe die Einflußlinie eine gerade sein muß; denn die Bewegung ist immer eine Drehung um einen festen Punkt, folglich sind die Verschiebungen aller Punkte den Ordinaten einer Geraden proportional.

23. Einflußlinien für den einfachen Balken.

a) Einflußlinie einer Auflagerkraft. Denkt man sich die Stütze A (Fig. 71) beseitigt, und läßt an deren Stelle die Auflagerkraft R wirken, so vollzieht der Balken eine kleine Drehung um B , die man stark verzerrt zeichnet. Die Kraft R leistet die Arbeit $+ R \cdot A \Delta_1$, irgendeine Last P leistet: $- P \cdot \eta$. Nach dem Prinzip der Arbeit ist

$R = A_1$; $P_1 = 1$, also $R = P \frac{1}{A_1 A_1}$. Hiernach ist

die Gerade $A_1 B$ die gesuchte Einfluslinie, zu welcher die Einheit $A_1 A_1$ gehört. Da die Größe dieser Strecke, welche die Kraft P darstellt, vollkommen willkürlich ist, so wählt man sie derart, daß die Division bequem wird,

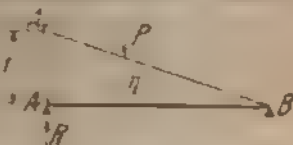


Fig. 71

z. B. 10 cm. Ein ähnliches Verfahren ist anwendbar in dem Fall, daß die Auflagerkraft von der Belastung eines Systems von einfachen Balken abhängig ist.

6) Einfluslinie für das Moment in einem beliebigen Querschnitte. Denkt man sich in C (Fig. 72) ein Gelenk eingeschaltet und ein Moment wirkend, so wird der Balken um einen Winkel ω geknickt. Damit die Auflagerreaktionen keine Arbeit leisten, führt man den Träger durch eine Drehung um A wieder auf seine Stützen A und B zurück. Die endgültige Lage des Trägers ist durch die Schraffur hervorgehoben. Die Arbeitsgleichung lautet

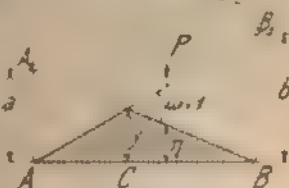


Fig. 72

$M_1 - P_1 = 0$, oder $M = P_1$. Die geknickte

Linie ist also die Einfluslinie. Es ist zu beachten, daß die Höhen in den Figuren immer stark verzerrt sind, der Winkel ω soll in der Tat unendlich klein sein.

Man ist in Bogenmaß: $\omega = \frac{BB_1}{CB} = \frac{AA_1}{AC}$, folg

el. $M = P_1 \frac{AC}{AA_1}$ bzw. $P_1 \frac{BC}{BB_1}$. Macht man nun

$\omega = 1$, also $AA_1 = AC$ und $BB_1 = BC$, so ist einfach

$M = P_1$. Es ist auch $y = BB_1 \frac{AC}{AB} = \omega \frac{BC \cdot AC}{AB}$.

wodurch ein anderes Mittel zur Konstruktion der Einfluslinie gegeben wird. Für die Praxis empfiehlt es sich, $m > 1$ zu wählen etwa 2 oder 5.

c) Einfluslinie für die Querkraft in einem beliebigen Querschnitt eines Trägers mit parallelen Gürtungen. Die Wirkung einer Querkraft ist eine parallele Verschiebung eines Querschnittes gegenüber dem nächsten unendlich



nahen. Schneidet man den Träger in C durch Fig. 73, so wird die Querkraft den linken Trageteil gegen den fest gedachten rechten Teil verschieben. Ist die Querkraft negativ, also nach unten gerichtet, so wird der linke

Trageteil sich senken, führt man A und B durch eine Drehung in ihre ursprüngliche Lage zurück, so daß die Auflagerreaktionen keine Arbeit leisten, so erhält man die Einfluslinie AEFB. Die Einheit ist $FE = A A_1 = B B_1$. Die Geraden $A_1 B_1$ und $A B_1$ sind parallel.

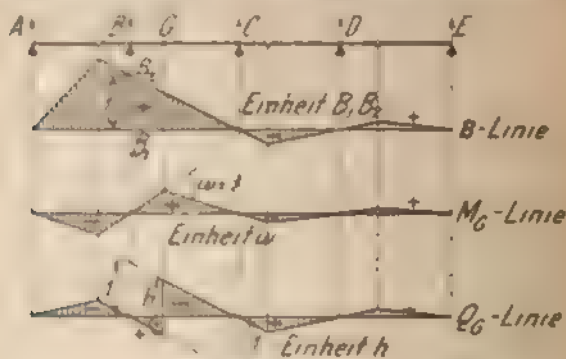


Fig. 74

Wie man die Einfluslinien für einen Gerberschen Balken ermittelt, braucht nicht weiter auseinandergesetzt zu werden. In Fig. 74 sind die Einfluslinien für den

Auflagerdruck B und für das Moment und die Querkraft in G dargestellt (Vgl. auch Seite 123.)

24. Der einfache Balken.

Mit diesem Namen bezeichnet man einen geraden Balken, dessen beide Enden einfach gestützt sind.

Das Moment für einen Querschnitt ist die Summe der Momente aller auf einer Seite desselben liegenden Kräfte in bezug auf den Schwerpunkt des Querschnittes selbst.

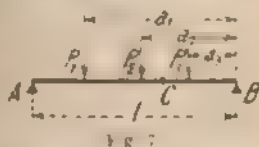
Die Querkraft für einen Querschnitt ist die Summe aller auf einer Seite desselben liegenden Kräfte, auf den Querschnitt selbst projiziert.

Die Normalkraft ist die Summe aller auf einer Seite des Querschnitts liegenden Kräfte, auf eine Normale zum Querschnitt projiziert.

Da für die Konstruktion die Momente und die Querkraft maßgebend sind, so ist es zweckmäßig, die größten ermittelten Werte als Ordinaten über den betreffenden Querschnitten aufzutragen und so die Diagramme zu zeichnen.

a Rechnerische Behandlung.

Man ermittelt zuerst die Auflagerreaktionen, nach dem Satze, daß für den Gleichgewichtszustand die Summe der Momente aller äußeren Kräfte in bezug auf irgendeinen Punkt der Ebene gleich Null sein muß. Schreibt man die Momente in bezug auf B (Fig. 75), so erhält man die Auflagerkraft in $A = \frac{\sum P_n}{l}$, diese Kraft



gilt als positiv, wenn sie ein Druck ist. Ähnlich berechnet man B , man kann aber auch einfach setzen $B = P - A$.

Für irgendeinen Querschnitt z. B. C , ergibt sich nun die Querkraft $Q = A - P_1 - P_2$.

Man nimmt sie gewöhnlich als positiv an, wenn sie auf der linken Seite von unten nach oben, oder auf der rechten Seite von oben nach unten wirkt.

Das Moment in C (Fig. 76) ergibt sich aus der Summe der Momente aller Kräfte

auf einer Seite von C , also:
 $M_C = A c - P_1 p_1 - P_2 p_2$, es
 wird als positiv angenommen,
 wenn unter seiner Wirkung bei

Einschaltung eines Gelenkes in C jeder Teil des Balkens sich nach oben dreht.

Es ist stets zulässig, alle Kräfte, welche innerhalb einer beliebigen Strecke liegen, durch ihre Mittelkraft zu ersetzen, was besonders bei stetig verteilter Last die Berechnung erleichtert.

Bei stetig veränderlicher Last kann man sich helfen, indem man sich den Balken in kleine Teile geteilt denkt, und für jeden derselben die Belastung in dem Mittelpunkt konzentriert annimmt, sind die Teile ziemlich groß, so kommt für jeden der Schwerpunkt der darauf liegenden Last in Betracht.

Bei veränderlicher Belastung ist es wichtig, die größten Querkraften bzw. Momente zu berechnen.

Die Querkraft ist am größten, wenn die stetig verteilte Last nur den Teil zwischen dem betrachteten Querschnitt und einem der Lager deckt, je nachdem der rechte oder der linke Teil belastet ist, hat die Querkraft das Vorzeichen $+$ oder $-$.

Das Moment ist stets am größten, wenn der ganze Balken belastet ist. Hat man eine Reihe von Einzellasten, so wird das Moment in einem bestimmten Querschnitt zum Maximum, wenn eine Last, meistens die schwerste, auf ihn selbst liegt, und die übrigen so verteilt sind, daß die beiden Teile des Trägers rechts und links vom Querschnitt denselben Wert des Quotienten

Summe der Lasten
 Länge aufweisen also wenn $\frac{\sum P}{a} = \frac{\sum Q}{b}$ ist.

Ist die Reihenfolge der Lasten eine bestimmte und unveränderliche, so kann man durch folgende einfache Konstruktion die ungünstigste Laststellung finden Fig. 77

Man trägt die Lasten der Reihe nach auf eine beliebige durch A gehende Gerade auf und zieht MN , BD . Der Punkt N bestimmt die Last S , welche über M liegen muß.

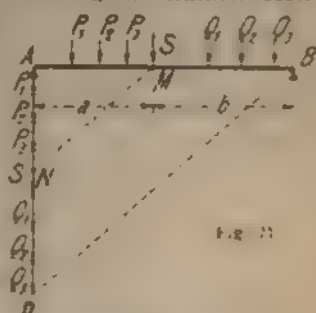
Wird nur das größte aller Momente gebraucht,

so bestimmt man zuerst den Querschnitt, an dem es auftritt, derselbe liegt unter einer der schwersten Lasten und ist von Tragermitte ebensoweit entfernt wie die Tragermitte vom Schwerpunkt des Lastensystems.

In dem Punkt, wo das Moment seinen größten Wert erreicht, wechselt die Querkraft ihr Vorzeichen, bei stetiger Belastung muß sie dort den Wert Null aufweisen.

Diese allgemeine Eigenschaft wird häufig benutzt, um das größte Moment rechnerisch zu bestimmen und zwar sowohl bei stetiger Belastung wie bei Einzellasten, und in dem Fall, daß beide Belastungsarten gleichzeitig vorkommen. Von einer der Auflagerkräfte ausgehend, zieht man der Reihe nach so viele Lasten ab, bis ein Wechsel im Vorzeichen eintritt. In diesem Punkt tritt das größte Moment auf, welches dann, besonders durch Rechnung bestimmt wird.

Soll gleichzeitig der Einfluß der standigen Last und mehrerer Einzellasten berücksichtigt werden, so schreibt man die Gleichung, welche die oben angegebene Bedingung für das Maximum nach der Lage des Schwerpunktes ausdrückt, und bestimmt danach die Lage der beweglichen Lastengruppe. Eine solche Untersuchung wird jedoch nur ausnahmsweise nötig sein, es genügt fast immer, das größte Moment infolge der standigen Last zu demjenigen der beweglichen Lasten zu addieren.



b) Graphische Behandlung.

1. Einzellasten.

Man konstruiert das Kräftepolygon (Fig. 78), indem man die Kräfte $P_1, P_2, P_3 \dots$ der Reihe nach aufträgt; nun projiziert man die Punkte 0, 1, 2, 3 ... von einem

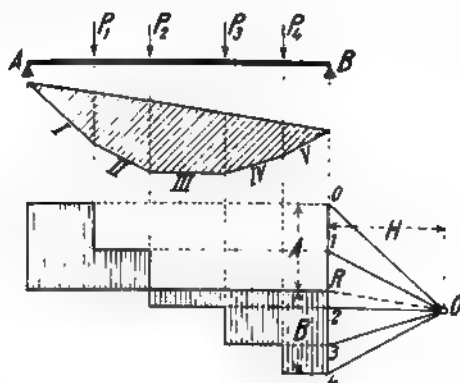


Fig. 78.

beliebigen Punkt O und zieht die Geraden $I, II, III, IV \dots$ parallel zu den betreffenden durch O gehenden Strahlen. Die Schluslinie verbindet die Schnitte der Endseiten mit den Stützvertikalen. Zieht man durch O eine Parallele zur Schluslinie, so sind die beiden Auflagerkräfte A und B bestimmt.

Die Ordinaten des Seilpolygons (im Maßstab der Zeichnung gemessen multipliziert mit der Polentfernung H (im Kräftemaßstab gemessen) liefern die Momente.

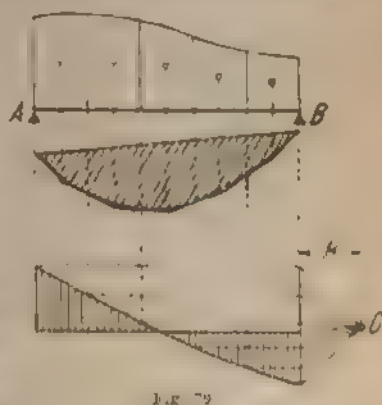
Durch Projektion der Punkte 0, 1, 2, 3 ... auf die Kräftevertikalen erhält man das schraffierte Diagramm der Querkräfte. Der Angriffspunkt einer Querkraft liegt im Schnittpunkte der zugehörigen Seilpolygonseite mit der Schluslinie.

Um das Seilpolygon mit horizontaler Schluslinie zu erhalten, zieht man durch R eine Wagerechte bis zum

Schnitt mit der Senkrechten durch O , mit diesem Schnittpunkt als Pol wiederholt man die Konstruktion. Bequemer ist die Auftragung aller Ordinaten mit einem Zirkel von einer Horizontalen aus oder die Konstruktion einer affinen Figur (Seite 31).

2. Stetige Belastung.

Man zerlegt die Belastungsfläche durch Vertikalen in Streifen (nicht zu schmal, läßt in deren Schwerpunkten die entsprechenden Gewichte angreifen und zeichnet wie oben das Seilpolygon sowie das Diagramm der Querkraft (Fig. 79). Die Seiten des ersteren sind Tangenten an dem Diagramm der Momente, und zwar liegt jedesmal der Berührungspunkt unter der Trennungslinie zweier Streifen. Auf denselben Vertikalen liegen auch die Punkte des Diagramms der Querkraft. Ist innerhalb eines Streifens die Belastung konstant, so ist für diesen Teil das Diagramm der Momente durch eine Parabel, das Diagramm der Querkraft durch eine Gerade begrenzt.



3. Partielle gleichmäßige Belastung.

Die Anwendung des allgemeinen Verfahrens führt zu folgender Konstruktion. Man denkt sich die ganze Last im Mittelpunkt der belasteten Strecke konzentriert und konstruiert das Momentendiagramm, welches für den belasteten Trügertheil nach einer Parabel abgerundet wird (Fig. 80). Die letztere ist durch die Tangenten AC_1 und C_1B_1 und die Berührungspunkte E und F be-

stimmt. Die Strecke CG wird durch die Parabel halbiert. Das Diagramm der Querkräfte wird mit Hilfe der Auflagerkräfte konstruiert, wie aus der Figur ersichtlich.

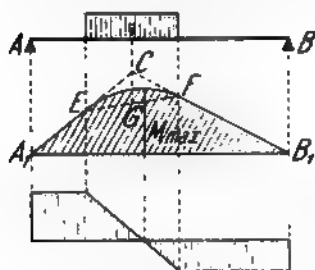


Fig. 80.

Dem Nullpunkt desselben entspricht ein Vorzeichenwechsel der Querkraft und das größte Moment in dem Balken.

Bei voller gleichmäßiger Belastung ist das Momentendiagramm eine Parabel mit der Pfeilhöhe $\frac{1}{8} pl^2$ und das Diagramm der Querkräfte

eine Gerade mit den Endordinaten $+\frac{1}{2} pl$ bzw. $-\frac{1}{2} pl$.

Wenn aber die Last von einem Ende des Balkens anfangend eine beliebige Strecke desselben decken kann, so sind die größtmöglichen Querkräfte durch die Ordinaten einer Parabel dargestellt, die unter B ihren Scheitel hat und unter A die Strecke $\frac{1}{2} pl$ abschneidet. Die Parabel kann als Grenze des A-Polygons (Seite 105) betrachtet werden.

3. Bewegliche Lasten.

Zur Ermittlung der größten Momente bei einer gegebenen Reihe von beweglichen Lasten zeichnet man das Seilpolygon nur einmal (Fig. 81) und verschiebt



Fig. 81

den Träger so, daß der Querschnitt C , für welchen das größte Moment gesucht wird, über einer der schwersten Lasten liegt, während die übrigen die beiden Teile

des Balkens proportional ihrer Länge belasten (vgl. S. 100); alsdann zieht man von den Enden A und B die Senkrechten bis auf das Seilpolygon und danach die Schlußlinie, der Pfeil unter C bestimmt das gesuchte Moment. Diese Untersuchung wird für einige Laststellungen

suchung nötig (Fig. 84). Man stellt wie beim ganzen Balken in den Einzelfeldern den Lastenzug so, daß P_1 über dem Anfang des Feldes liegt, zieht die den Lasten P_1, P_2, \dots entsprechenden Senkrechten, nimmt die Polentfernung, Feldweite und zeichnet das punktierte kleine Seilpolygon. Es erubrigt nur festzustellen, ob die Ordinate des A-Polygons über C' oder eine Ordinate zwischen den beiden Seilpolygonen, welche naturgemäß mit einer Ecke zusammenfallen muß, größer ist, diese stellt die gesuchte Querkraft Q_{\max} dar.

Es ist oft vorteilhaft, nicht die ganze Länge $A B$ als Polweite für das A-Polygon zu wählen, sondern einen Bruchteil davon, z. B. die Hälfte; alsdann erscheinen die Ordinaten in doppeltem Maßstab. Die Polweite der Polygone der einzelnen Felder muß in diesem Fall auch halb so lang sein.

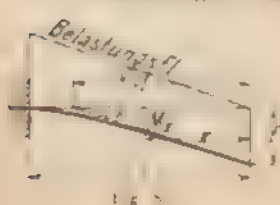
Um das Minimum der Querkraft zu finden, braucht man nur die Konstruktion für das Spiegelbild von $A B$ zu machen. Geht die Belastung in eine gleichmäßig verteilte über, so wird aus dem A-Polygon eine Parabel.

Sehr zu empfehlen ist auch die Benutzung der Einflußlinien.

25. Häufig vorkommende Belastungsfälle.

In den folgenden Formeln ist mit P die ganze auf dem Träger liegende Last, mit p die auf der Längeneinheit gleichmäßig verteilte Last bezeichnet.

1. Konsolartiger Träger mit Dreieckslast (Fig. 85)



$$M_x = P \frac{x^2}{3l}, \quad M_{\max} = P \frac{l}{3}$$

$$\text{Durchbiegung } f = \frac{Pl^3}{15 EJ}$$

$$\text{Neigung der Endtangente } \varphi = \frac{Pl^2}{12 EJ}$$

2. Konsolartiger Träger mit gleichmäßig verteilter Last

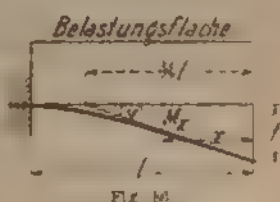
Fig. 86

$$M_x = P \frac{x^2}{2l}, \quad M_{\max} = P \frac{l}{2}$$

$$\text{Durchbiegung } f = \frac{Pl^3}{6 EJ}$$

Neigung der Endtangente:

$$\varphi = \frac{Pl^2}{6 EJ}$$



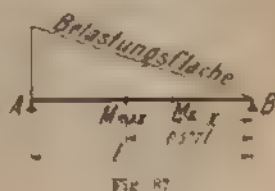
3. Einfacher Träger mit Dreieckslast (Fig. 87)

$$M_x = \frac{P}{3} x \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)$$

$$M_{\max} = 0,128 Pl \text{ für } x = 0,577l$$

$$\text{Größte Durchbiegung für } x = 0,519l$$

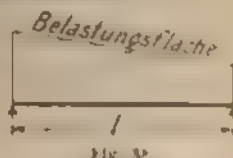
$$f = \frac{Pl^3}{77 EJ}$$



$$\text{Neigungen der Endtangente: } \varphi_A = \frac{Pl^2}{180 EJ}, \quad \varphi_B = \frac{7 Pl^2}{180 EJ}$$

4. Einfacher Träger mit Trapezlast (Fig. 88)

Mit genügender Annäherung können das größte Moment und die Durchbiegung nach den Formeln für gleichmäßige Last berechnet werden.



5. Einfacher Träger mit Dreieckslast (Fig. 89)

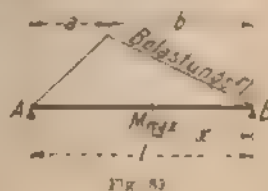
$$\text{Das größte Moment ergibt sich für } x = l \sqrt{\frac{a^2}{3}}$$

wenn $a < b$, und hat den Wert

$$M_{\max} = \frac{2}{9} P \frac{l-a}{l} \left[l^2 - \frac{a^2}{3} \right]$$

Die Auflagerkräfte sind:

$$A = P \frac{b+1}{3l}, \quad B = P \frac{a+1}{3l}$$



10. Träger mit drei gleichen Lasten in fester Entfernung voneinander (Fig. 95)

Großtes Moment unter der mittleren Last bei

$$z = \frac{b-a}{6} \cdot M_{\max} = \frac{P}{12l} (3l - b + a)^2 - Pa$$

Es ist noch zu untersuchen, ob, falls die beiden ersten Lasten, wie in dem vorigen Fall, um den Mittelpunkt des Trägers liegen, sich nicht ein größeres Moment ergibt, was eintreten kann, wenn b im Verhältnis zu a sehr groß ist.

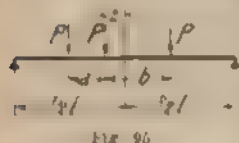


Fig. 95

26. Der vollwandige Träger.

a Allgemeines.

Gebrauchlich ist meistens der I-förmige Querschnitt. Andere Formen sind (Fig. 96)

1 der kastenförmige Träger, für schwere Balken

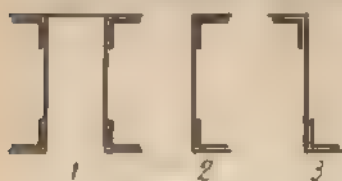


Fig. 96

geeignet, besonders wenn eine große seitliche Steifigkeit erwünscht ist. Nachteile: schwierige Herstellung, Schwierigkeit, den Querschnitt dem theoretischen Bedarf an

zupassen, oft auch unvorteilhafte Verteilung des Materials wegen der Unsymmetrie.

2 und 3 besitzen sehr geringe seitliche Steifigkeit und nutzen das Material des Stahlbleches schlecht aus. Diese beiden Formen kommen nur ausnahmsweise zur Verwendung.

Maßgebend für die Dimensionierung ist fast immer das Biegemoment M , d. h. man muß das Widerstandsmoment W danach bestimmen, nur für lange und niedrige Träger ist die Durchbiegung maßgebend, d. h. das Tragheitsmoment (ohne Nietabzug) muß ent-

sprechend hoch sein. Es sind dann die Formeln auf Seite 106 zu benutzen. Ist die zulässige Durchbiegung als Bruch der Spannweite angegeben $\frac{l}{k}$, so ist nicht mehr die Festigkeit, sondern die Nachgiebigkeit maßgebend, wenn $\frac{l}{h} > \frac{4,8 E}{\sigma k}$ (unter Voraussetzung einer ziemlich gleichmäßig verteilten Last).

Z. B. mit den gewöhnlichen Annahmen $\sigma = 8 \text{ t/cm}^2$ & $E = 2150 \text{ t/cm}^2$ erhält man $\frac{l}{h} > \frac{4,8 \cdot 2150}{8 \cdot k} = 12,7$

Praktisch vorteilhafteste Höhe $h = 1,2 \sqrt{\frac{W}{\sigma}}$, wo W = erforderliches Widerstandsmoment in cm^3 , σ = Stahlelastizität in cm , h = Stehblechhöhe in cm .

Man nimmt im allgemeinen $h = \frac{l}{10}$ bis $\frac{l}{12}$. Ausgeführt wurden vollwandige Träger in Höhe von 2 m und mehr, was indes kaum als günstig zu bezeichnen ist, wenn die erforderlichen Versteifungen und Stöße des Stehbleches zu viel Material erfordern, wodurch der Vorteil der billigeren Herstellung im Vergleich mit Gitterträgern verloren geht. Man kann unter Umständen keine Gitterträger anwenden, z. B. wenn schwere Lasten in jedem Punkt des Obergurtes angreifen können, wie bei Laufkranträgern.

Die Gurtungen werden meistens parallel geführt, nur selten gegen die Enden hin etwas verjüngt. Näheres über diese Konstruktion siehe Seite 118.

b. Querschnittsbestimmung.

Die theoretischen Formeln für die Stärke des Stehbleches liefern zu kleine Werte; praktisch kann man nehmen $\delta = 0,7 \pm \frac{h}{250} \text{ cm}$.

Kommen Lamellen zur Verwendung, so macht man darunter von der besonders in Amerika üblichen Kon-

struktionsweise Gebrauch, beide Stehblechkanten gegen die Gurtplatten um 3–5 mm zurückstehen zu lassen, um das Hobeln der Kanten zu vermeiden. Wo das Eindringen von Wasser nicht zu befürchten ist, erscheint diese Bauart wohl zulässig.

Für den Querschnitt F einer Gurtung kann man annehmen $F = \frac{W \cdot k}{k_1} = \frac{1}{6} k k_1$ wo k_1 die Entfernung zwischen den Schwerpunkten der Gurtungen darstellt. Brauchbar ist auch die Formel

$$F = 1,06 \cdot \frac{W \cdot \frac{k + 3}{k} \cdot \frac{1}{6} k^2}{k - 6}$$

Zu den Gurtungen werden meistens gleichschenkelige Winkelisen nicht unter 70 mm Schenkelbreite verwendet, damit sich die Versteifungswinkel bis oben hin durchführen lassen. Sind Stöße der Gurtwinkel nötig oder werden in gleicher Höhe kräftige Quertträger angeschlossen, so verwendet man keine kleineren Winkelisen als 100 g, um Schwierigkeiten beim Nieten zu vermeiden.

Aus praktischen Rücksichten läßt man die Gurtplatten mindestens 0,5 cm weitlich über die Winkel vorstehen, der Überstand soll jedoch zweckmäßiger 1 bis 1,5 cm an jeder Seite nicht überschreiten, um ein Kaffen der Fugen zu vermeiden. Die Anzahl der Gurtplatten beschränkt man in jedem Gurte auf drei, höchstens vier, möglichst alle gleich stark. Sind Stöße der Gurtungen erforderlich, so wird die Stoßbildung erleichtert, wenn die Stärke der Gurtplatten gleich derjenigen der Gurtwinkel ist.

Ist man genötigt, sehr breite Gurtplatten zu verwenden, so wähle man das Stehblech entsprechend stark, damit die Nietteilung nicht zu eng wird. Die Gurtplatten sollen alsdann soviel überstehen, daß außerhalb der Winkelschenkel noch je eine Nietreihe möglich ist. Diese Nieten müssen auch in Abzug gebracht werden,

wenn sie nicht mindestens um 2 d gegen die anderen versetzt sind. Für den Druckgurt kann man etwas unter dieser Grenze bleiben.

Vielfach hat man bei breiten Gurtplatten außerhalb der Winkelschenkel noch schmale Flacheisen untergemietet, eine Anordnung, die man tunlichst vermeiden sollte. Diese Flacheisen dehnen sich nämlich bei der Verrückung aus, bleiben schlaff und nehmen an der Kraftübertragung kaum Anteil, die Verstärkung ist demnach illusorisch.

Es wird oft die erste Lamelle (ev. nur 7—8 mm stark) breiter als die anderen gewählt, um den Anschluß von Flächblechen oder Buckelpatten zu erleichtern. In der Rechnung wird meistens dieser überstehende Rand nicht berücksichtigt.

Die einzelnen Gurtplatten werden nur so weit als nötig geführt, d. h. man läßt sie stufelförmig entsprechend den Maximalmomenten aufhören. Zur Bestimmung der erforderlichen Länge benutzt man das Diagramm der größten Momente; dasselbe wird gezeichnet durch horizontale Streifen, die der Reihe nach der Tragfähigkeit des Stahlbleches, der Gurtwinkel und jeder Platte darstellen.

Berechnet man die Tragheits- und Widerstands-
 Momente auf graphischem Wege, so erhält man sie ohne
 weitere Arbeit auch für Profile, welche im Obergurt
 und Untergurt eine ungleiche Anzahl von Lamellen
 haben, bei hohen Trägern lohnt es sich, die dadurch
 gebotene feinere Ab-
 bildung zur Deckung
 des Momentendiagramms auszunutzen

Für grobe Berechnungen kann man annehmen, daß das

Momentendiagramm aus einer mittleren horizontalen Geraden von der Länge l besteht, an welche sich auf jeder



Seite eine Parabel anschließt Fig 97, gewöhnlich nimmt man $c = h_1$. Die theoretischen Längen der Gurtplatten sind

$$l_1 = c + 2a \left| 1 + \frac{H_1}{H} \right| \quad l_2 = c + 2a \left| 1 + \frac{H_2}{H} \right| \text{ usw}$$



Fig. 98

Um die wirklichen Plattenlängen zu erhalten, müssen zu den gerechneten auf jeder Seite noch 10–15 cm für den Anschluß zugeschlagen werden. Will man genau verfahren, so läßt man im Diagramm die Höhe der betreffenden Streifen der Nietzahl entsprechend staffelförmig abnehmen, wie in Fig 98 angedeutet, wo vorausgesetzt wurde, daß sechs Niete genügen um die Längsleiste vollständig anzuschließen. Daß man dabei die Nietteilung t so eng wie möglich, also etwa $3d$, nimmt, ist selbstverständlich. d = Nietdurchmesser

c Nietteilung.

Bedeutung:

c die Teilung der Halsniete in cm.

Q die Querkraft in t

T die Tragkraft eines Niertes in t (meistens nach dem Leibungsdruck)

S das statische Moment eines Gurtquerschnittes ausschließlich des zwischen den Winkeln liegenden Stegteiles in bezug auf die horizontale Schwerachse des Trägerquerschnittes.

so ist $e = \frac{J}{S} \cdot \frac{T}{Q}$ Für J und S sind hier die Brutto-

werte einzuführen. Als Annäherungswert für $\frac{J}{S}$ kann man die Entfernung der Nietreihen der Gurtwinkel setzen bei doppelter Nietreihe die mittlere Entfernung. Vielfach gebräuchlich ist die angenäherte Formel:

$$c = \frac{T}{Q} \frac{W}{G}, \text{ wo}$$

W Widerstandsmoment (netto)

G Fläche eines Gurtquerschnittes (netto)

Der hiernach gerechnete Wert von c ist etwas kleiner als nach der genauen Formel.

Zur Aussteifung des Stehbleches müssen in gewissen Entfernungen, besonders aber an den Auflagern und dort wo Einzellasten angreifen Vertikalwinkel angeordnet werden. Rechnerisch dimensionieren lassen sich diese nicht, man ist lediglich auf das praktische Gefühl angewiesen. Als Schenkelbreite kann man etwa annehmen $s = \frac{h}{20} + 5 \text{ cm}$ und als Entfernung der

Winkel voneinander ca. $0,7 h \pm 40 \text{ cm}$. Die üblichste Anordnung ist in Fig. 99 dargestellt. Es ist besser, die Winkel zu unterfüttern, als sie zu klopfen, um sie bis zu den horizontalen Schenkeln der Gurtwinkel zu führen. Nur ausnahmsweise wird man vier Winkel anordnen, um sie weiter wählen zu können, damit sie nicht über die Gurt hervortreten.



Fig. 99

Bei kastenförmigen Trägern genügt es, die beiden Stehbleche durch Querwände miteinander zu verbinden, um die seitliche Steifigkeit zu sichern.

In den Angriffspunkten schwerer Lasten soll durch die Versteifungswinkel die Last gleichmäßig über das Stehblech verteilt werden; hiernach bestimmt man die Anzahl der erforderlichen Nieten, genügen zwei Winkel, wenn nicht zur Aufnahme der Nieten, so nehme man vier. Dasselbe gilt für den Anschluss von Querträgern, wo man immer gut tut, zwei Winkel zu verwenden, von denen wenigstens einer als Versteifungswinkel durchgeführt wird, außerdem ist auf der anderen Seite des Stehbleches eine Versteifung anzuordnen.

Bei sehr hohen oder sehr schwer belasteten Trägern empfiehlt es sich, mindestens die Endfelder bei durch

gehenden Trägern auch die Felder bei den Mittenstützen durch besondere Diagonalewinkel zu versteifen, welche so wie Druckdiagonalen in einem Gitterträger angeordnet werden. Eine genaue Dimensionierung derselben ist nicht möglich. Man tut gut, die Halsmete in der Nähe der Enden dieser Winkel etwas dichter als sonst zu setzen.

d. Gewicht der vollwandigen Träger.

Für Träger mit parallelen Gurtungen kann man annehmen $q = \frac{1}{3} \left(h \delta + 7 \frac{B}{h} \right)$ kg/m, alle Maße in cm. Für B ist bei veränderlichem Querschnitt etwa 0,7 — 0,8 von B_{\max} zu setzen.

Träger ohne Lamellen wiegen etwa:

$$\frac{1}{3} \left(\frac{h \delta}{3} + 8,6 \frac{B}{h} \right) \text{ kg/m}$$

Für die Versteifungen des Stahlbleches kann man mit grober Annäherung $0,45 h$ kg/m rechnen, eine Endversteifung wiegt ungefähr $14 \cdot \frac{h^2}{50}$ kg

e. Durchbiegung.

Bei konstantem Querschnitt und gleichmäßig verteilter Last ist die Durchbiegung in der Mitte, wo das Moment den Wert M_m hat:

$$f = \frac{5 M_m}{48 E J} l^2 + \frac{M_m}{G h \delta}$$

Mit $E = 21.500$ G = 830 t/cm² wird:

$$f = \frac{M_m l^2}{20640 J} + \frac{M_m}{830 h \delta} \quad \text{alle Maße in cm}$$

Für eine Punktlast in der Mitte

$$f = \frac{M_m l^2}{12 E J} + \frac{M_m}{G h \delta} = \frac{M_m l^2}{25800 J} + \frac{M_m}{830 h \delta}$$

Zwischen beiden Fällen kann man nach Schätzung interpolieren. Ist eine größere Genauigkeit erforderlich, so ist die Konstruktion der Biegelinie nötig S. 251

Das zweite Glied der obigen Durchbiegungsformeln berücksichtigt den Einfluß der Schubkräfte, es macht bei kurzen Trägern 10%, und mehr aus, darf also nicht immer vernachlässigt werden.

Nutabzüge werden nicht berücksichtigt. Zur Ausführung der Rechenarbeiten genügt der Rechenschieber (vgl. S. 79). Ändert sich das Tragheitsmoment eines Trägers mit konstanter Höhe annähernd nach einem parabolischen Gesetze, so ist die Durchbiegung um $\sim 10\%$ größer als nach obigen Formeln.

1 Knieksicherheit des Druckgurtes von Parallelträgern.

Ist ein Parallelträger auf Kugelgelenken aufgelagert, und auf seiner ganzen Länge vollständig frei, so kniekt er aus (nach den Versuchen von F. Schule, Zürich) unter einer gleichförmig verteilten Last, welche die mittlere Spannung von 255 t/cm² in dem gedrückten Flansch hervorruft.¹ Die Größe einer in der Mitte konzentrierten Last kann, aus dem Vergleich mit folgendem Falle zu etwa $\frac{3}{4}$ davon angenommen werden. Eine 2,5 fache Sicherheit dürfte als genügend erachtet werden.

Eine so ungünstige Auflagerung kommt aber nur ausnahmsweise vor; im allgemeinen kann man damit rechnen, daß die beiden Enden des gedrückten Gurtes festgehalten sind, gerade als ob sie mit festen Kugelgelenken verbunden wären. Vernachlässigt man dabei die Widerstandsfähigkeit des Steges, so liegt ein Fall vor, der mit dem Grundfall der Kniekfestigkeit verglichen werden kann, wo die Achsialkraft nach der Mitte hin parabolisch zunimmt. Nennt man P das Tragheitsmoment der Gurtung in der Querrichtung, h den Schwerpunktsabstand der Gurtungen, so erhält man für die gleichförmig auf der ganzen Länge verteilte Last,

welche eben das Ausknicken herbeiführt, den Wert

$$Q = 169 \frac{E J' h_0}{l^3}$$

Ist dagegen diese Last in der Mitte konzentriert, so ergibt sich $Q = 126 \frac{E J' h_0}{l^3}$.

Andert sich das Trägheitsmoment J' proportional den Ordinaten einer Parabel, so ist die Tragfähigkeit bei grober Abstufung um 3%, bei feiner Abstufung um 6% geringer.

Die Knicksicherheit sollte mindestens 4fach sein.

Der günstige Einfluss des Steges darf bei sehr niedrigen Trägern mit schmalen Flanschen nicht ohne weiteres vernachlässigt werden, weshalb diese Formeln unter Umständen eine kleinere Tragfähigkeit ergeben, als nach den oben erwähnten Versuchen ohne Zweifel zu erwarten ist. In diesem Falle rechne man nach der größten Druckspannung $2,55 \text{ t/cm}^2$, wobei man immer sicher geht. Für Gitterträger ist dagegen die Annahme einer Mitwirkung der Füllungslieder meistens unzulässig vgl. Kap. 76.

27. Der vollwandige Träger mit nicht parallelen Gurtungen.

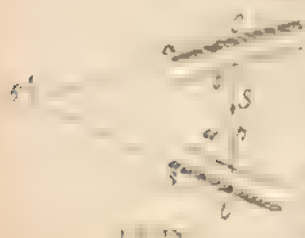
Mit den auf Fig. 100 angegebenen Bezeichnungen sind die Gesamtkräfte in den Gurtungen:

$$Q = \frac{M}{h \cos \alpha} \quad T = \frac{M}{h \cos \beta}$$

Die Scherkraft in der Wand ist:

$$Z = Q - \frac{M}{h} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)$$

Die Winkel α und β sind als positiv zu verstehen, wenn die betreffenden Gurtungen sich der Mittellinie des Trägers



nach der Seite hin nähern, wo das Biegemoment abnimmt bei einem einfachen Balken also im allgemeinen nach dem nächsten Lager hin. Bei derjenigen Belastungsart, bei welcher sich das Moment und die Trägerhöhe in gleichem Verhältnis ändern d. h. wenn die Gurtungen nach dem Punkt B zusammenlaufen, durch welchen die Querkraft geht, so ist die Scherkraft in der Wand gleich Null. Diese Wand dürfte alsdann fehlen, was durch die Theorie der gegliederten Systeme auch bestätigt wird. Laufen aber die Gurte nach der andern Seite zusammen, so sind die Winkel α und β als negativ zu betrachten, die Scherkraft in der Wand wird größer als beim Parallelträger, und die Verbindung von Stehblech und Gurtungen erfordert eine entsprechend engere Nietteilung.

Um die Neigung der Gurtungen angenähert zu berücksichtigen, führt man am einfachsten in die Berechnung des Tragheitsmomentes statt h die Summe $o + u$ der beiden Lote vom Schwerpunkt auf die Tangenten ein.

Für die Scherkraft in der Wand ist obige Formel anzuwenden.

Zur Berechnung der horizontal gemessenen Nietteilung e hat man die angenäherten Formeln:

$$e = \frac{Th^2 \cos \alpha}{Qh_o - M(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \quad \text{für den Obergurt.}$$

$$e = \frac{Th^2 \cos \beta}{Qh_u - M(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \quad \text{für den Untergurt.}$$

Hier ist T die Kraft, die ein Niet übertragen kann meistens nach dem Leibungsdruck, h_o ist die Entfernung der Nietreihen. Ebenso schnell rechnet man die Gurtkräfte für zwei Querschnitte, die dazwischen liegen den Nieten müssen die Differenz übertragen.

Es ist vorteilhaft die Gurtungen über den Lagern eben nur soweit voneinander zu halten, wie der Anschluß vom Querträger, Windverband usw. es gestattet.

Die Gurtungen sind dort mit so viel Nieten anzuschließen, daß die rechnungsmäßige Kraft übertragen wird.

Ähnliches gilt für Konsolen u. dg.

28. Der Gerbersche Träger.

Ein durchgehender Träger auf n Stützen kann statisch bestimmt gemacht werden durch Einschaltung von $n - 2$ Gelenken. In jedem derselben ist das Biegemoment gleich Null, so daß $n - 2$ neue Gleichgewichtsbedingungen entstehen.

Es sind stets so viel Gelenke erforderlich, als Mittelstützen vorhanden sind, in keiner Öffnung dürfen mehr als zwei Gelenke liegen.

Durch ein Gelenk muß eine Querkraft, nicht aber ein Moment übertragen werden können. Zweckmäßig wird die Anordnung so getroffen, daß die Querkraft stets in demselben Sinne wirkt. Diese Bedingung wird erfüllt wenn auf eine Öffnung mit Gelenken eine ohne Gelenke



Fig. 141

folgt. Dadurch wird auch der Vorteil erreicht, daß der Einfluß der Belastung einer Öffnung sich nicht weiter als auf die nächste fortpflanzt.

In Fig. 101 sind verschiedene Anordnungen dargestellt, welche theoretisch ziemlich gleichwertig sind, aber

nicht alle die oben gestellte Bedingung erfüllen. Träger, welche an zwei Gelenken hängen, verhalten sich ganz wie einfache Balken.

Für die Kragträger bestimmt man die Länge der Kragarme nach folgenden Sätzen:

- 1 Die größten Momente nach dem absoluten Wert sollen möglichst gleich ausfallen.
- 2 Negative Auflagerkräfte sollen nach Möglichkeit vermieden werden.

Besteht die zufällige Last aus einer Reihe von Einzellasten so ist zu empfehlen, die entsprechende gleichmäßig verteilte Last zu berechnen und danach die Einteilungen der Öffnungen und die Lage der Gelenke vorläufig festzulegen; die Ergebnisse können ev. mit Hilfe der Einflussslinien gebessert werden.

Bei gleichmäßiger Verkehrslast läßt sich die Aufgabe immer einfach lösen, wie aus folgendem Beispiel hervorgeht (Fig. 102):

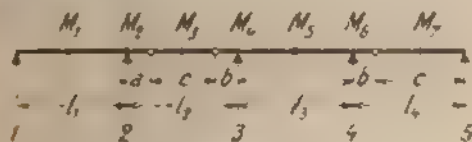


Fig. 102

Die absoluten Werte der größten Momente sind

$$M_1 = \frac{p+q}{8} l_1 + 1 \quad \frac{q}{p+q} \frac{a}{l_1^2} \frac{a+a+c}{2}$$

$$M_2 = \frac{p+q}{2} a \frac{a+c}{2}$$

$$M_3 = \frac{p+q}{8} l_2 + 1 \quad M_4$$

$$M_5 = \frac{p+q}{2} l_1 \frac{b+c}{2} \quad M_6$$

$$M_7 = \frac{p+q}{8} l_2 + 1 \quad \frac{q}{2} \frac{b}{l_2} \frac{b+c}{2}$$

$$a+b+c = l_2$$

$$b+c = l_1$$

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

Die Auflagerkräfte, welche negativ werden können, sind S_1 , S_3 und S_4 . — Die kleinsten Werte sind:

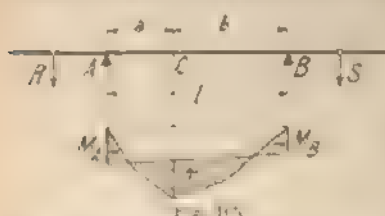
$$S_1 = \frac{q}{2} l_1 \left(1 - \frac{p + q a (a + c)}{q l_1^2} \right)$$

$$S_3 = \frac{q}{2} l_3 + c = \frac{p}{2} c l_3 = S_4.$$

Durch Gleichsetzung aller größten Momente erhält man eine Anzahl von Gleichungen, welche die Einteilungen der Öffnungen und die Lage der Gelenke bestimmen, es erubigt noch zu untersuchen, ob negative Auflagerdrücke vorkommen können.

Ganz ähnlich wird die Aufgabe für eine andere beliebige Anordnung behandelt. Im allgemeinen ist aber eine solche Berechnung nicht nötig, denn nicht immer ist man in der Wahl der Öffnungen und der Lage der Gelenke frei, auch kommt sehr selten nur eine gleichmäßig verteilte Verkehrslast in Frage, man ist daher meist auf Versuche angewiesen, wobei die Benutzung von Einflussslinien, besonders zu empfehlen ist (Seite 124).

Zur rechnerischen Ermittlung der Momente und Querkraften sind die allgemeinen Regeln anzuwenden. Für



einen Kragarm führt man einen Schnitt durch das nächste Gelenk und betrachtet man die dort angreifende Querkraft R (Fig. 103) als eine äußere Kraft. Für

eine Öffnung ohne Gelenke berechnet man das Moment M in einem Mittelquerschnitt C genau wie für einen einfachen Balken AB , die Stützenmomente lassen sich aus den Gelenkdrücken R und S ermitteln.

Schließlich erhält man: $M = M_0 - M_A \frac{b}{l} - M_B \frac{a}{l}$

Ähnlich berechnet man die Querkräfte, wobei zu beachten ist, daß zu jeder Stütze zwei Querkräfte gehören, eine unmittelbar vor, die andere unmittelbar nach dem Stützpunkt; die beiden haben entgegengesetztes Vorzeichen, und deren (algebraische) Differenz ist gleich dem Stützdruck.

Beispiel. Es soll der in Fig. 154 dargestellte Träger untersucht werden.

Zuerst ermittelt man die beiden Kräfte R und S

$$R = \frac{2}{3} \cdot 20 = 13,3 \text{ t}, \quad S = \frac{1}{3} \cdot 20 = 6,7 \text{ t}$$

Die Auflagerkräfte B und C ergeben sich aus den Gleichgewichtsbedingungen

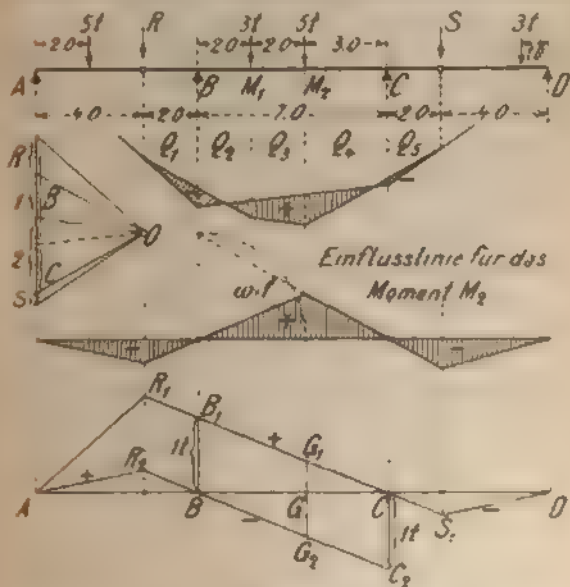


Fig. 154

Abteilungen des Trägers AC bei der angegebenen Belastung, wobei die Kräfte R und S gezählt werden.

Aus der Momentengleichung in bezug auf C folgt man

$$B = \frac{20 \cdot 2 + 1 \cdot 30}{3} = 13,3 \text{ t}$$

Die Momentengleichung in bezug auf A liefert

$$C = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{2} + 3 \cdot 30 = 16,7 \text{ t}$$

für den Auflagerdruck B : Linienzug $A R_1 B_1 C S_1 D$

für die Querkraft unmittelbar nach B : Linienzug $A R_2 B R_1 C S_1 D$,

für die Querkraft in G : Linienzug $A R_3 B G_2 G G_1 C S_1 D$.

Einige Einflußlinien für einen Gerberschen Balken sind auch in Fig. 74, Seite 98, dargestellt.

Der vollwandige Gerbersche Träger wird meistens mit parallelen Gurtungen ausgeführt. Die Höhe des Steges wird $\frac{1}{12} - \frac{1}{16}$ der einzelnen Öffnungen gewählt.

Sind alle Öffnungen gleich groß und kommen eine gleichmäßig gleichmäßige Belastung q tm und eine zu Länge p tm in Betracht, so bestimmt man die Länge der Kragarme nach der Formel:

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{p + 2q} \right)$$

Ist $q = 0$, so hat man angenähert $x = \frac{l}{3}$. Das größte

Moment kommt in einem Kragträger vor, und zwar negativ über den Stützen und positiv in der Mitte, man

erhält $M = \frac{p + q l^2}{p + 2q} \cdot \frac{l}{8}$. In den Endöffnungen ist dieses

Moment etwas größer, und zwar für den eingehängten Balken zwischen der Endstütze und dem ersten Gelenk Länge $l - x$ hat man:

$$M_{\text{max}} = \frac{\left(1 + \sqrt{p + 2q} \right)^2}{32} p + q l^2$$

Ist die erste Öffnung durch einen Träger mit einem einzigen Kragarme überbrückt, so ergibt sich

$$M_{\text{max}} = \frac{1}{4} \left(1 - \sqrt{p + 2q} \right)^2 p + q l^2$$

Für die konstruktiven Einzelheiten, Gewichtsausgleich usw., gilt das für den einfachen Balken Geringe

Der Gerbersche Träger wird um 10–20 % leichter als eine Reihe einfacher Balken und hat gegenüber dem durchgehenden Träger den Vorteil, daß er von der Nachgiebigkeit der Stützen gar nicht beeinflusst wird. Als schwache Punkte sind immer die Gelenke anzusehen, die mit großer Sorgfalt zu konstruieren sind (bei einfachen Profilen wie Fette für lange Dächer u. dgl. hat man oft die Gelenke durch einen gewöhnlichen Stoß ersetzt, wo die Gurtungen nicht verlascht sind eine nicht empfehlenswerte Anordnung). Für Balken, welche sehr schwere Einzellasten tragen, wie Laufkranträger u. dgl., sind Gelenke möglichst zu vermeiden also durchgehende Träger den Gerberschen vorzuziehen. Die Durchbiegungen in verschiedenen Punkten eines Gerberschen Trägers können mit Hilfe der Grundformeln (Seite 276) gerechnet werden; sie sind in der Regel größer als bei einem durchgehenden Träger bei den Hangebalken bis auf das Doppelte.

29. Der stabförmige Dreizelenkbogen.

Ein Bogenträger auf zwei festen Gelenken aufgelagert und durch ein drittes unterbrochen, ist statisch bestimmt; es ist in dieser Hinsicht gleichgültig, wo das dritte Gelenk liegt im allgemeinen wird es zweckmässig in der Scheitel angeordnet.

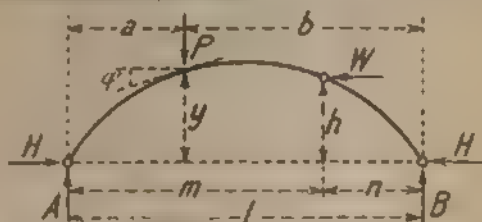
Bei jedem Kampfergelenk treten Auflagerreaktionen auf, die man am besten in ihre senkrechten und waagrechten Seitenkräfte zerlegt. Die ersteren sind genau ebenso groß wie die Auflagerkräfte eines einfachen Balkens derselben Spannweite wie der ganze Bogen, die letzteren sind im allgemeinen von außen nach innen gerichtet und für beide Kampfer gleich groß, solange nur senkrechte Lasten auf dem Bogen liegen, man bezeichnet sie mit dem gemeinschaftlichen Namen *Horizontalschub*, positiv wenn nach innen wirkend. Zur Berechnung der senkrechten Auflagerkräfte gebraucht man dieselben

Gleichungen wie für den einfachen Balken. Der Horizontal schub läßt sich ermitteln nach der Bedingung, daß das Moment für das Scheiteltgelenk gleich Null ist. So hat man für eine Einzellast Fig. 105

$$A = P \frac{b}{l}$$

$$B = P \frac{a}{l}$$

$$H = P \frac{a}{l} \frac{n}{h}$$



Das Moment

Fig. 105

unter der Last ist: $M = Aa - Hy = P \frac{a}{l} b - \frac{n}{h} y$.

die Normalkraft unter der Last ist: $N = A \sin q + H \cos q$.

die Querkraft daselbst hat den Wert: $Q = A \cos q - H \sin q$.

Bei gleichmäßiger totaler Belastung q / m ist der Horizontalschub $H = \frac{m}{2h} q$.

Bei diesen Berechnungen ist es zulässig, alle Lasten

die auf einer Seite des Scheiteltgelenkes liegen zu einer einzigen im Schwerpunkt der Gruppe, zu vereinigen.

Kommen auch Horizontalkräfte in Betracht, so verteilt man sie auf beide Kampfergelenke nach folgender Regel. Eine Horizontalkraft im Scheiteltgelenk gibt für

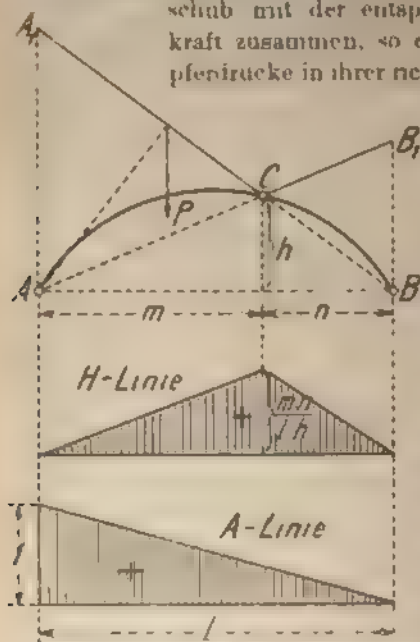
das linke Lager den zuschlagigen Schub: $W_A = W \frac{n}{l}$

und für das rechte: $W_B = - W \frac{a}{l}$. Greift die Kraft W

unterschieds an, so wird sie nach dem Gesetz der einfachen Balkens, den Höhen nach, auf die zwei nächsten Gelenke verteilt, der eine Teil greift alsdann direkt am Lager an, der andere kann nach obiger Formel verteilt werden. Die senkrechten Auflagerkräfte infolge der Belastung durch W werden so gerechnet, als ob der Bogen ununterbrochen wäre, wenn $2h = W$ im Scheiteltgelenk angreift, ist: $A = B = W \frac{h}{l}$.

Bei totaler gleichmäßiger Belastung ist das Biegemoment in jedem Punkte des Bogens gleich Null, wenn seine Mittellinie nach einer Parabel gekrümmt ist, für einen flachen Bogen ist eine kreisförmige Krümmung fast ebenso günstig.

Setzt man bei jedem Kampfergelenk den Horizontal schub mit der entsprechenden Vertikal kraft zusammen, so erhält man die Kampferdrucke in ihrer richtigen Lage. Bei Be-



lastung durch eine Einzellast P müssen sich die Kampferdrucke in einem Punkt auf der Vertikalen durch P schneiden (Fig. 106); da nun die Richtung des Kampferdruckes auf der unbelasteten Seite mit derjenigen Geraden zusammenfällt, welche die Gelenke B und C verbindet, so ist dadurch der Schnittpunkt der Kampferdrucke

bestimmt. Der geometrische Ort dieser Schnittpunkte heißt die Kampferdrucklinie, sie besteht also aus dem Linienzug $1, C, B_1$. Für Horizontalkräfte gilt der Linienzug A, C, B , dessen Seiten nach Bedarf zu verlängern sind, die Wirkungslinie der Kraft muß mit der Sehne der unbelasteten Bogenhälfte zum Schnitt gebracht werden, der Schnittpunkt wird mit dem fernliegenden Gelenk verbunden.

Hiermit ist ein Mittel gegeben, um die Auflagerkräfte durch eine einfache Zerlegung zu finden.

Zur statischen Untersuchung des Bogens benutzt man am besten die Einfluslinien wegen ihrer Einfachheit und Übersichtlichkeit.

Läßt man an einem Kämpfergelenk die Kraft H wirken, welche die Sehne um ll verkürzen möge, so nimmt h um $ll \frac{m}{l} \frac{n}{h}$ zu (vgl. Seite 263). Die Arbeitsgleichung sagt uns nun, daß die Einfluslinie für H aus einem Dreieck besteht, dessen Höhe $\frac{m}{l} \frac{n}{h}$ ist.

Für $m = n = \frac{l}{2}$ ist diese Höhe $\frac{l}{4f}$, wenn f die Pfeilhöhe des Bogens in der Mitte darstellt.

Die Einfluslinien der senkrechten Auflagerdrücke bleiben dieselben wie für einen einfachen Balken.

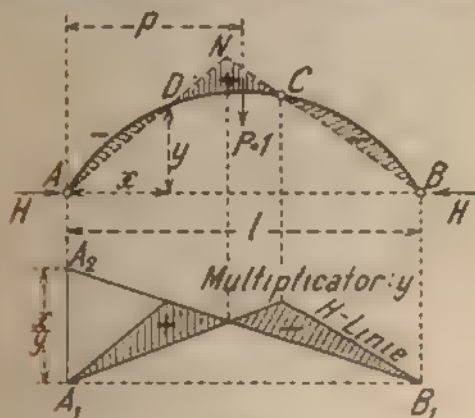


Fig. 1.7.

Das Biegemoment für den Querschnitt D eines einfachen Balkens unter der Wirkung einer senkrechten Kraft $P = 1$ ist: $M = \frac{l-p}{l} x$; für den Bogen hat man

$$M = \frac{l-p}{l} x - Hy \text{ oder } M = y \left[\frac{l-p}{l} \frac{x}{y} - H \right].$$

Der Bruch in den Klammern gilt, solange p zwischen x und

l liegt und stellt die Gleichung einer Geraden dar, wenn man p als veränderlich betrachtet. Diese Gerade hat unter D die Ordinate $\frac{l-x}{y}$, unter B die Ordinate $\frac{l}{y}$ und schneidet über A_1 die Strecke $A_1 A_2 = \frac{x}{y}$ ab. Die Differenzen zwischen den Ordinaten dieser Geraden und denjenigen der H -Linie geben, mit y multipliziert, die Momente für den Querschnitt D . In dem Fall, wo P links von D liegt, findet man, daß die von A_1 ausgehende Gerade über B_1 die Strecke $\frac{l-x}{y}$ abschneidet und unter D dieselbe Ordinate wie die Gerade $B_1 A_2$ hat. Der Nullpunkt der Einflußlinie muß unter dem Schnittpunkt N von AD und BC liegen, denn wenn über ihm eine Einzellast liegt, so ist das Moment in D gleich Null, weil der linke Kampferdruck durch D geht. Hierdurch ist eine einfache Konstruktion der Einflußlinie gegeben. Der Punkt N heißt die Belastungsscheide.

Die schraffierte Fläche zwischen dem Längenzug ANB und dem Bogen stellt das Momentendiagramm für den Fall dar, daß eine Last in N liegt, man erhält die Momente, indem man die vertikal gemessenen Ordinaten mit dem entsprechenden H multipliziert.

Die Normalkraft ist für flache Bogen wenig verschieden von H , will man sie genau ermitteln, so konstruiert man deren Einflußlinie Fig. 108, indem man zur H -Linie die Linie addiert, welche über dem linken Kampfer $\operatorname{tg} \varphi = 1$ abschneidet. Die Größe 1 ist die Länge, welche für die H -Linie 11 darstellt. Ebenso wie für den zweigelenkigen Bogen Kap. 65, 1, berücksichtigt man am besten die Normalkraft, indem man die Einflußlinie für den oberen bzw. unteren Kernpunkt zeichnet. Die Konstruktion ist genau so wie in Fig. 107, nur bedeutet y nicht mehr die Ordinate des Schwerpunktes des Querschnittes, sondern die des Kernpunktes.

Die Querkraft wird einfach berechnet, indem man Kräfte auf den Querschnitt projiziert. Die in 108 dargestellte Einflußfläche ist ohne weitere Erläuterung verständlich.

Die in vorstehendem gegebenen Konstruktionen sind, streng genommen, nur für den Fall, daß die

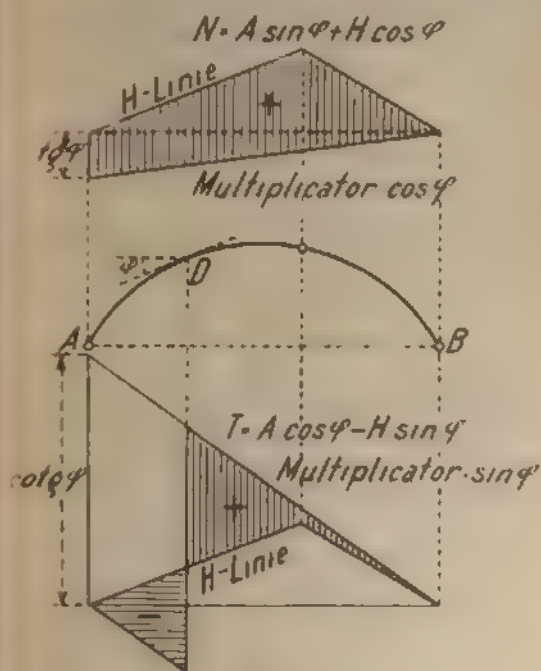
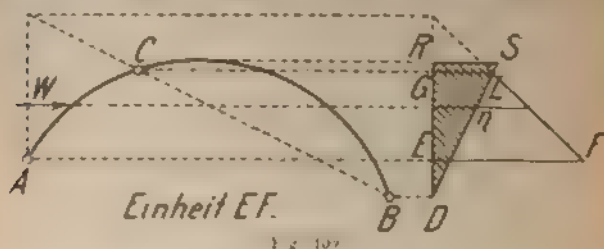


Fig. 10A.

Stützen parallel laufen, der Fehler ist aber gering, solange sie nicht stark konvergieren, andernfalls muß das Verfahren auf Grund der betreffenden Theorie S. 118 geändert werden. Greift die Last nicht unmittelbar auf den Bogen an, sondern mittels sekundärer Langträger, auf Querträgern und Pfosten ruhen, so erscheinen die Spitzen der Einflußlinien für Querschnitte, welche

zwischen den Füßen der Pfosten liegen, gebrochen, wie auf S. 105 erklärt.

Die Fig. 109 zeigt, wie man die Einflusssumme für den Horizontalschub in *A* infolge einer wagerechten Kraft *W* bei ganz allgemeiner Form des Bogens konstruiert.



struiert. Für den Teil *AC* gilt das Trapez *EGLF*, für den Teil *BC* das Dreieck *DBS*. Man erhält

$$W_A = W \cdot \frac{l}{EF}, \quad W_B = W - W_A.$$

Nachdem man für eine Reihe von Querschnitten die Normalkraft und das Moment ermittelt hat, kann man die Formeln vom Kap. 81 für die Dimensionierung benutzen. Zur Ermittlung der Teilung der Halsniete soll eigentlich die Querkraft dienen; die Ergebnisse sind aber meistens nicht anwendbar, weil aus konstruktiven Rücksichten eine engere Teilung erforderlich ist. In der Nähe der Anschlüsse der Querträger bzw. der Pfosten tritt eine ziemlich starke Querkraft auf, es empfiehlt sich, um keine übermäßig enge Nietteilung zu erhalten, den Anschluß so auszuführen, daß die zu übertragende Kraft auf eine passende Breite verteilt wird. Hierbei kann man annehmen, daß alle Nieten, welche sich in der betreffenden Strecke befinden, gleichmäßig an der Kraftübertragung beteiligt sind. Eine Versteifung der Wand ist an solchen Stellen immer empfehlenswert.

Für das Gelenk nimmt man den größten Normaldruck (meistens genau genug, gleich dem größten Horizontalschub, und die größte Querkraft bei ein-

seitiger Belastung, wo die schwersten Lasten möglichst nahe am Gelenk liegen. Die betreffenden Einflußlinien lassen sich mit Hilfe der allgemeinen Regeln konstruieren.

Wird der Bogen stetig gekrümmt ausgeführt, so muß man diesen Umstand auch berücksichtigen; um der Kontinuität des Trägers Rechnung zu tragen, führt man nicht den ganzen zwischen zwei benachbarten Querträgern gemessenen Pfeil ein, sondern unter den Querträger-Anschlüssen, $\frac{2}{3}$ davon und $\frac{1}{3}$ in der Mitte der Bogenstrecke vgl. Kap. 78.

Eine von der vorigen ganz verschiedene Berechnungsart stützt sich auf die Theorie der Drucklinie.

Wenn man von einem Kämpfer ausgehend die äußeren Kräfte, die auf den Bogen wirken, graphisch zusammensetzt, erhält man einen Linienzug, dessen Ecken auf den Wirkungslinien der einzelnen Kräfte liegen und welcher durch die drei Gelenke geht. Dieser Linienzug kann ohne weiteres gezeichnet werden, wenn man die Auflagerkraft kennt, man kommt aber schneller zum Ziele, wenn man ihn als Seilpolygon auf faßt. Durch drei Punkte kann nur ein einziges Seilpolygon gelegt werden; dasselbe ist also vollständig be-

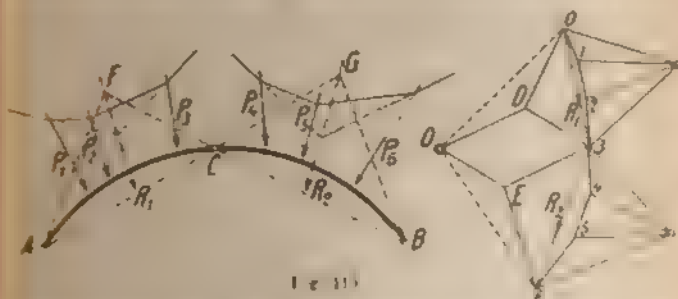


Fig. 110

stimmt und mit ihm nach Größe und Richtung die Auflagerreaktionen und der Scheitelgelenkdruck. Die allgemeine Konstruktion des Seilpolygons ist folgende (Fig. 110). Die Kräfte P_1, P_2, P_3, \dots , die auf einer Hälfte des Bogens wirken, werden am besten mit Hilfe

von einem besonderen Seilpolygon) zu einer Mittelkraft R_1 vereinigt. Dasselbe geschieht auf der andern Hälfte des Bogens mit den Kräften P_4, P_5, P_6 , welche zur Mittelkraft R_2 führen. Nun zieht man die Geraden $A' C' G$ und $B' C' F$ sowie $A' F$ und $B' G$. Jetzt wird die Mittelkraft $R_1 = 0.3$ in die beiden Komponenten $0.1 D$ und $0.2 D$ parallel zu $F' A$ und $F' C$ zerlegt. Auf gleiche Weise zerlegt man $R_2 = 3.6$ in $3.4 E$ und $0.2 E$ parallel zu $G' C$ und $G' B$. Der Punkt O , der das Parallelogramm $0.1 D 3.4 E$ vervollständigt, ist der Pol zur Konstruktion des gesuchten durch die drei Punkte $A' C' B$ gehenden Seilpolygons. Man beachte, daß die durch 3 gehenden Geraden $D 3, E 3$ parallel zu den durch den Punkt C gehenden $C' F$ und $C' G$ sein müssen.

Dieses Seilpolygon, welches als ein System gelenkig miteinander verbundener starrer Stäbe gedacht werden kann, führt den Namen Drucklinie, weil alle Stäbe auf Druck beansprucht werden (für einen hängenden Dreigelenkbogen, wie überhaupt für ein Hangesystem, ist diese Konstruktion auch gültig, obschon der Name nicht mehr passend ist).

Die Auflagerkräfte sind nach Größe und Richtung durch die Endstrahlen des Strahlenbüschels O dargestellt; der Druck auf das Scheitelgelenk ist ebenfalls nach Größe und Richtung durch den Strahl $O 3$ gegeben. Die andern Strahlen stellen die Kräfte dar, welche zwischen den Angriffspunkten der einzelnen Kräfte wirken.

Hiernach ist es leicht für irgend einen Querschnitt des Bogens Moment, Quer- und Normalkraft zu ermitteln, indem man der Reihe nach das Produkt aus Kraft mal Entfernung vom Schwerpunkt des Querschnittes berechnet und die Kraft selbst (durch einen Strahl des Büschels dargestellt) in eine Parallele und eine Senkrechte zur Ebene des Querschnittes zerlegt.

Für den Fall, daß alle angreifenden Kräfte parallel sind, gibt es eine einfachere Konstruktion der Drucklinie (Fig. 111).

Mit Hilfe eines beliebigen Pols O zeichnet man ein Seilpolygon AB' , wo $B'B$ parallel zu den Wirkungslinien der Kräfte ist. Nun zieht man $O'R \parallel AB'$ und durch B eine Parallele zu AB . Wird ein beliebiger Punkt O dieser Geraden als Pol gewählt, so ist die Schlusslinie des Seilpolygons parallel zu AB , d. h. fängt man von A an, so geht sie durch B . Nun wird schliesslich

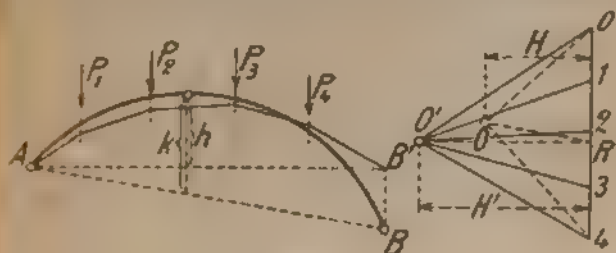


FIG. 111

die Entfernung des neuen Pols O von der Geraden der Kräfte aus derjenigen von O' abgeleitet, indem man sie durch k dividiert und mit h multipliziert, d. h. man macht $H = H' \frac{h}{k}$, was graphisch oder rechnerisch geschehen kann. Der Horizontalschub ist für diesen Fall für beide Lager gleich H .

Das zweite Seilpolygon kann aus dem ersten mit Hilfe der Theorie der Affinität (Seite 31) abgeleitet werden. Ein Punkt der Affinitätsachse ist A , einen zweiten findet man, indem man durch zwei zugeordnete Punkte hier die oberen Enden der Strecken h und k parallelen zu den zugehörigen Schlusslinien AB' und AB zieht; diese beiden Geraden schneiden sich in einem Punkt der gesuchten Affinitätsachse.

Die Benutzung der Drucklinie ist nur vorteilhaft wenn es sich um die Untersuchung eines bestimmten Belastungszustandes handelt, also hauptsächlich für Dachbinder u. dgl. Für die angenäherte Berechnung

eines Brückenbogens, eines Widerlagers usw. leistet das Verfahren ebenfalls sehr gute Dienste, indem es gestattet, zwei oder drei Belastungszustände schnell zu untersuchen. Als solche wählt man:

- 1 Belastung nur durch das Eigengewicht,
- 2 vollständige Belastung einer Hälfte,
- 3 Belastung durch Horizontalkräfte.

Ein großer Vorteil des Verfahrens besteht in seiner Übersichtlichkeit und in der Möglichkeit, die günstigste Form des Bauwerkes schnell zu ermitteln: dieselbe soll der Bedingung entsprechen, daß die Drucklinie so wenig wie möglich entfernt von der Mittellinie des Bogens liegt.

Das Eigengewicht des Bauwerkes wird auf seine Knotenpunkte verteilt, hierbei ist es zulässig, nur die Knoten einer Gurtung z. B. des Obergurtes in Betracht zu ziehen. Auch beim Zweigelenkbogen wird oft, mindestens zur vorläufigen Berechnung, dieses Verfahren angewendet, und zwar nimmt man an, daß im Scheitel auf etwa 0,6 der Entfernung der beiden Gurte vom Untergurt aus gemessen ein Gelenk eingeschaltet ist.

Das Eigengewicht einer Brücke mit dreigelenkigen Bogenträgern, einschl. Fahrbahn, Windverbände usw., ist nach Krohn:

$$q = \frac{10000 \sigma f l + 4,235 p \left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 \right)}{10000 \sigma f - 2,29 \left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 \right)} \text{ t/m.}$$

Hierin bedeuten:

- σ die zulässige Beanspruchung in t/cm²,
 l die Spannweite in m,
 f die Pfeilhöhe in m,
 q das Gewicht der Fahrbahn (einschl. Pfosten) in t/m,
 p die Verkehrslast gleichmäßig verteilt in t/m.

Der Berechnung des Wertes von p ist die halbe Spannweite $\frac{l}{2}$ zugrunde zu legen. Um die Stöße zu berücksichtigen, empfiehlt es sich, den ermittelten Wert noch mit 1,2 zu multiplizieren (vgl. Kap. 95)

Obige Formel ist mit genügender Annäherung auch für Brücken mit Bogenträgern aus Fachwerk anwendbar.

IV. ABSCHNITT

STATISCH BESTIMMTE EBENE FACHWERKE.

30. Die Kennzeichen statisch bestimmter einfacher Träger.

Das Fachwerk soll so aufgelagert sein, daß eine Verschiebung des Bauwerkes ausgeschlossen ist, jedoch Formänderungen infolge von Belastungen und Temperaturänderungen ungehindert eintreten können.

Ein Fachwerkbalken besteht aus geraden Stäben, die gelenkig miteinander verbunden und meistens so aneinander gereiht sind, daß ein Dreiecknetz entsteht. Besitzt dieses ebene System k Knotenpunkte und s Stäbe, so muß die Bedingung $2k = s + 3$ erfüllt



Fig. 112

sein, damit es statisch bestimmt ist. Es ist außerdem stabil, wenn seine Form durch die Anordnung der Stäbe und ihre geometrische Länge bestimmt ist. Dies

ist z. B. der Fall bei den in Fig. 112 dargestellten Systemen, welche beide statisch bestimmt und stabil sind.

Um zu prüfen, ob ein System stabil ist, genügt meistens eine der folgenden Überlegungen:

a) Die Lage sämtlicher Knotenpunkte muß bestimmt sein, sobald ein beliebiger Stab festgehalten wird.

b) Zerlegt man das System in eine Anzahl von Teilen „Scheiben“, deren Starrheit nach a) zweifellos ist, so muß jeder derselben mit dem nächsten durch drei Stäbe verbunden sein, welche nicht in einem Punkt zusammenlaufen und nicht parallel sind.

Bei statisch bestimmten Fachwerken rufen etwaige Längenänderungen einzelner Stäbe keine Kräfte hervor (unter Voraussetzung reibungsloser Gelenke in allen Knoten).

Im allgemeinen kann ein Stab durch einen starren Knoten oder einen drei Knotenpunkte verbindenden biegungsfesten Stab ersetzt werden. Sind dabei mehrere Knoten starr, oder laufen mehrere biegungsfeste Stäbe über zwei bzw. mehrere Felder, so tritt statische Unbestimmtheit ein.

Man rechnet immer, daß Fachwerke nur in den Knoten belastet werden; zwischen den Knoten angreifende Lasten werden durch den betreffenden Stab (der gleichzeitig als einfacher Balken und als Glied des Systems zu berechnen ist) auf die nächsten Knoten übertragen.

Ebene statisch bestimmte Fachwerke können als Dreigelenkbogen als Gerbersche Träger oder Auslegerträger, als Hängebrücken, wo der Versteifungsbalken durch ein Gelenk unterbrochen ist, u. dgl. ausgeführt werden. Solche Systeme lassen sich in Scheiben zerlegen, deren jede für sich stabil und statisch bestimmt sein muß. Bedeutet k die Anzahl der Gelenke,

- | | |
|---------|---------------------------------|
| n_1 | der beweglichen Stützen, |
| n_2 „ | der festen gelenkigen Stützen, |
| n_3 „ | der fest eingespannten Stützen, |

— Jede Scheibe kann auch aus einem einzigen Stab bestehen.

so ist das System statisch bestimmt, wenn

$$3n_1 + 2n_2 + n_3 - k = 3$$

Es ist außerdem stabil, wenn durch die allgemeine Anordnung, die geometrische Form der Scheiben, die Lage der festen Stützen und die Lagen, auf denen die beweglichen Lager sich verschieben können — die Lage der Knoten genau bestimmt ist, so daß diese auch keine unendlich kleine Bewegung machen können.

31. Ungünstigste Belastungen für einfache Fachwerkträger.

Jeder Gurtstab wird am höchsten beansprucht, wenn der ganze Träger belastet ist und zwar so, daß die schwersten Lasten in der Nähe des gegenüberliegenden Knotenpunktes als Drehpunkt liegen. Die größte Last stelle man über den Drehpunkt selbst und, falls dieser nicht unmittelbar belastet werden kann, über einen der nächsten Knotenpunkte.

Für die Füllungslieder denke man sich den Träger durch einen Schnitt in zwei Teile getrennt, wie zur Berechnung der betreffenden Spannkraft nach der Ritter'schen Methode, am ungünstigsten ist die Belastung aller Knotenpunkte des einen Teiles des Trägers, und zwar stelle man die schwerste Last über den dem Schnitt am nächsten liegenden Knoten, der unmittelbar belastet werden kann, die anderen Lasten so dicht wie möglich daran nach dem nächsten Lager hin nach abnehmender Größe geordnet¹. Je nachdem der eine oder der andere Trägerteil belastet wird, ist die Spannkraft positiv oder negativ. Bei stetig verteilter Last empfiehlt es sich, immer mit dem vollen Wert der Knotenlast zu rechnen, auch wenn diese Annahme der Wahrheit nicht entspricht

¹ Der Träger wird für den Schnitt getroffenen Gurtstabs nach ihrer Größe geordnet und innerhalb der Stützweite schweben, ist für die größte oder totale Belastung am ungünstigsten (Fig. 31).

32. Ermittlung der Stabkräfte.

1. Rechnerisches Verfahren (nach Ritter).

Sind beliebig viele Kräfte, die an einem System wirken, unter sich im Gleichgewicht, so ist die Summe der Momente in bezug auf einen beliebigen Punkt der Ebene stets gleich Null.

Zerlegt man das Fachwerk durch einen Schnitt in zwei Teile, derart, daß nur drei Stäbe getroffen werden (eine Bedingung, die bei gewöhnlichen Systemen erfüllt werden kann), und denkt man sich einen Teil mit allen zugehörigen Kräften entfernt, so muß der andere im Gleichgewicht sein, wenn in den geschnittenen Stäben die Spannkraften O , I' und D wirken (Fig. 113).

Stellt man die Momentengleichungen aller auf den betrachteten Teil des Fachwerkes wirkenden Kräfte nacheinander in bezug auf A , B und C auf, so enthält jede dieser Gleichungen nur eine

Unbekannte, deren Wert gleich gerechnet werden kann.

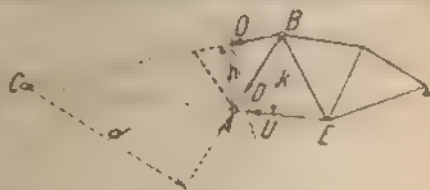


Fig. 113.

Die Vorzeichen der Momente er-

geben sich aus ihrer Drehrichtung. Die Kräfte der geschnittenen Stäbe werden zunächst als Zugkräfte betrachtet; ihr Richtungspfeil zeigt also nach der Schnittstelle hin, ergibt die Rechnung für eine Stabkraft einen negativen Wert, so ist sie ein Druck. Bezeichnet man mit M_A und M_B die Momente für die Knoten A und B , so erhält man sofort: $O = \frac{M_A}{h}$, $I' = + \frac{M_B}{h}$

Die Drehpunkte der Diagonalen fallen im allgemeinen sehr weit und werden durch zwei sich unter

sehr spitzen Winkel schneidende Geraden bestimmt. An und für sich ist dieser Umstand nicht sehr nachteilig, weil ein ev. Fehler alle Glieder der Gleichung in gleichem Sinne beeinflusst. Trotzdem ist es empfehlenswert, zur Bestimmung der Diagonalkräfte die Momentengleichung in bezug auf einen anderen Punkt aufzustellen z. B. für den Stab D in bezug auf E . Die Gleichung enthält dann außer der unbekannten Stabkraft D noch die Kraft Q , welche man aber aus bereits ermittelt voraussetzen kann.

Das sogenannte Projektionsverfahren ist oft vorteilhafter, durch einen passenden Schnitt trennt man einen Knotenpunkt von dem System und projiziert alle dort angreifenden Kräfte auf eine Senkrechte zu einer Diagonale (Fig. 114), die Summe aller Projektionen muß gleich Null sein, was eine Gleichung liefert, die nur eine Unbekannte enthält. Die Gurtkräfte werden vorher auf anderem Wege ermittelt.

Sind die Gurtungen parallel, so projiziert man einfach die drei unbekannten Kräfte auf eine Senkrechte zur Richtung der Gurtungen, so daß eine Gleichung mit nur einer Unbekannten entsteht. So findet man:

Fig. 124 $V = -Q$, $D = \frac{Q}{\sin \alpha}$

Um das Fachwerk in zwei Teile zu trennen, kann der Schnitt auch durch einen Knoten geführt werden, was nützlich ist, wenn das System biegeunflexible Stäbe enthält. Wird der Schnitt durch den Knoten am Ende eines solchen Gliedes gelegt, so hat man nur die dort auftretende Lang- und Querkraft zu berücksichtigen, denn infolge der Annahme von reibungslosen Gelenken in allen Knoten ist dort das Moment stets gleich Null.

Bei Fachwerken, welche nicht aus aneinandergereihten Dreiecken bestehen, ist es nicht immer möglich, Schnitte zu führen, welche nur drei Stäbe treffen. Oft kann man sich durch einen Umweg helfen, indem man darauf verzichtet, die Kräfte in der natürlichen Reihenfolge zu ermitteln (vgl. S. 171).

Nach einem anderen Verfahren schaltet man einen oder mehrere Stäbe aus, wofür ebensovielen Hilfsstäbe an passenden Stellen hinzugefügt werden. Die Kräfte der ausgeschalteten Stäbe treten nun als äußere Kräfte auf und werden nach der Bedingung bestimmt, daß alle Hilfsstäbe spannungslos bleiben. Das Verfahren ist umständlich und unübersichtlich, führt aber immer zum Ziele.

Schließlich kann man jeden Knoten durch einen passenden Schnitt vom System trennen, alle dort angreifenden Kräfte auf zwei beliebige Geraden projizieren und die entsprechenden Gleichungen aufstellen. Man erhält ebensovielen Gleichungen, wie Unbekannte vorhanden sind; ihre rechnerische Bestimmung ist also möglich. Diese Methode ist indes praktisch kaum anwendbar.

Für den Fall, daß die angreifenden Kräfte parallel gerichtet sind, läßt sich die Rechenarbeit wie folgt etwas abkürzen.

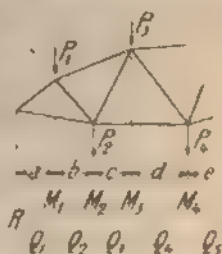


Fig. 115

Man ermittelt zunächst die Querkräfte und aus diesen die Momente. Es ist nach Fig. 115.

$$M_2 = R a + b - P_1 b = R a + R b - P_1 b$$

$$\text{oder } M_2 = R a + R - P_1 b.$$

Nun ist aber $R a = M_1$ und $R = P_1 + Q_2$, man kann also setzen: $M_2 = M_1 + Q_2 b$. Auf ähnliche Weise erhält man $M_3 = M_2 + Q_3 c$ usw. Der Übersichtlichkeit wegen empfiehlt es sich, die ermittelten Resultate in

einer Tabelle zusammenzustellen, etwa nach folgendem Muster:

Querkraft	Diagonalkraft	Biegemomente	Momente
$Q_1 = R$	a	$a R$	$M_1 = a R$
$Q_2 = R - P_1$	b	$b Q_1, b R - P_1$	$M_2 = M_1 - b Q_1$
$Q_3 = R - P_1 - P_2$	c	$c Q_1, c R - P_1 - P_2$	$M_3 = M_2 - c Q_1$
$Q_4 = Q_3 - P_3$	d	$d Q_1, d R - P_1 - P_2 - P_3$	$M_4 = M_3 - d Q_1$

Aus den Momenten rechnet man die Gurtkräfte und aus diesen nach dem Projektionsverfahren oder nach der graphischen Methode die Diagonalkräfte.

Für den Parallelträger kann man die Werte der Diagonalkräfte aus den Querkraften direkt ableiten, wie oben angegeben.

Das beschriebene Verfahren leistet gute Dienste, besonders bei konstanten Hebelarmen und solange die aufleren Kräfte (und auch die Auflagerreaktionen) durch runde Zahlen ausgedrückt sind, trifft letzteres nicht zu, so muß man die ganze Berechnung auf mehrere Dezimalstellen genau durchführen, damit die Reihe der Momente sich schließt.

Für den Fall nur senkrechter Belastung laßt sich zur Berechnung der schrägen Füllungsglieder bei beliebiger Gurtform eine einfache allgemeine Formel ableiten, welche ausdrückt, daß die Horizontalprojektion der drei Kräfte an der Schnittstelle gleich Null sein muß. Also nach Fig. 116:

$$D \cos q = D \cos m = P \cos \varphi.$$

Nach einer leichten Umrechnung erhält man

$$D \cos q = \left(\frac{M}{h} \right)_u - \left(\frac{M}{h} \right)_l \text{ oder } D = \left(\frac{M}{k} \right)_u - \left(\frac{M}{k} \right)_l$$

Hierin bedeuten M_u und M_l die Biegemomente an

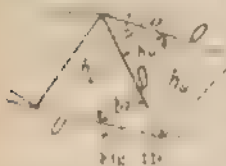


Fig. 116

bezug auf den oberen bzw. unteren Endpunkt der Diagonale, h_u und h_u sind die an diesen beiden Endpunkten lotrecht gemessenen Tragerhöhen.

Diese Formel gilt auch für links fallende Diagonalen. In allen Fällen hat man $\frac{M}{h}$ für den unteren Endpunkt der Diagonalen positiv, für den oberen negativ zu setzen.

II. Das Culmannsche Verfahren.

Dasselbe ist besonders geeignet, um die Spannkraft einer beschränkten Anzahl von Stäben zu ermitteln. Durch einen Schnitt trennt man das Fachwerk in zwei Teile und denkt sich den einen davon entfernt, damit der andere im Gleichgewicht bleibt, muß die Mittelkraft R der an ihm angreifenden äußeren Kräfte entgegengesetzt gleich sein der Resultante der in den geschnittenen Stäben wirkenden Kräfte. Wird daher der Schnitt derart geführt, daß nur drei Stäbe getroffen werden, so erhält man die in ihnen wirkenden Kräfte, indem man die Mittelkraft R mit entgegengesetztem Vorzeichen in drei Seitenkräfte nach den drei Stabrichtungen zerlegt.

Zu diesem Zwecke bringt man die Kraft R mit einer der gegebenen Krafrichtungen zum Schnitt und zerlegt sie in zwei Seitenkräfte, von denen die eine die Richtung des zum Schnitt gebrachten Stabes hat und die zweite durch den Schnittpunkt der beiden anderen Stäbe geht, nach deren Richtungen die so gefundene Seitenkraft von R zerlegt wird (vgl. Fig. 69).

Wird nur die Spannkraft eines Stabes gesucht, so ist nur eine Zerlegung nötig.

Sind die Richtungen von R und zwei der gesuchten Stabkräfte nahezu parallel (Fig. 117), so wird diese Konstruktion unbequem und ungenau. Alsdann wählt man auf R einen passend liegenden Punkt N , zerlegt R nach



Fig. 117

NL und NH und diese Seitenkräfte wieder nach O , D und T . Die Kraft D erscheint alsdann als Differenz zweier Strecken.

III. Cremona-Kräftepläne.

Sollen alle Stabkräfte eines Fachwerkes ermittelt werden, so ist das Verfahren von Cremona empfehlenswert.

Aus den gegebenen äußeren Kräften, einschl. Auflagerreaktionen, bildet man ein geschlossenes Polygon, in welchem die Kräfte in derselben Ordnung folgen wie am Umfange des Fachwerkes. Sind alle äußeren Kräfte parallel, so geht das Polygon in eine Gerade über. Nun beginnt man an einem Knotenpunkte, an dem nur zwei Stäbe zusammentreffen, und zerlegt die dort angreifenden äußeren Kräfte nach der Richtung dieser Stäbe. So bildet man weitergehend für jeden Knoten ein Polygon, wobei die angreifenden Kräfte stets in der Reihenfolge aneinandergesetzt werden, in welcher man sie bei Umfahrung des Knotenpunktes trifft. Die Seiten des Polygons, welche zu den entsprechenden Stäben parallel laufen, stellen die Spannkraft derselben dar. Die Vorzeichen ergeben sich aus folgender Regel: Durchläuft man ein Polygon in den, durch eine äußere oder eine bereits ermittelte innere Kraft gegebenen Sinne und überträgt man die Richtungs Pfeile der Kräfte in das Fachwerkssystem in der Nähe des betrachteten Knotenpunktes, so ist jede Kraft, deren Pfeil nach dem Knotenpunkte zeigt, eine Druckkraft, im anderen Falle eine Zugkraft. Es empfiehlt sich, das betreffende Vorzeichen, $+$ für Zug, $-$ für Druck, neben

dem Kennzeichen (Buchstabe oder Zahl) jeder Stabkraft in den Plan einzutragen

Bei Systemen, welche aus einzelnen aneinander gereihten Dreiecken bestehen, ist es immer möglich, einen Kräfteplan zu konstruieren, in welchem jede Kraft nur einmal vorkommt, wenn drei Stäbe des Systems ein Dreieck bilden, so gehen die entsprechenden Kräfte im Kräfteplan durch einen Punkt, jedem Knotenpunkt entspricht im Kräfteplan ein geschlossenes Polygon

Bei Systemen wo die obengenannte Bedingung nicht erfüllt ist, ist es meistens nicht möglich, den Kräfteplan so zu konstruieren, daß jede Kraft nur einmal vorkommt, man ist häufig gezwungen, einzelne Kräfte parallel zu sich selbst zu verschieben. Dies geschieht z. B. bei Systemen mit überzähligen Stäben oder solchen, wo biegungsfeste Glieder vorkommen, und anderen mehr.

Bei den Cremona Kräfteplänen pflanzen sich eventuelle Fehler immer weiter fort und vergrößern sich. Um zuverlässige Ergebnisse zu erhalten, ist es daher erforderlich das Netz des Fachwerkes möglichst groß und genau zu zeichnen. Besser noch ist es (und auch schneller gemacht), für jede Gattung von Stäben einen Strahlenbuschel in so großem Maßstabe wie möglich zu konstruieren, also je einen für Obergurt, Untergurt rechtsfallende und linksfallende Diagonalen.

Trotz alledem schließen sich nütunter die Pläne nicht und bedürfen einer Korrektur. Dazu bestimmt man eine der mittleren Kräfte durch Rechnung, trägt sie in den Plan ein und drückt ihn von beiden Seiten so, daß er sich schließt. Die noch verbleibenden Fehler sind alsdann in den meisten Fällen äußerst gering.

Bei Systemen mit sehr vielen Stäben empfiehlt sich ein gemächtes Verfahren. Man zeichnet das Momentendiagramm und leitet aus demselben die Gurtkräfte ab, nun konstruiert man einen Strahlenbuschel dessen Strahlen die Kräfte des unbefestigten Gurtes nach Größe und Richtung darstellen, alsdann ist es leicht, für jeden

Knotenpunkt die Kräftepolygone zu vervollständigen und so die Kräfte aller Füllungsstäbe zu bestimmen

Wie man einen Cremona-Kräfteplan für ein System mit beweglichen Stäben konstruiert, ist aus Fig. 118 ersichtlich. Das dargestellte System, bei dem die beweglichsten Stäbe durch kräftige Stäbe gekennzeichnet sind, ist eigentlich statisch bestimmt, man geht aber nicht stark fehl, wenn man annimmt, daß die Horizontalkraft sich in gleichen Teilen auf die beiden Verteiler

Man berechnet zuerst die vertikalen Lagerkräfte A und B (s. Fig. 118).

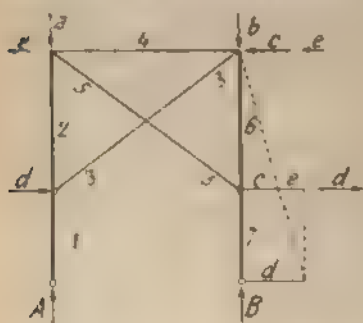
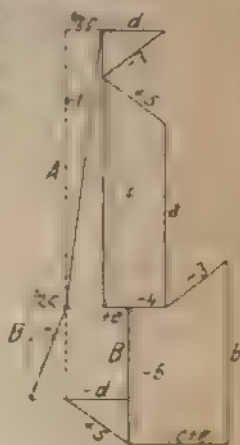


Fig. 118



1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. konstruiert. Die schrägen Auflagerkräfte mit einer einfachen Berechnung oder graphisch, wie in der Fig. 118, ist angedeutet. Die Horizontalkraft H wird auf den Stützer in der Mitte der Spannweite l eingebracht. Man konstruiert nun zuerst das Kräftepolygon $1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12$ von welchem die Seiten 1, 4 und 12 bekannt sind. Dann geht man das Polygon $1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12$ für die Kraft H parallel zur Seite 11 ein. Dann wird das erste Polygon $1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12$ für die Kraft H eingezeichnet.

33. Einflußlinien für den einfachen Gitterträger.

a. Die Einflußlinie eines Stützdruckes ist genau so, wie beim vollwandigen Träger

b. Einflußlinie für einen Gurtstab. Fig. 119. Da für die Spannkraft die Gleichung: $S = \frac{M}{h}$ mit negativem

Vorzeichen für den Obergurt allgemein gültig ist, so hat die Einflußlinie dieselbe Gestalt wie die M -Linie für den betreffenden Drehpunkt C , mit der einzigen Änderung, daß wenn der Punkt C zum unbelasteten Gurt gehört, die Spitze durch die Gerade $D_1 E_1$, welche den Knotenpunkten D und E entspricht, gebrochen wird. Zur Konstruktion berechnet man am

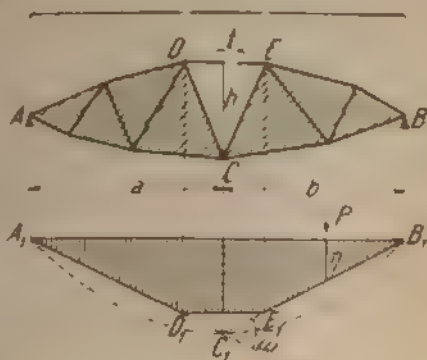


Fig. 112

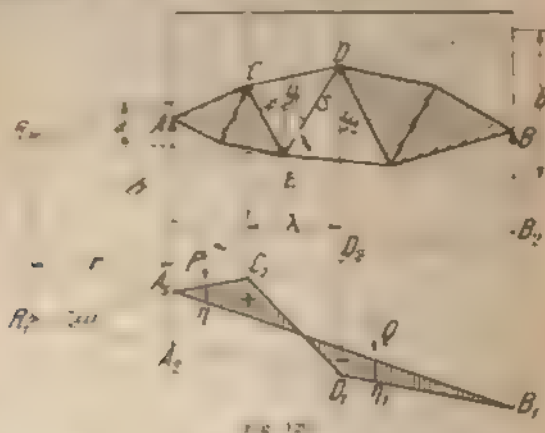
 B_2

besten die Ordinate unter C , welche den Wert $\frac{ab}{a+b}$ hat, und trägt sie in dem gewählten Maßstab auf. Die Spitzen aller Einflußlinien liegen auf der Parabel $A_1 C_1 B_1$ mit dem Pfeil $1/4$.

Nach dem Prinzip der Arbeit kommt man ebenfalls schnell zum Ziel. Man denkt sich aus dem Stab ein Stück l herausgeschnitten, die positiv angenommene Spannkraft S leistet die Arbeit $+Sl$, indem die beiden Teile des Trägers $A_1 C_1 D$ und $B_1 C_1 E$ sich gegeneinander um den Winkel $\omega = \frac{l}{h}$ drehen. Die ursprünglich gerade Fahrbahn geht in die geknickte Linie $A_1 C_1 B_1$ bzw. $A_1 D_1 E_1 B_1$ über, je nachdem sie mit dem einen oder dem anderen Gurt direkt verbunden ist. Irgendeine Last P senkt sich um r , und leistet dabei die Arbeit $+Pr$. Die Arbeitsgleichung lautet: $Sl + Pr = 0$, also $S = -P \frac{r}{l}$. Die Einheit ist also l . Man konstruiert den Winkel ω , indem man $B_1 B_2 = \omega h$ macht. Ist

... I = erscheinen die Ordinaten in dem Maßstab der Zeichnung.

c) Einfachnahme für einen Unterstab Fig. 120. Wird der Stab $D E$ durchgeschnitten, so bleibt ein System, welches aus den beiden starren Scheiben I und II besteht, die durch zwei Stäbe verbunden sind; sie können sich gegeneinander drehen, und zwar liegt ihr gegenseitiger Drehpunkt im Schnittpunkt R der verbindenden Stäbe. Hält man die Scheibe I fest, und laßt man die Entfernung der Punkte D und E um l kleiner werden,



so leistet die Kraft die Arbeit $+Sl$, und die beiden Scheiben drehen sich gegenseitig um den Winkel $\omega = \frac{l}{h}$, während die ursprünglich gerade Fahrbahn die doppeltgeknickte Form A_1, C_1, D_1, B_1 annimmt. Erteilt man nun dem ganzen System eine passende Drehung, so, daß der deformierte Träger auf seinen Lagern ruht, so erhält man als Schlußlinie die Gerade $A_1 B_1$, welche der ursprünglichen Lage der Fahrbahn entspricht. Eine Last P wird um die Strecke l gehoben, eine Last Q um l_1 gesenkt. Die Arbeitsgleichung lautet

$$Sl - Pl + Ql_1 = 0.$$

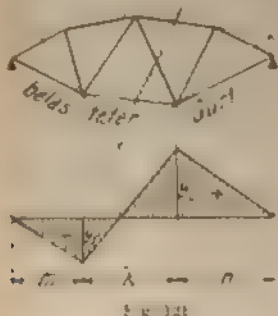
Also $S = P \frac{r}{l} - Q \frac{r_1}{l}$. Hiernach ist der erste Teil der Einflusssfläche positiv, der zweite negativ. Die Einheit ist $t = k \cdot 1 = k \frac{1}{r} A_2$. Man kann sie bequemer berechnen wie folgt: Liegt eine Last 1 in D , so ist die entsprechende Kraft $S = \frac{l}{k}$; aus der Einfluslinie erhält man: $S = \frac{D_1 D_2}{l}$, also $t = \frac{D_1 D_2}{l} k$.

Um zur Einfluslinie zu gelangen, kann man entweder den Winkel ω konstruieren, oder nach der oben gefundenen Formel die Strecke $D_1 D_2$ berechnen, indem man für t die Länge einführt, welche die Kraft 1 darstellt, die Punkte D_1 und D_2 werden schliesslich von einem beliebigen Punkt R_1 der Senkrechten durch R projiziert und die Figur vervollständigt. Man merke sich dabei, dass die Punkte C und D dem belasteten Gurt angehören.

Für den Fall, dass der Punkt R sehr weit fällt, empfiehlt sich die rechnerische Ermittlung der beiden Strecken $A_1 A_2 = \frac{a d}{y_1 y_2}$ und $B_1 B_2 = \frac{b d}{y_1 y_2}$, d Länge des betrachteten Gitterstabes. Für eine Vertikale vereinfachen sich diese Formeln, indem die Stablänge gleich y_1 und y_2 wird. Eine beliebige Ordinate zwischen den Geraden $A_1 B_2$ und $A_2 B_1$ kann durch eine ähnliche Formel gerechnet werden, wo statt a oder b die entsprechende Ordinate zwischen den verlängerten Gurtlinien eingesetzt wird.

Es ist oft bequem, den Nullpunkt der Einfluslinie direkt zu bestimmen; zu diesem Zweck denkt man sich den Träger durch einen Schnitt so in zwei Teile geteilt, wie es zur Berechnung der Stabkraft nach dem Ritter'schen Verfahren erforderlich ist, man verlängert (Fig 121) den unbelasteten geschnittenen Gurtstab bis zum Schnitt mit den Auflagersenkrechten und verbindet die Schnitt-

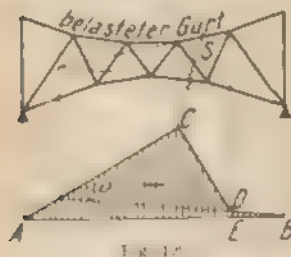
punkte mit den zum belasteten geschnittenen Gurtstab gehörenden Knotenpunkten, diese Geraden schneiden sich



über dem Nullpunkt der Einflußlinie. Diese laßt sich als dann in einem beliebigen Maßstab leicht konstruieren, indem man zuerst die mittlere Gerade durch den Nullpunkt bis zu den Senkrechten durch die benachbarten belasteten Knoten zieht und dann die Figur vervollständigt. Um die Einheit zu ermitteln, bestimmt man rechnerisch oder

graphisch die Stabkraft für irgendeine Belastung und leitet das gleiche Ergebnis aus der Einflußlinie ab. Am besten benutzt man dazu die Spannkraft infolge der ständigen Last, die man von vornherein durch ein anderes Verfahren bestimmt hat. Die Fläche der Einflußlinie ist: $2 F = \lambda (y_2 - y_1 + y_2 n - y_1 m)$

Für den Parallelträger vereinfacht sich die Konstruktion der Einflußlinien für die Fußungsstäbe ganz wesentlich, weil die Spannkraften einfach aus den Querkraften abgeleitet werden, infolgedessen benutzt man die Einflußlinien der Querkraften, welche für alle Felder des Trägers mit Hilfe der Geraden A_1B und AB_1 (Figur 73, S. 98 leicht zu konstruieren sind).



Liegt der Drehpunkt des Stabes (Schnittpunkt der betreffenden Gurtstäbe) innerhalb der Spannweite des Trägers, so hat die ganze Einflußfläche das gleiche Vorzeichen, einen reellen

Nullpunkt gibt es also nicht, die oben angegebene Konstruktion würde zum Punkt E führen, den man als vir-

zelen Nullpunkt bezeichnen kann Fig. 122. Zur Einfluslinie gelangt man durch dieselben Betrachtungen wie im gewöhnlichen Fall, die Geraden AC und BD entsprechen den beiden Teilen des Trägers, die Schlusslinie AB stellt die Fahrbahn in ursprünglichem Zustand dar.

Für sehr komplizierte Systeme empfiehlt es sich, zur Bestimmung der Formänderung des Trägers einen Williotplan (Seite 257) zu zeichnen (Müller-Breslau).

Es sei z. B. die Einfluslinie der Spannkraft im Stabe AC bei belastetem Untergurt zu konstruieren (Fig. 123).

Man schreibt dem Stab eine willkürliche Verkürzung zu und konstruiert darnach den Williotplan: die Punkte

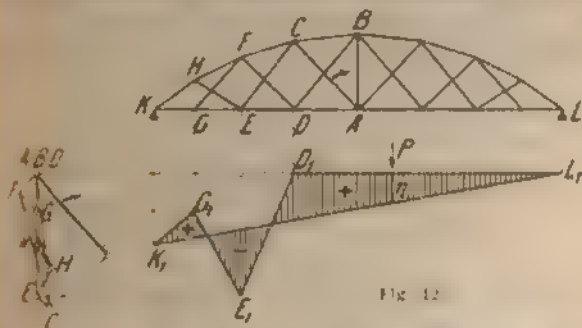


Fig. 12

K, G und E gehen in K_1, G_1 und E_1 über. Die Schlusslinie ist die Gerade $K_1 L_1$. Die Einheit ist t . Die Teile $D_1 L_1$ und $K_1 G_1$ sind positiv, weil die Arbeit von vertikalen Kräften durch die Art der Formänderung eine negative wird, die Arbeitsgleichung $S t + P \delta = 0$ ergibt also
 dann für S eine positive GröÙe $\frac{P \delta}{t}$.

Dieses Verfahren führt selbst in den schwierigsten Fällen zum Ziel und laÙt sich auch rein rechnerisch anwenden, so daÙ jede gewünschte Genauigkeit erreicht werden kann, indessen ist die graphische Konstruktion meist vollständig ausreichend.

Um die Einfluslinien von einem Maßstab zum anderen umzuzeichnen, oder um die Schlußlinie waagrecht zu erhalten, kann man mit Vorteil das Prinzip der Affinität geometrischer Figuren benutzen Seite 31.

34. Der Parallelträger.

Der Fachwerkbalken mit parallelen Gurtungen, wenn auch nicht theoretisch der günstigste, bietet die Vorteile einfacher Herstellung, sowie leichter und übersichtlicher Berechnungsart. Er kommt außerdem fast ausschließlich in Betracht für Windverbände und als Element von Fachwerkgebäuden.

Die Gurtungen haben nur die Biegemomente, die Füllungsglieder nur die Querkräfte aufzunehmen.

Es ist stets: $O = -\frac{M}{h} \cdot l + \frac{M}{h}$ (Fig. 124). Das Moment bezieht sich immer auf den Knotenpunkt



FIG. 124

gegenüber dem betreffenden Stab, den sogenannten Drehpunkt des Stabes, weil die

beiden Teile des Bauwerkes sich um diesen Punkt gegeneinander drehen, wenn der Stab geschnitten wird. Diese Kräfte ändern sich also sprunghaft.

Für die Füllungsglieder hat man: $D = \frac{Q}{\sin \alpha} = Q \frac{d}{h} \cdot l - Q$

Hier ist Q die größte mögliche Querkraft für das betreffende Feld. Sie kann durch die Einfluslinie bestimmt werden oder dem A Polygon entnommen werden. Rechnet man nur mit gleichmäßig verteilter Last, so genügt es meistens, die Ordinate der Kurve der größten Querkraft unter dem Mittelpunkt des betreffenden Stabes als maßgebend zu betrachten (man erhält dadurch etwas zu große Kräfte). Bei gleichmäßig verteilter totaler Belastung sind alle nach der Mitte fallende Diagonalen

gezogen und die Ständer gedrückt, dasselbe geschieht in dem Teil des Trägers, über welchem sich eine gleichmäßig verteilte Last befindet. Deshalb werden meistens die Diagonalen nach der Mitte fallend angeordnet, damit die Ständer die ja kürzer sind die Druckkräfte aufzunehmen haben. Die theoretisch günstigste Neigung der Diagonalen für gleiche zulässige Beanspruchung auf Zug und Druck ist bei Fachwerken mit Ständern $35^{\circ} 15'$ arc etg | 2, bei Fachwerken ohne Ständer 45° , in der Praxis legt man sie in allen Fällen um 45° geneigt oder wenig flacher.

In dem mittleren Tragerteil werden die Diagonalen und die Pfosten je nach der Belastungsart auf Zug oder auf Druck beansprucht. Die Anordnung von Gegen-diagonalen ist im allgemeinen wenig zu empfehlen, weil der Träger infolge der wechselnden Gliederung an Steifigkeit verliert, größere Durchbiegungen aufweist und Stoßen ausgesetzt ist, welche die Nietverbindungen lockern. Wenn man dem Prinzip treu bleibt, alle Glieder steif auszubilden, so braucht man nur sehr wenig mehr Material als für Ständerfachwerke, um die gedruckten Diagonalen knicksicher zu gestalten.

Die Höhe des Trägers wird $\frac{l}{8}$ bis $\frac{l}{12}$ gewählt, meistens $\frac{l}{10}$. Überschreitungen dieser Grenzen sind nicht selten, sie bewirken aber eine gewisse Materialverschwendung ¹⁾.

Die Anordnung der Diagonalen abwechselnd rechts- und linksfallend bietet den Vorteil, daß die Ständer unabhängig von der Belastung der Hauptträger sind, und die Durchbiegung des Trägers geringer ausfällt.

¹⁾ Eine Ausnahme bildet der Fall, daß die Belastung am Untergurt angreift und der Obergurt durch einen besonderen Widerverband ausgesteift ist; in diesem Fall kann eine größere Höhe (bis $\frac{l}{6}$) vorteilhafter sein. Das selbe gilt auch für den Hauptabsträger.

Liegt die Belastung nur am Obergurt, so kann jede zweite Pfosten fortbleiben, was das Mehrgewicht der teilweise knicksicher zu gestaltenden Diagonalen aufwiegt. Liegt die Last am Untergurt, so werden meistens alle Pfosten ausgeführt, um den Anschluß der Quertträger bei offenen Brücken auch die Aussteifung des Obergurtes zu erleichtern, das Mehrgewicht ist aber auch dann im allgemeinen nicht groß.

Je nach der Systemanordnung ist es oft möglich, die

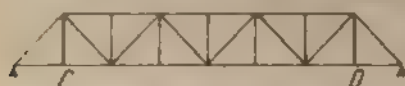


Fig. 12

letzten Stäbe des Obergurtes und die Endpfosten fortzulassen (Fig. 125).

Sofern ein oberer Windverband besteht, werden die an den Enden derselben auftretenden Kräfte durch steife Portale aufgenommen, welche entweder nach amerikanischer Art schräg in der Ebene der Enddiagonalen oder senkrecht mit dem ersten Pfosten zusammenfallend angeordnet werden. Die zweite Konstruktion ist die übliche wegen ihrer Einfachheit, der untere Windverband wird alsdann durch zwei Einzellasten C und D beansprucht, außerdem hat man für die Hauptträger eine zusätzliche positive oder negative Belastung.

Durchbiegung.

Die Durchbiegung in der Mitte eines Parallelträgers, bei welchem die Stäbe die Beanspruchung σ_1 , σ_2 und σ_3 aufweisen, ist

$$\delta = \frac{l}{2E} \left[\sigma_1 \frac{l}{2h} + \sigma_2 \left(\frac{h}{l} + \frac{l}{h} \right) + \sigma_3 \frac{h}{l} \right],$$

wo l die überall gleiche Feldweite bezeichnet. Das erste Glied in den eckigen Klammern der Größe nach (überwiegend) berücksichtigt den Einfluß der Gurtungen, das zweite denjenigen der Diagonalen, das dritte denjenigen der Pfosten. Da aber die Wandglieder nach dem für sie ungünstigsten Belastungsfall dimensioniert werden, die Pfosten außerdem dadurch, daß sie knick-

sicher auszuführen sind, meistens eine viel geringere Beanspruchung als σ_1 erfahren, so kommen für die Durchbiegung hauptsächlich die Gurtungen in Frage. Die Beanspruchung ist nicht durchgehend konstant; vorkommendenfalls tut man deshalb gut, sie für einige Glieder zu ermitteln, und für jede der drei Gliederarten einen mittleren Wert einzuführen. Für Träger, wo die Pfosten dem Hauptsystem nicht angehören, fällt das letzte Glied fort und der Einfluss des zweiten wird geringer, weil mehr als die halbe Anzahl der Diagonalen knacksicher sein muß, δ fällt also kleiner aus. Für den Träger der Fig. 124 mit $\sigma_1 = 0,8$, $\sigma_2 = 0,6$, $\sigma_3 = 0,5$ t/cm² auf Brutto Querschnitt gerechnet, $E = 2150$, $l = 10$ h, Zelllänge = Höhe erhält man:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{2 \cdot 2150} (4,0 + 1,2 + 0,5) = \frac{1}{751}.$$

Für denselben Träger ohne wirksame Ständer mit Wechseldiagonalen) wäre

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{2 \cdot 2150} (4,0 + 1,2) = \frac{1}{827}.$$

Es ist nur $\frac{1}{11}$ vom vorigen Werte. In der Tat wird der Unterschied aus den oben angegebenen Gründen noch größer.

Dafs Berechnungen, die sich auf diese Formel stützen, nur eine grobe Annäherung liefern, ist ohne weiteres klar.

Eine Formel zur angenäherten Gewichtsabrechnung von Parabeitragern ist im Kap. 96, II angegeben.

35. Der Parabeiträger.

Grundeigenschaft bei vollständiger gleichmäßiger Belastung sind die Diagonalen spannungslos.

Die Trägerhöhe ändert sich proportional den Ordinaten einer Parabel $y = \frac{4}{l^2} x(l-x)$. Die eine Gurtung erhält eine willkürlich gewählte Form, meistens gerad

lung, mitunter auch parabolisch (Fischbauchträger und Seilsträger Fig. 126)

Die Gurtungen erhalten die größte Spannung bei vollständiger Belastung.

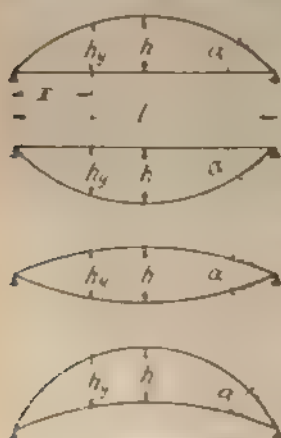


Fig. 126

Ist q die ständige und p die Verkehrslast auf der Längeneinheit, so ist $H = \frac{(p+q)l}{2h}$

die überall gleiche Horizontalkomponente der Gurtkraft. Hiernach ist bei geraden Gurtungen die Kraft konstant, bei krummen nimmt sie nach den Enden hin etwas zu. Die Gurtungen werden meist polygonal gemacht, wobei die Ecken auf Parabeln liegen. Wenn sie auch stetig gekrümmt sind (vgl. Kap. 78), so sind immer ihre Sehnen für die Berechnung maßgebend.

Die Glieder des Gitterwerkes sind für einseitige Belastung zu berechnen und zwar ist im Einklang mit der Grundeigenschaft die größte Kraft in jedem Glied positiv oder negativ, mit gleichem absoluten Wert, so lange nur gleichmäßig verteilte Last in Frage kommt. Ist l die Länge einer Diagonale, so ist ihre größte Kraft

$D = + \frac{p \cdot l \cdot d}{2h}$ Diese Formel ist gültig, ob Vertikalen vorhanden sind oder nicht.

Die Kräfte in den Vertikalen, welche ihren größten Wert gleichzeitig wie die mit ihnen am unbelasteten Gurt angeschlossenen Diagonalen erreichen¹, werden am besten aus der Gleichgewichtsbedingung für den Knotenpunkt des unbelasteten Gurtes abgeleitet. Zu diesen

¹ Diese Eigenschaft ist durch die Wahl der Lasten und der Gurtform bedingt. Sie ist nicht allgemein gültig. (Vgl. Kap. 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.)

Zweck rechnet man die Spannkkräfte der anstehenden Gurtstabe am einfachsten aus der Reaktion des Lagers an der unbelasteten Trägerseite und projiziert dann alle Kräfte auf eine Vertikale (S. 142). Ist der eine Gurt geradlinig, so gelangt man am schnellsten zum Ziele, wenn man die Diagonalkraft parallel zum Pfosten und zum geraden Gurt zerlegt, hinzu kommt der positive oder negative Beitrag der bleibenden Last.

Da die Kräfte der Pfosten mit ihrer Länge wachsen, so genügt es in manchen Fällen, die Untersuchung nur für den längsten durchzuführen, und die gefundene Kraft für alle gelten zu lassen. Auch kann man die Formel der Diagonalen anwenden unter Berücksichtigung des Einflusses der bleibenden Last man beachte, daß, wenn beide Gurte parabolisch sind, die bleibende Last sich proportional den Pfeilhöhen unter den beiden verteilt, bei dem Sichelträger ist ein Teil negativ. Muß man wie bei Brücken mit Einzellasten rechnen, so sind die hier angegebenen Formeln nur als eine Annäherung zu betrachten; für die genaue Berechnung sind am besten die Einflußlinien zu verwenden.

Im allgemeinen werden Ständer und Gegendiagonalen in allen Feldern konstruiert; es gibt bei dieser



Fig. 127



Fig. 128

Anordnung Belastungsfälle, bei welchen die Ständer auf Zug beansprucht werden; diese Zugkräfte sind aber unbedeutend im Vergleich mit den Druckkräften, die oben durch die Knickefestigkeit mehr Material erfordern.

Um die wechselnde Gliederung zu vermeiden, ist es empfehlenswert, einfache knicksichere Diagonalen anzuordnen, wenn auch dadurch ein größerer Materialaufwand verursacht wird (Fig. 127).

Bei Brücken mit Bahn oben und bei Dachbindern findet man häufig Gitterwerke ohne Vertikalen Fig. 128, eine Anordnung, die als vorteilhaft zu bezeichnen ist, mitunter wird auch ein Doppelsystem angewendet nach Fig. 112.

Liegt die Last unmittelbar auf dem krummen Obergurt und kann sie als gleichmäßig verteilt angesehen werden (wie z. B. bei Dächern), so nutzt man die Eigenschaft der Parabel, die Gleichgewichtsform zu besitzen, in der Weise aus, daß man das Gitterwerk ganz willkürlich anordnet. Der Obergurt muß natürlich steif konstruiert werden, was indes meistens ohne Materialverschwendung geschehen kann. Es empfiehlt sich aber immer, zu untersuchen, ob die zulässige Spannung nicht überschritten wird. Bei der Berechnung des Momentes müssen selbstredend die Achskraft und die Krümmung des Stabes berücksichtigt werden.

Die Eigenschaften des Parabelträgers bleiben mit genügender Annäherung noch gültig, wenn die Parabel falls die Pfeilhöhe etwa $l/8$ nicht überschreitet, durch einen Kreisbogen ersetzt wird, was die Konstruktion etwas vereinfacht.

Die Höhe des Trägers in der Mitte wird meistens zu $l/8$ gewählt; starke Abweichungen von diesem Wert sind jedoch nicht selten. Mit $h = l/8$ wird der Parabelträger bis um 20% leichter als der Parallelträger, dieser Vorteil wird aber teilweise aufgehoben durch die schwierigere Herstellung, namentlich durch die Bildung der Endschnäbel und der Anschlüsse der Endquerträger.

Die Durchbiegung eines Parabelträgers in der Mitte bei voller Belastung und unter der hier ziemlich zutreffenden Annahme einer gleichmäßigen Beanspruchung a , ist $\frac{d}{l} = \frac{a}{h} (0,3466 \frac{l}{h} + 0,7721 \frac{h}{l})$, also um 10 bis 20% größer als diejenige eines Parallelträgers mit gleichem Verhältnis $\frac{l}{h}$.

Der Parabelträger kann für Windverbände, zur Aussteifung langer und schlanker Ständer einer dem Wind ausgesetzten Wand u. dgl. in vorteilhaft angewendet werden.

36. Der Halbparabelträger.

Wird der eine Gurt eines Trägers nach einer Parabel geformt, die nicht nach den Endpunkten des anderen hin läuft sondern etwas entfernt davon bleibt, so daß das Fachwerk durch einen Endpfosten geschlossen wird, so hat man den sogenannten Halbparabelträger.

Ein solcher erfordert in der Regel mehr Material als der Parabelträger und weniger als der Parallelträger. Es ist in dieser Hinsicht vorteilhaft, den Endpfosten so niedrig wie möglich zu konstruieren z. B. so daß es eben noch möglich ist einen oberen Verband durchzuführen. Der Halbparabelträger wird vielfach aus ästhetischen Rücksichten oder eben nur, um die obere Windverstrebung durchzuführen, gewählt. Da er nun keine besonderen Eigenschaften besitzt, verweisen wir für die Berechnung auf die allgemeine Theorie des Fachwerkbalkens.

37. Der Schwedlerträger.

Grund Eigenschaft: die kleinste Spannkraft der Diagonalen ist gleich Null, eine negative Kraft kann also niemals eintreten.

Für gleichmäßig verteilte Verkehrslast p ist die Höhe des Trägers in einem vom linken Ende um x

$$\text{entfernten Punkt: } y = \frac{4h}{l^2} x(l-x) + \frac{1}{l} \begin{matrix} q \\ p \\ q \\ p \end{matrix} \quad \text{Die}$$

Form des einen Gurtes ist willkürlich, doch ist bei den bisherigen Ausführungen der Untergurt immer gerade gewählt worden; die obige Gleichung gibt alsdann die

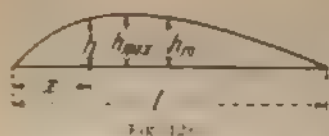


Fig. 129

Form des Obergurtes an Fig. 129. Dieselbe ist eine hyperbolische, wo die größte Ordinate nicht in der Mitte, sondern auf

der Abszisse $x = \frac{q}{p} l \left(1 + \frac{p}{q} - 1 \right)$ liegt. Die entsprechende größte Höhe des Trägers ist:

$$h_{\max} = 2h \left(1 + 2 \frac{q}{p} \left(1 + 2 \frac{q}{p} - 1 \right) \frac{q}{p} \right)$$

Nähert sich das Verhältnis q/p der Grenze ∞ bei sehr großen Brücken, so nähert sich die Gurtform einer Parabel, dagegen erhält man für $q/p = 0$ den in Fig. 130 skizzierten Dreiecksträger. Bei Fachwerkbalken gilt die angegebene Gleichung der Obergurtnie für das in die

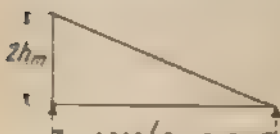


Fig. 130

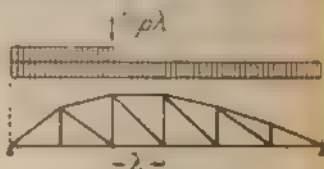


Fig. 131

Kurve eingeschriebene Polygon, es wird dabei vorausgesetzt, daß am Vorderende der belasteten Strecke die Einzellast $\frac{1}{2} p \lambda$ wirkt¹⁾ (Fig. 131). (Vgl. Seite 140)

Der Natur der Sache nach muß der Träger symmetrisch sein; die theoretische Form wird bis zu dem Punkt beibehalten, an dem die größte Ordinate liegt, in dem mittleren Teil macht man die Gurtungen parallel, und muß dann die betreffenden Felder mit Gegendiagonalen oder mit knicksicheren Diagonalen versehen, genau wie beim Parallelträger. Die größte Kraft in den sonstigen Diagonalen ist: $D = \frac{p l}{4} \frac{d}{h}$ sie ist also

¹⁾ Diese Annahme sollte man immer machen, wenn man auf die gleiche Weise einen anderen Balken rechnet.

der Stablänge direkt proportional und zwar doppelt so groß als bei einem gleich langen und hohen Parabelträger. Für die Bestimmung der Kräfte der Pfosten gilt das oben über den Parallelträger Gesagte.

Hat man mit Einzellasten zu rechnen, so ist die gegebene Gleichung für die Obergurtlinie nicht anwendbar, vielmehr muß man, von irgend einer Vertikalen ausgehend, die Höhe der nächsten bestimmen und so schrittweise die Form des Trägers ermitteln (Fig. 132).

Zweckentsprechend bestimmt man die Momente M_n und M_{n-1} für diejenige Laststellung, Standlast mitgerechnet, welche in dem betreffenden Feld die größte negative Querkraft erzeugt. Alsdann liefert die Gleichung auf Seite 144 die Bedingung.

$$\frac{M_n}{h_n} = \frac{M_{n-1}}{h_{n-1}} \quad \text{oder} \quad \frac{h_{n-1}}{h_n} = \frac{M_{n-1}}{M_n}$$

Hiernach kann man von einem Pfosten ausgehend, die Höhe des nächsten berechnen. Den mittleren Teil des Trägers führt man am besten mit parallelen Gurtungen aus, wobei das oben Gesagte gilt.

Es soll übrigens besonders betont werden, daß es nicht nötig ist, sich streng an die theoretische Form zu halten, es kann gut sein, den Obergurt etwas stärker zu krümmen, als theoretisch ermittelt, damit das Fachwerk sich mehr dem Parallelträger nähert, oder, was dasselbe bezweckt, für die Feststellung der Form das Eigengewicht der Brücke ziemlich niedrig zu schätzen sollte sich aus der genauen Berechnung ergeben, daß die Diagonalen bei gewissen Belastungen eine geringe Druckkraft erhalten, so ist es bei den heutzutage ausschließlich verwendeten steifen Profilen fast immer möglich, die Stäbe für diese kleine Kraft knicksicher zu machen, ohne Material zu verschwenden.

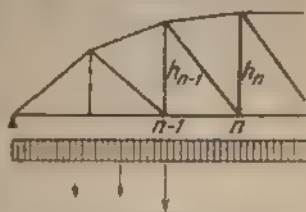


Fig. 132.

Die gewöhnliche Form des Schwedlerträgers weist einen geraden Untergurt und einen polygonalen Obergurt auf, das Umgekehrte könnte aber ebenso gut zur Ausführung gewählt werden z. B. für Brücken mit Bahn oben.

Der Schwedlerträger bietet gegenüber dem parabolischen den Vorteil einer gewissen Materialersparnis (etwa 5 %) und der Vermeidung mit Ausnahme der mittleren Felder) von abwechselnd auf Zug und Druck beanspruchten Diagonalen. Beide Vorteile sind indes nicht ausschlaggebend für die Wahl dieser Form. Wichtiger ist der Umstand, daß der Winkel, unter welchem sich die Gurtungen an den Enden schneiden, stumpfer ausfällt als beim Parabelträger, was in konstruktiver Hinsicht entschieden günstig ist.

Für die Durchbiegung lassen sich keine allgemeine einfachen Formeln aufstellen, sie wird immer zwischen denjenigen eines parallelen und eines parabolischen Trägers liegen.

38. Der Dreiecksträger.

Läßt man die geraden Gurtungen eines Fachwerkträgers an den Enden zusammenlaufen so erhält man ein System, welches besondere Eigenschaften besitzt.



Fig. 133 Eine beliebig gerichtete, in A angreifende Kraft beansprucht nur die hier zusammenlaufenden

Gurtungen, folglich wird ein Glied des Gitterwerkes, z. B. FG nur von Lasten beansprucht, welche zwischen A und F angreifen. Die aus der Auflagerkraft B abgeleitete Spannkraft ist $S = B \frac{h}{h'}$. Die Füllungslieder sind abwechselnd nur gedrückt oder nur gezogen, je nachdem ein Stab

nach Durchführung des zur Berechnung dienenden Schnittes an linken Trägereil am Obergurt oder am Untergurt angeschlossen ist. Die Gurtungen werden nach den Lagern hin immer stärker beansprucht. Dieser Umstand, im Zusammenhang mit der Schwierigkeit, die sich unter einem spitzen Winkel schneidenden Gurtungen zu verbinden, macht diese Trägerform für größere Spannweiten, besonders für Brücken, ungeeignet. Bei Dächern findet man sie sehr häufig, da die Art der Beanspruchung der Füllungslieder vorteilhaft erscheint, besonders in den Fällen, wo schwere Einzellasten in Betracht kommen, z. B. für Werkstattgebäude, wo nicht selten noch Lasten an das Dach gehängt werden. Die einfache und billige Herstellung gleicht teilweise den verhältnismäßig hohen Materialaufwand aus.

Die Berechnung der Stabkräfte geschieht am einfachsten durch einen Cremona-Kräfteplan, da für alle Stäbe die größte Belastung des ganzen Fachwerkes maßgebend ist.

Dachstühle.

Die mannigfaltigsten Fachwerke sind zu Dachstühlen benutzt worden, der Dreiecksträger, einfach oder mit Zwischensystemen, findet aber die weitaus häufigste Verwendung.

Der Untergurt wird meist nicht horizontal ausgeführt sondern in der Mitte etwas überboht (ca. $\frac{1}{4}$ der Spannweite).

Die Verteilung der Last und des Winddruckes auf die Knoten des Obergurtes geschieht nach dem Gesetz des einfachen Balkens, d. h. gerade als ob der tatsächlich durchgehende Obergurt in jedem Knotenpunkt durch ein Gelenk unterbrochen wäre. Die Anwendung der Theorie des durchgehenden Balkens führt zu keinen stark abweichenden Ergebnissen, die obendrein kaum als eine Besserung des Resultats zu bezeichnen waren, da die Stützpunkte des Obergurtes nicht ohne weiteres

als fest angesehen werden dürfen. Die genaue Untersuchung mit Hilfe der Theorie der statisch unbestimmten Systeme führt zu Ergebnissen, welche in der Regel nicht mehr als 5% von denjenigen der gewöhnlichen Berechnungsart abweichen.

Die gebräuchlichen Formen für Dachstühle sind folgende:

a) Englischer Dachstuhl mit gezogenen Diagonalen und gedruckten Vertikalen (Fig. 134).

b) Englischer Dachstuhl mit gedruckten Diagonalen



Fig. 134



Fig. 135

und gezogenen Vertikalen, etwas unvorteilhafter als der vorige wegen der größeren Länge der Druckstäbe (Fig. 135).

c) Belgischer Dachstuhl, etwas vorteilhafter als b, weil im Gitterwerke ein Stab weniger vorkommt und auch die Länge der Druckstäbe nicht größer als bei b ausfällt (Fig. 136).

Für alle drei Formen wird die Anzahl der Knoten des Obergurtes so gewählt, daß deren Entfernung zwischen 2,0 und 4,5 m liegt.

Für einige besonders einfache, aus den vorigen abgeleitete Formen lassen sich Formeln für die Berech-



Fig. 136

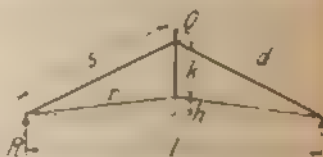


Fig. 137

nung der Stabkräfte aufstellen, die bequemer sind als das allgemeine graphische Verfahren, jedoch nur bei Vertikalkräften anwendbar sind.

d. Einfacher Dachstuhl, bis 6—8 m Spannweite vorteilhaft (Fig 137). Stabkräfte:

$$\text{Obergurt: } O = -R \frac{s}{k}.$$

$$\text{Untergurt: } U = +R \frac{r}{k}.$$

$$\text{Mittlere Strebe: } S = +2R \frac{h+k}{k} - Q.$$

Hierin bedeutet R die Auflagerreaktion, bei deren Berechnung werden Lasten, welche direkt am Auflager angreifen, also den Dachstuhl selbst nicht beanspruchen, außer acht gelassen. Bei der Berechnung von Q muß man alle auf dem Dachstuhl liegenden Lasten berücksichtigen, d. h. die beiden Auflagerkräfte beider Obergurteile, als einfache Balken betrachtet, in Rechnung ziehen. Außer der Normalkraft ist für die Obergurte das Biegemoment zu berücksichtigen.

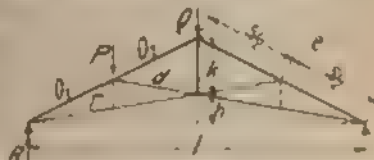


Fig 138

e. Dachstuhl mit einer Strebe (Fig 138), bis auf 10 bis 12 m Spannweite vorteilhaft. Stabkräfte:

$$\text{Obergurt: } O_1 = -R \frac{s}{k}, O_2 = R \frac{s}{k} + P \frac{1}{2k} \left(\frac{l^2}{4} + h^2 \right) \frac{1}{h}.$$

$$\text{Untergurt: } U = +R \frac{r}{k}.$$

$$\text{Mittelstrebe: } S = 2O_2 \frac{h+k}{s} - Q.$$

$$\text{Diagonalen: } D = -P \frac{d}{k}.$$

Für die Berechnung von P und Q verfährt man genau wie bei der Bestimmung der Auflagerdrücke von einfachen Balken. Die punktiert gezeichneten Stäbe haben im allgemeinen nur die Hälfte des Eigengewichts des Untergurtes zu tragen, sie werden mitunter weggelassen.

f) Dachstuhl mit wagerecht durchgehender Stange (Fig. 139 bis auf 10–12 m Spannweite vorteilhaft). Die Berechnung der Stabkräfte sind die unter e) gegebenen Formeln

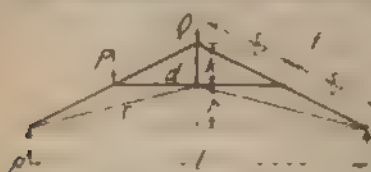


Fig. 139

wo $h = \frac{l}{2}$ zu setzen.

Die Knicke der horizontalen Stange ist $2d$.

Diese Form oft verwendet, 1

die gedruckten Stäbe aus Holz ausgeführt werden; kann unter Umständen vorteilhaft sein, h etwas kleiner als $\frac{l}{2}$ zu wählen und trotzdem die horizontalen Stäbe gerade durchzuführen. Man verringert dadurch Normalkräfte der Stäbe, aber die Momente im Oben werden etwas größer.

Man hat auch mitunter die Zugstange untergerade gehen lassen oder nur ganz wenig nachgeknickt (Fig. 140). Das System ist labil und nur

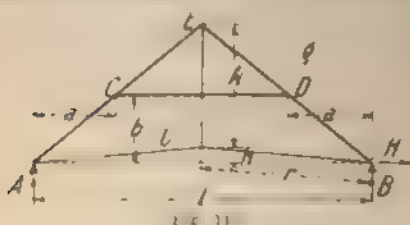


Fig. 140

symmetrische Lastung in Gleichgewicht. Die Stange wird nur durch Kontinuität der Gurtsäge gesichert; man soll das nicht vernachlässigen.

Momente in den Punkten C und D für unsymmetrische Lastungen: einseitiger Schnee, Wind usw. zu untersuchen. Zu diesem Zwecke denkt man sich in C und D je ein Gelenk eingeschaltet und nimmt an (was fast in der Regel zulässig ist), daß die beiden dort eintretenden Momente gleich groß sind. Handelt es sich z. B. nur um eine unsymmetrische vertikale Belastung, so sind die Lagerkräfte A und B voneinander verschieden. Die Momente werden $M_A = A \cdot \frac{l}{2}$, $M_D = B \cdot \frac{l}{2}$.

Nun hat I' für den ganzen Untergurt denselben Wert, den man zu $I' = \frac{A + B}{2} \frac{r}{k}$ annehmen kann, es ist hiernach möglich, die Werte der beiden Momente zu berechnen. Für den oft vorkommenden Fall, daß k sehr klein, gegenüber k' ist, kann man ohne großen Fehler $\frac{r}{k} = \frac{r}{k'}$ setzen, woraus nach leichter Umrechnung

$$M = - M_D = A - B \frac{k'}{4k} = A - B \frac{1}{2}$$

folgt. Dieses Moment verteilt sich auf den Obergurt dreieckförmig, in C und D hat es den obigen Wert, nach beiden Enden hin nimmt es geradlinig ab. Zu beachten ist der Umstand, daß bei dem stärker belasteten Obergurt dieses Moment positiv ist, die oberen Fasern des Stabes werden gedrückt, die unteren gezogen, wie bei der direkten Belastung, es empfiehlt sich für jeden der beiden Stäbe AC und CE , das Diagramm der Momente zu zeichnen, um M_{\max} zu ermitteln, das Moment infolge der unmittelbaren Belastung ist in C gleich Null.

Bei gleichmäßig verteilter Last ist $M_{\max} = M \left(1 + \frac{M_D}{4M}\right)$, wo M das größte Moment für den Obergurt darstellt.

Eine horizontale Kraft H gibt das Moment

$$M_H = - M_D = H \frac{l}{2}.$$

Bei Wind addiert sich dieses Moment, welches sich wie oben gesagt verteilt, wiederum mit dem Moment infolge der unmittelbaren Belastung, während das Moment infolge der dann eintretenden ungleichen senkrechten Auflagerdrücke sich umgekehrt verhält.

Anderen Formen von Dachstühlen werden aus dem Dreiecksträger abgeleitet, indem man den Obergurt nach der Art der armierten Balken biegezugsfest macht (Fig. 141 und 142). Diese unter dem Namen »Französische Dachstühle« oder Polonceau-Dachstühle bekannten

Systeme sind, was Gewicht und Herstellungskosten anlangt, den oben besprochenen ziemlich gleichwertig. Die

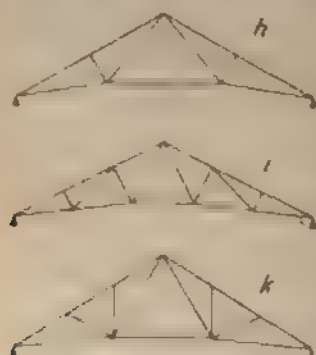


Fig. 141

Form k) z. B. erfordert theoretisch etwa 60% mehr Material als die Form i oder System h. In der Praxis verschwindet aber der Unterschied vollständig. Als ein Vorteil der Formen i und k kann erwähnt werden, daß die rechtwinkligen Anschlüsse der Streben an den Obergurt günstig sind, besonders für den Fall, daß dieser aus Holz gemacht wird.

Die Tangente des Winkels, unter welcher sich die Gurte über den Lagern schneiden, wird im allgemeinen $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{2,5}$ genommen, je nachdem die Steigung des Daches $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{4}$ der ganzen Spannweite beträgt. Die Verhöhung des Zugbandes ist hierbei $\frac{1}{40}$ — $\frac{1}{30}$ der Spannweite.

Die Form i gestattet auch bei flachen Dächern etwas günstigere Verhältnisse zu wählen, die Form k ist für Dächer von 12—16 m vorteilhaft, die Formen i und k für 16—20 m, Form i bis auf 20—25 m Spannweite. Diese Grenzen können jedoch ohne große Nachteile überschritten werden.



Fig. 142

Die Untersuchung der Stabkräfte erfolgt am besten graphisch mit Hilfe eines Cremona Kräfte-

plans. Bei der Form i (Fig. 142) stößt man auf eine Schwierigkeit beim Punkt E, wo fünf Stäbe zusammen-

aufen. Hier hilft man sich durch rechnerische oder graphische Ermittlung der Kraft in dem Zugband GH und ist dann imstande, das Polygon für den Knoten G zu zeichnen, um so die Kraft im Stab GE zu finden; auch kann man mit der Untersuchung des Gleichgewichtes in D beginnen, wo die Differenz der Stabkräfte ED und DC und die Kraft DF leicht zu ermitteln sind. Geht man zu Punkt F über, betrachtet wiederum die Differenz der zwei unbekannten Kräfte GF und FC als eine einzige Unbekannte, so kann die Spannkraft in EF bestimmt werden. Schließlich kann man auch den in der Figur angegebenen Schnitt durchführen und die Summe der Momente der Last in D und der Stabkraft EF in bezug auf C gleich Null setzen, und darnach die Kraft EF berechnen, wodurch man imstande ist, den Krafteplan zu vervollständigen.

Dieser Binder wird mitunter mit polygonalem Oberurt ausgeführt, in welchem Falle nur das erste der hier angegebenen Berechnungsverfahren anwendbar ist.

39. Der Gerbersche Fachwerkträger.

Für große Bauwerke, wo die Materialersparnis eine wesentliche Rolle spielt, ist der Gerbersche Fachwerkträger eins der vorteilhaftesten Systeme, es ist dem durchgehenden Träger und dem Bogen vorzuziehen, wenn die Stützen nicht als unnachgiebig anzusehen sind; auch ermöglicht es, die Linienführung der Gurtungen den Ergebnissen der statischen Berechnung gut anzupassen.

Als Nachteile gelten: für Brückenträger die entstehenden Knicke der Biegelinie, welche bei der Fahrt Stöße verursachen; ferner eine gewisse Schwierigkeit in der Ausführung der Gelenke, und die wiederholte Unterbrechung der Fahrbahnplatte.

Die rechnerische Ermittlung der größten Momente geschieht genau so wie für den vollwandigen Träger. Sind die Gurtungen durchgehend parallel, so kann man

alle Stabkräfte aus dem Diagramm der größten Momente und Querkraften oder aus den betreffenden Einflußlinien gleich ableiten. Die letzteren sind von denjenigen des verwandigen Trägers nicht verschieden.

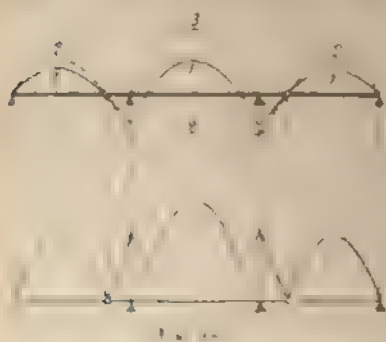
Im allgemeinsten Fall ist es vorteilhaft, die Form der Kragträger so zu wählen, daß die (absolut genommenen) größten Stabkräfte angenähert konstant bleiben. Nach Feststellung der Lage der Gelenke wozu man ähnlich verfährt, wie beim vollwandigen Träger mit dem einzigen Unterschied, daß das Eigengewicht der Hängeträger erheblich geringer als das der Kragträger sein kann, läßt sich das Diagramm der größten Momente mit Hilfe von Einflußlinien leicht ermitteln. Die Einführung einer gleichwertigen stetigen Belastung ist zwar für die endgültige Berechnung der Stabkräfte unzulässig, kann aber zur angenäherten Lösung der Aufgabe wohl verwertet werden. Für gleich-

mäßig verteilte Verkehrslastverfahrtnas, wie folgt. Man zieht zuerst die Linie 1

(Fig. 143), welche die Momente infolge der ständigen Last darstellt; sie besteht aus

Parabelstücken, welche durch die leicht zu berechnenden Momente auf den

Stützen und in der Mitte der Träger bestimmt sind. Die Verkehrslast, bloß auf den Aufsenöffnungen, liefert die Linie 2, welche in dem unbelasteten Teil gerade ist, sonst aus Parabelstücken besteht. Schließlich liefert die Belastung der Mittelloffnung allein die Parabel 3. Für die Hängeträger und die Kragarme haben die Momente immer das gleiche Vorzeichen, es werden also die Ordinaten der Linien 1 und 2 addiert, wodurch



neue Parabeln entstehen. Für die Mittelloffnung ist im allgemeinen in dem mittleren Teil die Parabel maßgebend, welche aus der Addition der Belastungsfälle 1 und 3 entsteht, in der Nähe der Stützen dagegen die Parabelstücke der größten negativen Momente, Belastungsfälle 1 und 2). Annäherungsweise werden der mittlere Teil des Trägers mit parallelen Gurtungen, die Kragarme dreieckförmig nach den Gelenken verjüngt, die hängenden Träger parabolisch konstruiert. Die Bestimmung der genauen Form der Gurtungen bietet keine Schwierigkeit und wird, wie folgt, durchgeführt.

Aus der Gleichung $0 = \frac{M_{\max}}{k}$ kann man die

Größe von k berechnen (Fig. 144). Nun beschreibt man mit dem Halbmesser k von A aus einen Kreisbogen, zu dem der Gurtstab BD tangential gelegt wird, so kann man aus der Höhe des Pfostens AB die Länge von CD ableiten usw. Hat man von vornherein den Untergurt gerade gewählt, so ist für diesen die Bedingung konstanter größter Spannkraft nur annäherungsweise erfüllt.

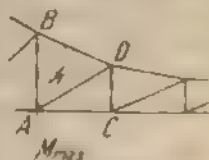


Fig. 144

Eine bessere Lösung ergibt sich, wenn man die Gerade AC als Achse des Fachwerks betrachtet und die untere Gurtung symmetrisch zur oberen konstruiert¹⁾. Diese Formen haben für die Praxis jedoch wenig Bedeutung. Vielfach hat man für die hängenden Teile Parabeln

oder Halbparabelträger gewählt, und bei



Fig. 145

den Kragträgern den einen Gurt nach Parabelbogen ausgeführt, die sich über den Stützen schneiden (Fig. 145).

¹⁾ Über solche Trassen (Tring-) konstruierte Trägersysteme sind unter dem Namen **Pantlitzträger** bekannt. Bei Anwendung von hängenden Trägern sind die Stützen vollständig genau gesetzt worden.

Die Form der Figur ist geeignet, den Eindruck einer Hängebrücke zu machen, die gleiche Lattenführung als den Kopf gestellt, erinnert an eine Kragbogenbrücke.

Mitunter führt man die Gurtungen über den Stützen sehr hoch und schaltet dann, um die Diagonalen nicht übermäßig lang zu machen, in einigen Feldern einen



Fig. 146

Zwischengurt ein, dieser muß in den Feldern neben den Stützen fortbleiben, damit das System nicht statisch unbestimmt wird (Fig. 146).

Für den ersten oberen Gurtstab ist die Spannkraft leicht zu bestimmen, indem man das Stützenmoment durch die Länge des Lotes h dividirt. Aus dieser Kraft werden die folgenden mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung für jeden Knoten des Obergurtes abgeleitet und schließlich die Kräfte der Füllungslieder und des Untergurtes nach dem Ritter'schen Schnittverfahren ermittelt.

Das graphische Verfahren von Cremona ist ebenfalls anwendbar, jedoch nur für die Gurtungen vorteilhaft. Solange an der Kette nur senkrechte Stäbe hängen, ist die Horizontalprojektion der einzelnen Stabkräfte konstant und gleich dem Stützenmoment, dividirt durch die Höhe h des höchsten Pfostens (Fig. 147). Man konstruirt einen Strahlenbuschel, dessen Strahlen parallel zu den Gliedern der Kette laufen, auf einer Senkrechten in Entfernung $\frac{M}{h}$ vom Pol ergeben sich die Kräfte der

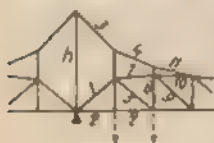


Fig. 148

hängestangen. Denkt man sich sämtliche Hängestangen entfernt, so sind deren Spannkraften als äußere Kräfte an den übrig bleibenden einfachen Balken zu betrachten; die Kraft des Stabes 11 kommt noch hinzu.

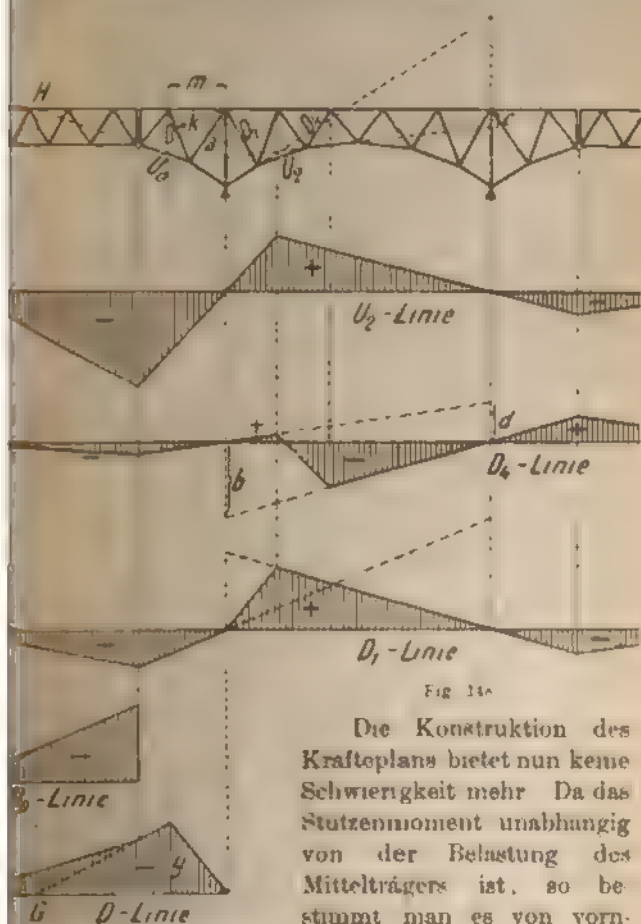


FIG. 14a

Die Konstruktion des Kraftplans bietet nun keine Schwierigkeit mehr. Da das Stützenmoment unabhängig von der Belastung des Mittelträgers ist, so bestimmt man es von vorn-

an am ungünstigsten, d. h. recht klein, indem man die bleibende Last der maßgebenden Öffnungen in Rechnung zieht.

Die Einflußlinie für einen Gurtstab des Kragtragers ist in Fig. 148 dargestellt. Der Teil zwischen den Stützen wird genau so wie für einen einfachen Balken konstruiert, die Begrenzungsgeraden jenseits der Stützen bis zu den Gelenken verlängert, dort geknickt und nach den nächsten Stützen bzw. Gelenken geführt.

Die Einflußlinie für einen Gitterstab wird ebenfalls in dem mittleren Teil so konstruiert wie für einen einfachen Balken, am besten mit Hilfe der beiden schrag durchgeführten Geraden, welche den Geraden $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ der Fig. 120 entsprechen (Seite 150) und welche jenseits der Stützen verlängert werden. Es ist hier zu bemerken, daß diese Verlängerung auch in dem Fall nötig ist, wo die eine dieser Geraden zwischen den Stützen gar nicht gebraucht wird, wie z. B. bei der *D*-Lame geschieht.

Für die Kragarme laufen die Einflußlinien, der Natur der Sache nach, nicht über den belasteten Knoten der Gurtung hinaus, welcher dem betreffenden Stab angehört. Die angeführten Beispiele zeigen, wie aus einer einzigen Ordinate die ganze Einflußlinie konstruiert werden kann. Zur Berechnung wählt man am besten die größte Ordinate, also setzt man eine Last $1\ t$ voraus, und zwar in dem Knoten, wo der betrachtete Stab mit dem belasteten Gurt verbunden ist, es ergibt sich z. B. für die größte Ordinate der *D*-Lame $y = 1 - \frac{m}{k}$, wo für l die Länge einzuführen ist, welche $l\ t$ darstellt. Der virtuelle Nullpunkt G liegt unter dem Schnittpunkt H der betreffenden Gurtstäbe.

Eine besondere Besprechung erfordert die Einflußlinie der Kraft in der Stützenvertikale, weil diese in dem skizzierten System durch die Belastung sowohl der Mittöffnung wie der Kragarme und der Hängeträger beeinflusst wird.

Das in Fig. 149 dargestellte System hat in B ein festes, in A , C und D je ein auf wagerechter Bahn be-

wegliches Lager. Denkt man sich den Stab BK durchgeschnitten, so erhält man eine Reihe von 4 starren Scheiben, welche durch die Gelenke E, F und K und die Stäbe BH, BG miteinander verbunden sind. Verlängert sich die Strecke BK um l , so vollzieht die

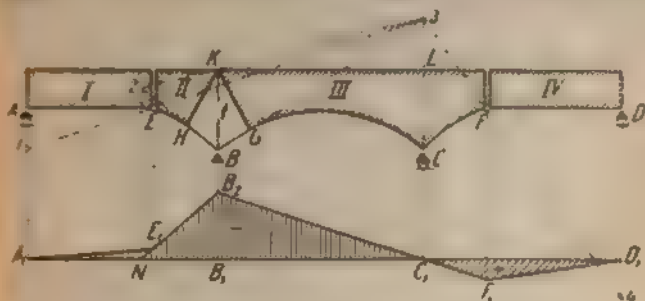


Fig. 119

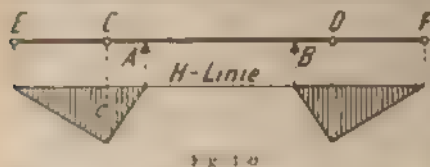
Scheibe III eine Drehung um den Punkt K , der Punkt K hebt sich dabei um l . Die anderen Scheiben drehen sich um die Punkte $1, 2$ und 4 . Die Drehpunkte werden immer nach demselben Prinzip gefunden; man wählt auf jeder Scheibe zwei Punkte, welche gezwungen sind, Drehungen um bekannte Punkte zu vollziehen, die Geraden, die diese Punkte mit ihren augenblicklichen Drehpunkten verbinden, schneiden sich im Drehpunkt der Scheibe. Jedem Drehpunkt einer Scheibe entspricht ein unter Umständen virtueller Nullpunkt der Einflußlinie, denn eine dort liegende Last leistet bei der Drehung keine Arbeit. Die ursprünglich gerade Fahrbahn der Brücke geht in den mehrfach gebrochenen Linienzug $A_1 E_1 B_1 C_1 F_1 D_1$ über, welcher die gesuchte Einflußlinie darstellt. Die Einheit ist die Ordinate $B_1 B_2$, die der Längenänderung l entspricht.

Ist das feste Lager nicht in B , sondern in einem anderen Punkt, so bleibt die Konstruktion noch gültig, denn man kann sich denken, daß dem ganzen System nach der Formänderung eine passende wagerechte Verschiebung erteilt werde, um die Auflagerungsbedingungen

zu erfüllen; dabei leisten aber die senkrechten Kräfte keine Arbeit, d. h. die Einfluslinie bleibt unverändert.

Bei dem Fachwerk der Fig. 146 haben alle Lasten die zwischen den Stützen liegen, keinen Einfluss auf die Horizontalkraft H der Kette. Innerhalb dieser Strecke sind also alle Einfluslinien so wie für einen einfachen Fachwerkträger.

Die Einfluslinie der Kraft H (Fig. 150) besteht aus zwei Dreiecken, deren Ordinaten über C bzw. D am besten rechnerisch ermittelt werden, indem man dort eine Last $= 1\text{ t}$ wirken lässt und das Stützennmoment durch die Höhe h des über der Stütze stehenden Pfostens dividiert.



Ermittelt man mit Hilfe eines Cremona Kräfteplans (oder nach irgendeinem anderen Verfahren) die in dem Hauptsystem durch die Kraft $H = 1\text{ t}$ hervorgerufenen Stabkräfte, so ist man imstande, den Maßstab der Dreiecke der Fig. 146 für einen beliebigen Stab des mittleren Teiles zu berechnen. Z. B. wenn die Ordinate c eine Kraft $H = 3\text{ t}$ darstellt, und ein Gurtstab bei $H = 1$ die Spannkraft $= 2,5\text{ t}$ erhält, so stellt die Ordinate c für den betreffenden Stab die Kraft $= 3 \cdot 2,5 = 7,5\text{ t}$ dar. Zu den Einfluslinien aller Stäbe zwischen A und B gehören als Verlängerung in den benachbarten Feldern die beiden Dreiecke, in passendem Maßstab reduziert.

Die Einfluslinien der Stäbe der Kragarme bestehen aus dem entsprechenden Dreieck (in richtigem Maßstab) und aus der Einfluslinie des Stabes als Glied eines auf dem Gelenk und auf der Stütze ruhenden einfachen Balkens. Die Ordinaten der beiden Lagen werden unter Beachtung der Vorzeichen addiert.

40. Der Fachwerkbogen mit drei Gelenken.

Zur Berechnung der Stabkräfte können verschiedene Verfahren benutzt werden, denn nach Ermittlung des Horizontalschubes sind alle auf eine Scheibe wirkenden Kräfte bekannt, so daß jede für das Fachwerk gültige Methode anwendbar ist. Der Horizontalschub wird genau so gerechnet wie für einen vollwandigen Bogen mit drei Gelenken.

Um die Kraft in einem Stab zu bestimmen, ist das graphische Verfahren von Culmann besonders am Platze. Will man dagegen alle Kräfte ermitteln, so ist ein Cremona Plan wohl anwendbar, einfacher und übersichtlicher ist jedoch die Methode der Drucklinie. Diese wird so konstruiert, wie auf Seite 133 angegeben, als ein durch die drei Gelenke gehendes Seilpolygon. Um die Kraft des Stabes O

Fig 151 zu ermitteln, fällt man von dem zugehörigen Drehpunkt die Lote h und h' und erhält

$$O = S \frac{h}{h'}$$

Ähnliches gilt für den Stab U , wobei gleichgültig ist, ob man die Kraft S oder S' benutzt. Die Kräfte der Gitterstäbe werden am besten graphisch berechnet: man konstruiert einen Strahl

lenbuschel, dessen Strahlen alle Kräfte des unbelasteten Gurtcs nach Größe und Richtung darstellen, und zeichnet die Kraftpolygone für alle Knoten des betrachteten Gurtcs. Es empfiehlt sich, zur Kontrolle das Kraftpolygon für mindestens einen Knoten des anderen Gurtcs zu zeichnen.

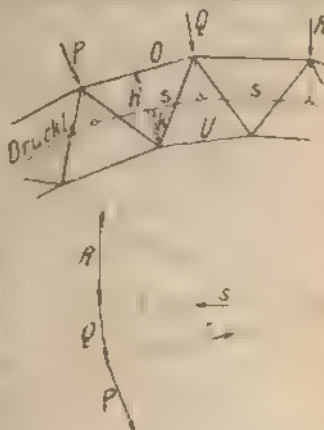


Fig 151

In dem allgemeinen Fall ist die Benutzung der Einfluslinien vorteilhaft.

Die Einfluslinien des Horizontalschubes H für senkrechte und wagrechte Belastungen sind genau so wie für den vollwandigen Bogen

Man kann alle anderen Einfluslinien aus denen für einen einfachen Balken und aus der H -Linie ableiten, oder sie nach einem rein kinematischen Verfahren ermitteln.

Einfluslinie eines Gurstabes Fig. 152.

Denkt man sich den Stab (A_2) geschnitten, so geht der Bogen in ein System von drei starren Scheiben über, welche sich bei einer Änderung der Länge (A_2) gegeneinander drehen müssen. Der Punkt D kann

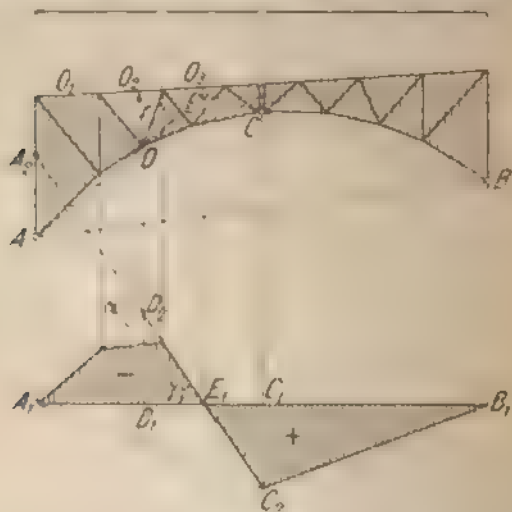


Fig. 152

sich nur in einem Kreis um den Mittelpunkt A bewegen, ebenso bewegt sich C um B , der augenblickliche Drehpunkt der mittleren Scheibe ist also E ; eine Last, welche genau über E angreift, leistet keine Arbeit,

folglich ist der Punkt E_1 ein Nullpunkt der Einflußlinie. Die Fahrbahn geht in den mehrfach gebrochenen Linienzug $A_1 D_2 C_2 B_1$ über, der die gesuchte Linie darstellt. Um den Maßstab zu ermitteln, denke man sich der Stab O_2 habe sich um die kleine Strecke t verlängert, der Winkel, um den sich die zweite Scheibe gegenüber der ersten dreht, ist alsdann $\alpha = \frac{t}{l}$.

Die Arbeit der Kraft O_2 ist $- O_2 \cdot t$, während eine Last P in D um die Strecke $D_1 D_2$ gehoben wird, also die Arbeit $= P \cdot D_1 D_2$ leistet. Die Arbeitsgleichung lautet $- O_2 \cdot t = P \cdot D_1 D_2 = 0$, also $O_2 = - P \cdot \frac{D_1 D_2}{t}$.

Die Einheit ist also t oder $t \alpha$. Den Winkel α wählt man willkürlich, ist er $= 1$, so erscheinen die Ordinaten in dem Maßstab der Zeichnung, besser ist es, ihn $= 5$ oder sogar $= 10$ zu wählen. Man konstruiert ihn mit Hilfe der Strecke $A_1 A_2 = \alpha \cdot A_1 D_1$. — Man kann auch gleich den Winkel α konstruieren nach der Formel

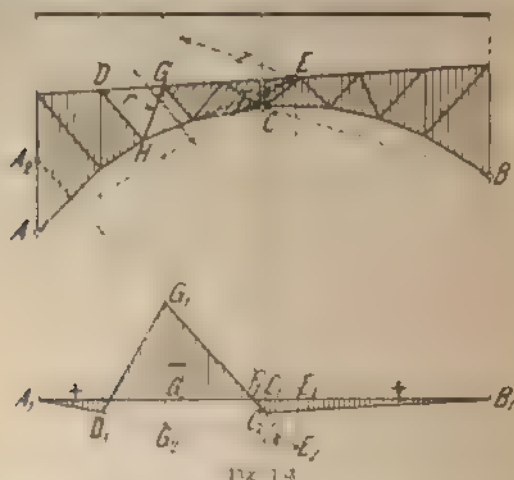
$$\alpha = \frac{A_1 D_1}{A_1 E_1}$$

Diese Einflußlinie kann auf anderem Wege ermittelt werden, indem man zuerst die O_2 -Linie für den einfachen Balken $A C$ konstruiert. Linienzug $A_1 D_2 C_2$ kann wird die Ordinate $C_1 C_2$ berechnet, welche die Kraft O_2 darstellt, für den Fall, daß eine Last $= 1$ über C liegt, und die Schlußlinie $A_1 C_1 B_1$ gezogen. Das erste Verfahren dürfte in den meisten Fällen den Vorzug verdienen.

Einflußlinie eines Gitterstabes Fig. 153

Man denkt sich den Stab $G H$ geschnitten, wodurch ein System entsteht, das drei starre Scheiben und zwei Stäbe enthält und sich bei einer Änderung der Länge $G H$ verschieben muß. Die zweite Scheibe kann sich gegenüber der ersten nur um den Punkt E drehen, wo die beiden geschnittenen Gurtstäbe zusammenlaufen,

man kann also diesen Punkt als zur ersten und zur zweiten Scheibe gleichzeitig gehörend betrachten, ihm entspricht der virtuelle Nullpunkt E_2 . Der gegenseitige Drehpunkt der ersten und der dritten Scheibe ist der Schnittpunkt F der Geraden $A E$ und $B C$, ihm entspricht der Nullpunkt F_1 vgl Fig 152. Die Fahrbahn geht nun in die mehrfach gebrochene Linie $A_1 D_1 G_1 C_1 B_1$ über, welche die gesuchte Einflußlinie darstellt. Um



die Einheit zu finden, denke man sich den Stab $G H$ um die kleine Strecke t verlängert, der Drehungswinkel der zweiten Scheibe gegenüber der ersten ist $\alpha = \frac{t}{z}$, also während die Kraft $G H$ die Arbeit $- G H \cdot t$ leistet, wird eine über G liegende Last P um $G_1 G_2$ gehoben. Die Arbeitsgleichung lautet $- G H \cdot t = P \cdot G_1 G_2$, woraus $G H = - P \cdot \frac{G_1 G_2}{t}$. Die Einheit ist also $t = \alpha \cdot z$. Den Winkel α konstruiert man mit Hilfe der Geraden $A_1 A_2 = \alpha \cdot A_1 E_1$. Hat man für α einen bestimmten Wert gewählt, so ist dadurch die ganze Einflußlinie festgestellt.

Der Längenzug $A_1 D_1 G_1 C_2$ ist die Einflußlinie der Diagonale $G H$ in dem einfachen Balken $A C$, die Schußlinie ist die $A_1 C_2$. Mit Hilfe der Ordinate $C_1 C_2$ Kraft in $G H$ bei der Belastung des Punktes C mit $P = 1$ kann man zur Einflußlinie für den Dreigelenkbogen übergehen.

Die Einflußlinien für die Füllungslieder sind mitunter ziemlich komplizierter Form, über die man keinen unmittelbaren Aufschluß hat, in solchen Fällen empfiehlt es sich auf einer Zeichnung des Systems die Längenänderung des Stabes (freilich übertrieben groß) einzuführen und die entsprechende Lage der Scheiben zeichnerisch zu ermitteln. Man übersieht alsdann sofort, wie man zur richtigen Einflußlinie gelangen kann.

Ähnliche Konstruktionen, sinngemäß geändert liefern die Einflußlinien für den Hängebogen mit drei Gelenken.

Der Dreigelenkbogen wird in folgenden zwei Hauptformen ausgeführt

a) **Parallelbogen** Die Gurtungen sind parallel oder nach der Mitte jeder Hälfte etwas auseinander gezogen, um die Form eines Körpers gleichen Widerstands gegen Biegung zu erhalten. Mitunter verzichtet man darauf und läßt das Gelenk nicht hervortreten (besonders beim sog. Federblattgelenk)

Läßt man die beiden Gurtungen gegen alle drei Gelenke zuammenlaufen, so kann man zur Längeneinführung der Kurven wählen, was besonders bei Hängebogen entschieden günstig wirkt (wie z. B. die Seitenöffnungen der Tower Bridge in London). Aus ästhetischen Rücksichten sollte man dafür sorgen, daß beim Mittelgelenk die Gurtlinien nicht geknickt erscheinen.

b) **Zwieselbogenträger** Fig. 152 und 153. Die Felder unmittelbar beim Scheitel werden mitunter vollwandig gemacht. Man hat häufig das Gelenk im Untergurt angeordnet und diesen parabolisch geformt, infolge

dieser Linienführung werden bei gleichmäßiger totaler Belastung nur der Untergurt und die Pfosten beansprucht bei Gitterwerk allgemeiner Form alle Gitterstäbe, nicht aber der Obergurt. An Material wird dabei im allgemeinen nichts gespart, in einigen Fällen sogar etwas verschwendet, denn man kann aus konstruktiven Gründen gezwungen sein, einige Stäbe des Obergurtes kräftiger zu machen als sie sein mußten. Die Konstruktion einiger Drucklinien, die ja immer möglich ist, wenn nur die Belastungen und die Lage der drei Gelenke bekannt sind, kann immer einen Anhalt für die Wahl einer passenden Form liefern.

Es ist im allgemeinen etwas vorteilhafter, das Gelenk im Obergurt anzuordnen, was besonders für die Durchführung der Fahrbahn und des Windverbandes empfehlenswert ist.

Der Dreigelenkbogen ist unabhängig von Temperaturschwankungen, was theoretisch bis zu 15% Ersparnis an Material gegenüber dem Zweigelenkbogen gestattet; praktisch wird dieselbe durch die Konstruktion des Scheitलगеленkes aufgewogen. Als Hauptnachteil des Dreigelenkbogens seien die im Scheitलगеленke entstehenden Stöße erwähnt, welche, wenn die Verkehrslast aus schweren Einzellasten besteht, besonders stark und für das ganze Bauwerk schädlich sind.

Mehr als im Brückenbau findet der Dreigelenkbogen im Hochbau vielfache Anwendung, besonders bei Hallendächern, Kuppeln usw.

41. Der Träger mit halben Diagonalen.

Die Benennung halbe Diagonalen wollen wir, wie üblich, nur für diejenigen Systeme anwenden, bei denen die Riegel nicht geknickt sind. Die beiden Teile eines Riegels werden immer als zwei durch ein Gelenk verbundene Stäbe angesehen.

Bei der Untersuchung derartiger Träger muß man sich zuerst vergewissern, daß das System stabil und statisch bestimmt ist, was auf grund geometrischer Betrachtungen (vgl. S. 139) geschehen kann; jedenfalls muß die Gleichung $2k = s + 3$ (wo k = Anzahl der Knoten, s = Anzahl der Stäbe) erfüllt sein. Der Träger der Figur 154 ist z. B. statisch bestimmt, derjenige der Fig. 155 ist einfach statisch unbestimmt, denn einer der mittleren Gurtstäbe kann geschnitten werden, ohne daß das System aufhört stabil zu sein. Bei

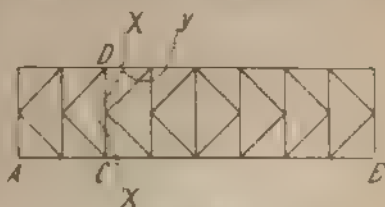


Fig. 154



Fig. 155

der vollständigen Symmetrie des Netzes kann man ohne weiteres annehmen, daß die Kräfte der mittleren Obergurt- und Untergurtstäbe einander gleich sind, in dem allgemeinen Fall Fig. 156 hat man zuerst $Ok + Ik = M$, und F_o und F_u die Querschnittflächen, o und u die Längen der beiden Gurtstäbe,

so muß noch sein

$$\frac{O o}{k F_o} = \frac{I u}{k F_u}$$

Aus diesen Gleichungen berechnet man die Werte der beiden Unbekannten O und I ; diese Buchstaben bezeichnen die absoluten Werte der Kräfte, also ohne Rücksicht auf das Vorzeichen.

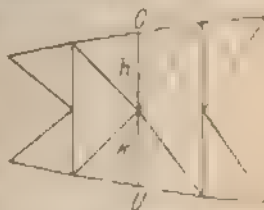


Fig. 156

Einfach statisch unbestimmt sind ferner die Systeme mit einer ungeraden Felderzahl, wo das mittlere Feld Kreuzdiagonalen erhält; für die Behandlung sei auf Seite 305 verwiesen.

Die Bestimmung der Stabkräfte kann rechnerisch oder graphisch geschehen.

Bei einem Parallelträger Fig. 154 führt man den Schnitt XX und schreibt die Gleichungen der Momente (nach Ritter) in bezug auf C für den Obergurt und auf D für den Untergurt. Die Querkraft liefert die Differenz der Kräfte in den beiden Teilen des Ständers, wonach die Spannkkräfte der Diagonalen zu berechnen sind. Nun führt man den Schnitt XY , projiziert alle an dem Knoten angreifenden Kräfte auf eine Vertikale, wodurch die Kraft im oberen Teil des Ständers berechnet werden kann usw. Kommen nur senkrechte Lasten in Betracht, so sind die Gurtkräfte jedes Feldes einander gleich mit entgegengesetztem Vorzeichen, die Diagonalkräfte sind ihrer Länge proportional, das Vorzeichen entgegengesetzt (die nach der Mitte fallenden sind im allgemeinen positiv), die Ständerkräfte haben in dem oberen und unteren Teil entgegengesetzte Vorzeichen.

Wie man einen Cremona-Kräfteplan konstruiert, ist aus Fig. 157 ersichtlich. Man denkt sich in dem ersten Feld die punktierte Diagonale vorhanden und ermittelt die Kraft 2. Aus dieser leitet man die

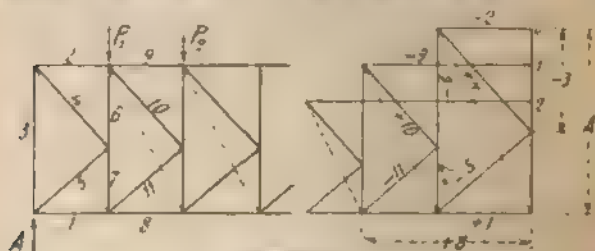


FIG. 157

Kräfte 1 und 1, ferner die beiden 5 und 1 ab. Nun denkt man sich in dem zweiten Feld die punktierte Diagonale vorhanden und findet die Kraft 9 und aus dieser die Kräfte 10, 6, 7, 11 und 8. So schreitet man

ist, indem man immer neue gedachte Diagonalen zur Hilfe nimmt. Bei sehr langen Trägern ist es ratsam, mindestens eine der mittleren Gurtkräfte durch Rechnung zu kontrollieren.

Sind die Gurtungen nicht parallel, so ist diese Berechnungsart noch anwendbar, vorausgesetzt, daß die Ständer nicht geknickt sind. Um die Differenz der Kräfte der beiden Teile der Ständer zu bestimmen, muß man auch die Spannkraft der Gurtungen berücksichtigen, welche ebenfalls auf eine Vertikale projiziert werden müssen.

Der Cremona-Kräfteplan wird wie oben gezeichnet.

Die Einflußlinien der Gurtstäbe lassen sich direkt aus den M -Linien der betreffenden Drehpunkte ableiten.

Wie man die Einflußlinie für einen Füllungsstab ermittelt, geht aus Fig 158 hervor. Schneidet man den betreffenden Stab durch hier die obere Hälfte des Ständers $I.E.$, so geht das System in eine Reihe von

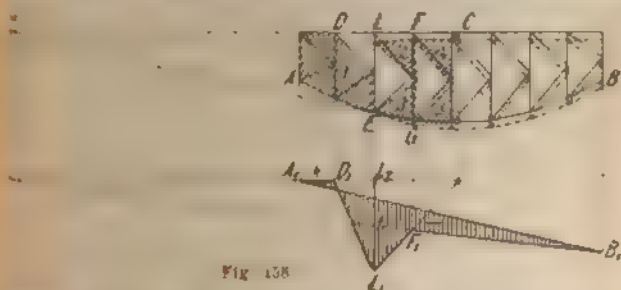


Fig 158

Scheiben über, welche gewisse Bewegungen machen können. Denkt man sich die Scheibe 1 festgehalten und schreibt man dem geschnittenen Stab eine willkürliche, aber sehr kleine Verkürzung l zu, so vollzieht die Scheibe 2 eine kleine Drehung um den Punkt C, denn zwei ihrer Punkte sind mit D bzw. E durch Stäbe verbunden deren Achsen in l' zusammenlaufen. Der dritte Ständer nimmt dabei die geknickte Form an, ist aber

die Verkürzung t klein genug, so wird durch die Knickung die Länge des Ständers nicht geändert, d. h. die Scheiben 1 und 5 können als eine einzige betrachtet werden, welche aus demselben Grund auch den übrigen Teil des Trägers umfasst, man hat also eine große Scheibe, deren zwei Punkte F und G kleine Kreisbogen um C bzw. E beschreiben können; der augenblickliche Drehpunkt liegt in H , wo die Geraden FC mit EG in ihrer ursprünglichen Lage betrachtet zusammenlaufen.

Nach diesen Betrachtungen kann man gleich die Einflußlinie zeichnen, die aus dem Linienzug $A_1 D_1 L_1 F_1 B_1$ besteht, in welchen die ursprünglich geradlinige Fahrbahn übergeht. Die Strecke $L_1 L_2$, welche die Verkürzung t darstellt, ist die Einheit. Die Lasten die zwischen A und dem Nullpunkt liegen, werden in bezug auf die Schlußlinie $A_1 B_1$ gehoben, leisten also eine negative Arbeit P_1 , während die Kraft V_2 die positive Arbeit $V_2 t$ liefert; der erste Teil der Einflußfläche ist demnach positiv, der zweite negativ.

Ähnlich wird die Einflußlinie einer Diagonale konstruiert.

Die halben Diagonalen lassen sich insbesondere bei schmalen oder sehr langen Feldern gut verwenden, weil durch diese Anordnung die Neigung der Diagonalen eine günstigere wird. Vorteilhaft ist auch der Umstand, daß die schlanken Riegel in einem mittleren Punkt festgehalten sind, wodurch ihre Knicklänge wesentlich kleiner wird. So ist dieses System besonders für Windverbände geeignet, und es könnte auch für Hauptträger einen guten Ersatz für Systeme mit doppeltem Gitterwerk bieten. An Material wird theoretisch dabei nichts gespart, im Gegenteil, etwas verschwendet, im Vergleich mit einem System mit schlaffen Diagonalen, welche über die beiden Felder zwischen drei Riegeln geführt sind, was besonders bei Windverbänden häufig vorkommt ist das Mehrgewicht nicht unerheblich. Hier

wurde man mit einfachen Flacheisen auskommen, während die halben Diagonalen, infolge der wechselnden Belastung, alle knicksicher gemacht werden müssen. Werden die Querträger als Riegel benutzt, so hat man meistens nicht nötig, sie wegen der Knickgefahr zu verstärken.

Bei Systemen mit halben Diagonalen werden sämtliche Pfosten bei der Formänderung etwas ausgebogen, wodurch sekundäre Spannungen entstehen. Bei den meistens sehr schlanken Stäben ist dieser Umstand von untergeordneter Bedeutung.

Für die Hauptträger offener Brücken sind die halben Diagonalen unzweckmäßig, weil die dünnen Pfosten zur Aussteifung des Obergurtes wenig beitragen.

Für die Knicksicherheit aller Stäbe ist theoretisch nur die Länge des gedrückten Teiles maßgebend und zwar sowohl in der Ebene des Fachwerkes als senkrecht dazu; es ist aber ratsam, die durchgehenden Pfosten nach der Formel auf Seite 85 mit einer mindestens zweifachen Sicherheit zu dimensionieren, und zwar ohne Rücksicht auf die gezogenen Stäbe, damit die Wand senkrecht zu ihrer Ebene einigermaßen steif wird. Unter Umständen muß man auch den Winddruck auf den Stab selbst oder das Eigengewicht berücksichtigen.

42. Vielfache Systeme.

Werden bei einem ebenen Fachwerk die Gitterstäbe so angeordnet, daß jeder derselben 1, 2, 3, . . . andere kreuzt, so nennt man das System ein 2, 3, 4 . . . faches. Der Zweck einer solchen Konstruktion kann sein

a) eine größere Anzahl von Knoten in den Gurten zu erhalten, um die Querträger näher aneinander zu rücken, trotzdem aber eine günstige Neigung der Diagonalen (etwa 45°) auch bei hohen Hauptträgern zu erreichen.

b die Möglichkeit, die Gitterstäbe leichter zu halten, um den Transport und die Aufstellung des Bauwerkes zu erleichtern,

c das Bestreben, ein System zu konstruieren, das einen Vollwandträger ersetzt

Während für den ersteren Zweck ein zwei-, hochstens dreifaches System genügt, macht man in den zweiten und dritten Fall nicht selten vierfache und noch höher zusammengesetzte Systeme, bei älteren Brücken dieser früher sehr beliebten Bauart findet man bis 16fache Systeme Rheinbrücke bei Köln.

Das Gewicht von Trägern mit vielfachem Gitterwerk ist größer als bei einfachen Systemen, je nach den Umständen um etwa 3 bis 15% und mehr

I Weitmaschige Systeme.

Die gewöhnliche Anordnung der Diagonalen bei Trägern mit Ständern ist aus Fig 159 ersichtlich, wobei die Anzahl der Stäbe eben genügend ist, um das System

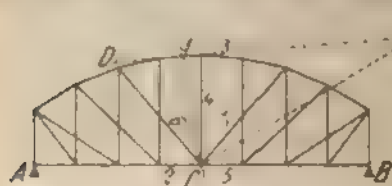


Fig 159

stabil und statisch bestimmt zu machen. Man kann sich leicht davon überzeugen, indem man das Bildungsge-

setz des Netzes betrachtet: von A anfangend, findet man ein Dreieck, an welchem zwei Knotenpunkte durch je zwei Stäbe angeschlossen sind, so daß eine starre Scheibe entsteht, mit dieser sind wieder zwei Knotenpunkte verbunden usw. Von B anfangend, findet man eine ähnlich gebildete starre Scheibe, die in der Mitte des Trägers mit der ersten verbunden ist.

Zur Ermittlung der Stabkräfte führt man durch C einen Schnitt und berechnet nach dem Verfahren von Ritter die Kraft 1, indem man die Gleichung der Momente in bezug auf C aufstellt. Die Kraft 2 wird

mit Hilfe der Gleichung der Momente in bezug auf D ermittelt. Ähnlich findet man die Kräfte 3 und 5. Die Kraft 4 ergibt sich aus den beiden 1 und 3. Um die Kraft 6 zu finden, führt man einen Schnitt, der nur die Stäbe 1, 2 und 6 trifft, und projiziert sämtliche Kräfte auf eine Vertikale. Ist der Untergurt nicht gerade, so kann man die Kräfte auf eine Gerade projizieren, welche rechtwinklig zum Stab 2 steht, oder auch das Kräftepolygon für den Knotenpunkt C zeichnen. Nun hat man alle Elemente um Punkt für Punkt alle Kräftepolygone zu konstruieren. Es ist bei den vielfachen Systemen nicht möglich, einen Kräfteplan zu zeichnen, in welchem jede Kraft nur einmal vorkommt, wie bei den gewöhnlichen Cremona Plänen, deshalb ist es am besten, die Ermittlung der Kräfte auf einem genau gezeichneten Netz vorzunehmen.

Die Kräfte 1, 2 und 6 lassen sich auch graphisch ermitteln, indem man die geometrische Linie des Stabes 1 zum Schnitt mit der Querkraft Q in E bringt und die Kraft Q nach den Richtungen 1 und $C-E$ zerlegt, aus der letzten dieser Kräfte sind die beiden 2 und 6 leicht abzuleiten. Bei vollständiger Belastung fällt jedoch die Kraft Q sehr weit, so daß im allgemeinen dieses Verfahren nicht zu empfehlen ist, es ist dagegen wohl am Platz für Belastungen, welche sich über weniger als die Hälfte der Spannweite erstrecken.

Die sehr langen Diagonalen in der Mitte des Trägers sind schwer knicksicher zu machen, weshalb meistens Gegendiagonalen angeordnet werden. Um zu finden, welche Diagonalen tätig sind, ist man vielfach auf Versuche angewiesen, wobei man Systeme wie in Fig. 160 zu behandeln hat. Das Verfahren bleibt wie oben.



FIG. 160

Zur Ermittlung aller Kräfte ist das rechnerische Verfahren ebenso bequem wie das graphische, am

besten wählt man dazu die Methode der Projektionen (Seite 142).

Zur Konstruktion der Einflusslinien benutzt man am besten einen Williot-Verschiebungsplan (Seite 257) wie in folgendem Beispiel (Fig. 161).

Gesucht ist die Einflusslinie für die Diagonale D . Die Last greift am Untergurt an.

Denkt man sich den betreffenden Stab um eine gewisse Strecke t verlängert, so erkennt man sofort,

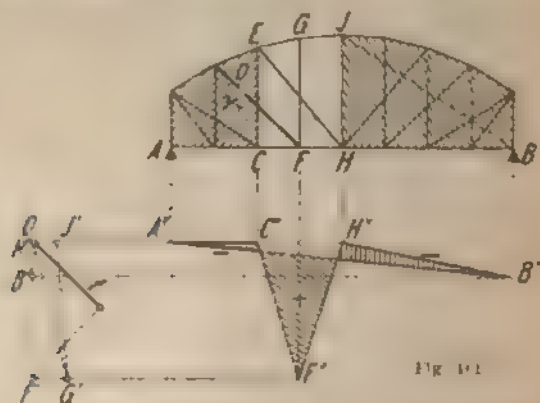


FIG. 161

dass der schraffierte Teil $A C E$ des Trägers dadurch gar nicht beeinflusst wird. Man nimmt am besten diese starre Scheibe als ruhend an und ermittelt graphisch oder rechnerisch die Verschiebungen aller Knotenpunkte. Da die Punkte A , C und E fest bleiben, so faden sie mit dem beliebig angenommenen festen Punkt O zusammen. Von O trägt man die Strecke t nach Größe und Richtung auf und zieht auf ihrem Ende das Lot, auf welchem der Punkt F nach der Verschiebung liegen muß; F ist aber gezwungen, sich um C zu drehen, d. h. er befindet sich auf der Geraden $O F' \perp C F$. Zum Punkt G übergehend, findet man, daß er nach Verschiebung auf dem Schnittpunkt der Geraden $O G' \perp E G$ und $F' G' \perp F G$ liegen muß. H' befindet sich auf dem

Schnittpunkt der Geraden $OH' \perp EH$ und $F'H' \perp FH$, d. h. er fällt mit O zusammen. Endlich ermittelt man die Lage von J' durch die Geraden $H'J' \perp HJ$ und $G'J' \perp GJ$. Der rechte Teil des Trägers kann als eine starre Scheibe betrachtet werden, denn er ändert seine Form nicht; es genügt also, die Lage von B' zu ermitteln, zu diesem Zwecke zieht man $H'B' \perp HB$ und $J'B' \perp JB$.

Nun findet man durch Projektionen die gebrochene Linie $A''C''F''H''B''$, in welche die Fahrbahn übersetzt. Sie stellt die gesuchte Einfluslinie dar, mit $A''B''$ als Schlußlinie.

Bezeichnet z eine beliebige Ordinate, positiv, wenn ober der Schlußlinie liegend, so ist die Arbeit einer vertikalen Kraft P durch das Produkt Pz ausgedrückt, die Arbeit der Spannkraft D ist $-Dt$; aus der Gleichung

$$0 = Pz - Dt \text{ erhält man } D = P \frac{z}{t}. \text{ Hiernach ist } t$$

die Einheit, und die Teile der Einflusfläche, die unter der Schlußlinie $A''B''$ liegen, sind positiv.

Die Einfluslinien der Gurtstäbe sind ähnlich denjenigen, welche man dafür bei einfachen Systemen findet.

Eine andere Anordnung der Gurtstäbe ist in Fig. 162 dargestellt. Das System enthält 33 Stäbe und 18 Knoten, kann somit



Fig. 162.

statisch bestimmt sein; es ist aber nötig, die Diagonalen im mittleren Teil knicksicher zu machen, damit es stabil bleibt.

Zur Ermittlung der Stabkräfte geht man von den Enden aus und kommt so von beiden Seiten vorgehend bis an die mittlere Scheibe, die in Fig. 163 in etwas veränderter Form dargestellt ist. Alle Ecken sind im allgemeinen belastet, was die Ermittlung der Stabkräfte

erschwert; am schnellsten dürfte folgender Weg zum Ziele führen. Man nimmt zwei Punkte z. B. B und F

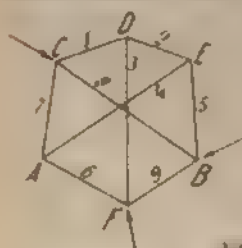
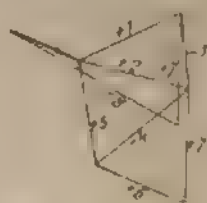


Fig. 161.



als fest an und untersucht der Reihe nach die Gleichgewichtsbedingungen an allen übrigen Ecken

Geht man z. B. von C aus, so schreibt man einer Stabkraft, z. B. CD , einen beliebigen Wert zu und bestimmt darnach die Kräfte in den Stäben DE und DF , EB und EA , AF und AC .

Für den Knoten C kennt man nun zwei Kräfte (die äußere Last gilt als unbekannt), es lassen sich also die zwei übrigen bestimmen. Der Maßstab des Kräfteplans ist durch die Strecke gegeben, welche die äußere Kraft darstellt. Man ist nun in der Lage, alle Stabkräfte und die Reaktionen B und F zu ermitteln. Ganz ähnlich verfährt man für die anderen Knoten, wobei die ausgeführte Arbeit teilweise wieder benutzt wird, schließlich addiert man alle Ergebnisse, wodurch die Aufgabe gelöst ist. Als Kontrolle dient, daß die Reaktionen in B und F (ev. nach Hinzufügung einer Kraft in der Richtung BF bzw. FB , die zur Stabkraft addiert werden muß, mit den tatsächlich dort angreifenden Kräften übereinstimmen müssen.

Bei vielfachen Systemen sind derartige Schreiben, die zwar an und für sich statisch bestimmt sind, bei denen aber die Berechnung der Stabkräfte nicht unmittelbar gelingt gar nicht selten. Die Schwierigkeit kann entweder nur einen Teil des Fachwerkes (wie in Fig. 162) oder das ganze System umfassen.

Solche Schreiben entstehen folgendermaßen: an ein Polygon mit n Seiten (bei dem also zur kinematischen

Starrheit $n - 3$ Stäbe fehlen wird ein Punkt durch zwei Stäbe angeschlossen, welche zu zwei beliebig gewählten Ecken geführt werden; ein zweiter Punkt wird an den ersten und an eine Ecke des Polygons angeschlossen (oder an zwei Ecken des Polygons), ein dritter an zwei beliebige Punkte des eben gebildeten Systems usw.; schliesslich werden die fehlenden $n - 3$ Stäbe hinzugefügt, wobei die Beschränkung besteht, dass man nicht einen Teil des Systems stabil und den anderen statisch unbestimmt machen darf; die Bedingung $2k = s + 3$ ist alsdann erfüllt und die Scheibe kann stabil und statisch bestimmt sein (Ausnahmefälle siehe Müller Breslau, Graphische Statik I). Bei der Untersuchung ergibt sich von selbst, ob das System brauchbar ist oder nicht, indem unter Umständen sehr grosse Stabkräfte oder unzulässige Formänderungen entstehen.

In einer solchen Scheibe gibt es wenigstens sechs Knoten, bei denen nicht mehr als drei Stäbe zusammenlaufen (beim Sechseck ist überhaupt keine andere Möglichkeit vorhanden), vorausgesetzt, dass Knoten, an denen sich nur zwei Stäbe treffen, nicht vorkommen. Der Natur der Sache nach liegen diese Knoten in einer oder zwei Gruppen, so dass immer mehrere Stäbe vorhanden sind, die auf jedem Ende nur mit zwei anderen verbunden sind. Für diese Stäbe lässt sich leicht die Einflusslinie der Spannkraft sowohl für horizontale wie für vertikale Belastungen zeichnen.

Zu diesem Zwecke denkt man sich den betreffenden Stab beseitigt und dafür zwischen zwei Knoten, wo nur je drei Stäbe zusammenlaufen, einen ideellen Stab ($C'N$ eingeschaltet Fig. 164¹). Diesem ideellen Stab schreibt man eine willkürliche Längenänderung m zu, während alle anderen unverändert bleiben, nimmt die Richtung eines Stabes aus dem Stabdreieck $AC'N$ als fest an

¹ Das hier betrachtete dreifache System entsteht aus dem Viereck $ACDN$, an dem der Reihe nach die Punkte B, H, L, F, K, I, M angeschlossen sind; der Stab H ersetzt die fehlende Diagonale des Vierecks.

und zeichnet einen Williot Plan. Dieser liefert die Lage der beiden Endpunkte des ausgeschalteten Stabes und somit seine Längenänderung l . Nun projiziert man alle Punkte der Scheibe, die belastet werden können, mittels Vertikallinien, und die diesen Punkten entsprechenden im Verschiebungsplan durch Horizontalen

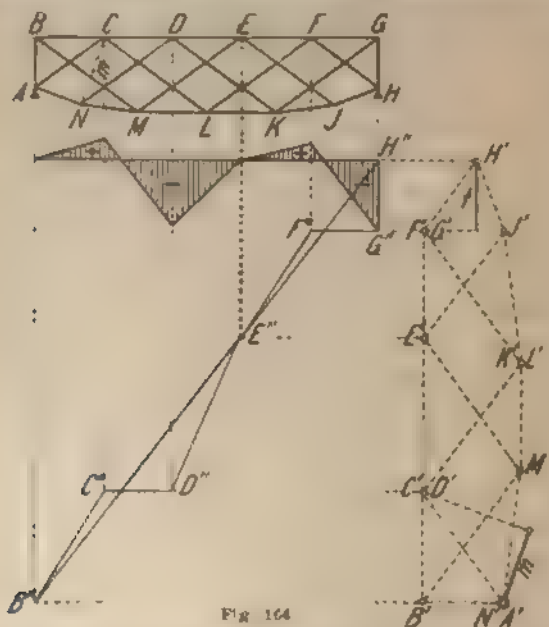


Fig. 164

die auf den ersteren die Ecken der gesuchten Einflußlinien bestimmen. Die Schlußlinie verbindet die beiden Punkte, welche direkt aufgelagert sind. Die Einheit ist l .

Es empfiehlt sich, die so ermittelte Einflußlinie so umzuzeichnen, daß die Schlußlinie wagerecht liegt. Will man dabei das Prinzip der Affinität benutzen, so merke man sich, daß die Gerade GG' die Affinitätsachse ist.

Aus dieser Einflußlinie können alle anderen abgeleitet werden, falls man es nicht vorzieht, für jeden

Belastungszustand mit Hilfe der betreffenden Kraft alle anderen direkt zu bestimmen.

Die Einfluslinie für horizontale Kraft wird ganz ähnlich aus dem Williot Plan abgeleitet.

Eine andere Behandlungsart dieser Aufgabe sei an Hand eines Beispiels erklärt. Das in Fig. 165 dargestellte dreifache System mit

23 Stäben und 13 Knoten ist stabil und statisch bestimmt. Es entsteht aus dem Viereck $C E F G$ nach

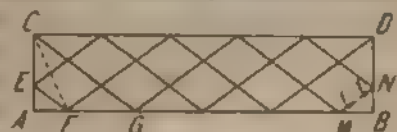


Fig. 165.

dem oben besprochenen Verfahren, der Schlussstab $M N$ ersetzt eine fehlende Diagonale, z. B. $C F$. Schaltet man den Stab $M N$ aus und fügt die Diagonale $C F$ hinzu, so ist es leicht, die in dem neuen System bei irgendeiner Belastung entstehenden Stabkräfte S_0 rechnerisch oder graphisch zu ermitteln. Der ideale Stab $C F$ muß aber auf alle Fälle spannungslos bleiben. Man läßt in M und N die beiden Kräfte X wirken und bestimmt sämtliche Stabkräfte S_1 für diesen Belastungszustand. Die Spannkraft X des Stabes $M N$ muß so groß sein, daß der Stab $C F$ unbelastet bleibt, d. h. es muß $[C F] + X [C F] = 0$ sein, woraus

$$X = - \frac{[C F]_0}{[C F]_1} \quad \text{Für alle übrigen Stabkräfte ist:}$$

$$S = S_0 + X [S]_1$$

Man kann sie auch aus der direkten Belastung ermitteln, nachdem X bekannt ist.

Bei Systemen, die aus einem Fünfeck entstanden sind, muß man zwei Stäbe beseitigen und zwei Diagonalen einschalten, das Verfahren führt zu zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten. Ist das System aus einem Sechseck abgeleitet, so kommt man zu drei Gleichungen mit drei Unbekannten usw.

Die hier behandelten Systeme, bei welchen das Bestreben, statische Unbestimmtheit zu vermeiden, cha-

rakteristisch ist, sind mit verschiedenen Nachteilen behaftet.

Wenn ein Lastenzug über die Brücke führt, werden die meisten Wandglieder abwechselnd auf Zug und Druck beansprucht, was entschieden ungünstig ist; die betreffenden Einfluslinien weisen eine Reihe von Spitzen auf, die oberhalb und unterhalb der Nulllinie liegen.

Da wo zwei Gurtstäbe einen sehr flachen Winkel nahezu 180° bilden, und nur ein Füllungsstab angeschlossen ist (Fig. 159 in der Mitte, Fig. 162 in der Mitte und am oberen Anschluß der beiden vorletzten Ständer) entstehen sehr große Gurtkräfte und starke Formänderungen, die auf das ganze System schädlich einwirken. Das System in Fig. 162 ist in dieser Hinsicht besonders schlecht, weil in den Untergurtstaben der letzten Felder sehr große Biegungsspannungen entstehen müssen. Wenn auch solche Systeme theoretisch als stabil gelten, sind sie doch für die Praxis unbrauchbar.

Gewisse Stäbe, die aus praktischen Rücksichten sehr steif und durchgehend ausgeführt werden (z. B. $11'$ in Fig. 165), sind infolge der Formänderung des Systems bei der Belastung stark auf Biegung beansprucht.

Es ist üblich, in dem mittleren Teil gewisser Systeme (Fig. 159 und 162) Gegendiagonalen anzuordnen, man erhält dadurch eine wechselnde Gliederung mit allen ihren Nachteilen, und die Wirkungsweise des Systems wird gegenüber der geplanten nicht unwesentlich geändert.

Eine äußerst sorgfältige Untersuchung kann also nicht dringend genug empfohlen werden, wobei die elastischen Formänderungen stets zu berücksichtigen sind.

Es sei schliesslich ausdrücklich betont, daß statische Unstimmtheit in solchen Fällen nicht nachtheilig, sondern gerade gut angebracht ist. Durch Einschalten von theoretisch überzähligen Stäben kann man die erwähnten Uebelstände vermeiden und das System brauchbar machen. Der in Fig. 162 dargestellte Träger wäre nach Hinzufügung von vier Diagonalen wohl anwendbar.

bei allen Druckstaben Knicksicherheit vorausgesetzt, wenn auch innerlich vierfach statisch unbestimmt.

II. Engmaschige Systeme.

Der für weitmaschige Systeme angedeutete Weg ist oft der einzig mögliche, um die Stabkräfte zu berechnen. Besondere Aufmerksamkeit ist bei der Untersuchung der Stabilität des Systems nötig, denn nicht selten liegt der Fall vor, daß die Gleichung $2k = s + 3$ erfüllt, aber trotzdem das System verschiebbar ist. Für nähere Angaben hierüber sei verwiesen auf Müller Breslau, Graphische Statik I, 1901.

Falls sich mehrere Wandglieder auf einem Endständer schneiden, muß dieser auf Biegung berechnet werden, um das System stabil zu machen.

Über engmaschige Brückenträger ist eine wichtige Bemerkung am Platz: bei Bahn unten werden kräftige Ständer zum Anschluß der Querträger angeordnet, aber auch bei Bahn oben sollten solche stets konstruiert werden und zwar zur Versteifung der Wand, die sonst aus leichteren Profileisen besteht. Da diese Ständer mit sämtlichen Diagonalen verbunden werden, ist die angegebene Berechnungsart nicht mehr anwendbar und eine genaue Ermittlung der Systemkräfte überhaupt kaum möglich, um so mehr, wenn, wie gewöhnlich, die Gurtungen ein hohes Stehblech zum Anschluß der Gitter

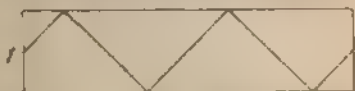


Fig. 1

stabe erhalten. Es treten dadurch große Nebenspannungen auf, welche die Verteilung der Kräfte ganz wesentlich beeinflussen. Es bleibt daher nichts anderes übrig, als sich mit einer angenäherten Berechnung zu begnügen. Zu diesem Zweck zerlegt man das System in mehrere, jedes für sich statisch und statisch bestimmt, die Gurtungen gehören gleichzeitig zu allen Systemen, jedes System hat aber ein einfaches Gitterwerk. Die Lasten werden zu gleichen Teilen unter den verschiedenen Systemen verteilt, jedes für sich berechnet und die Kräfte der entsprechenden Stäbe schließlich addiert. Bei polygonalen Gurtungen ersetzt man die geknickt erscheinenden Stäbe durch gerade.

Die Fig. 166 zeigt die Zerlegung eines vierfachen Systemes, wobei deutlich hervortritt, daß einige der unter bewegsfeste Endanker nötig machen (dies wäre nur in dem Fall überflüssig, wenn die Systeme 1 und 2 immer gleich belastet wären).

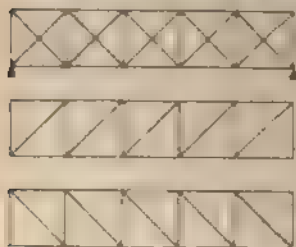


Fig. 166

Das System der Fig. 167 wird am besten, wie angedeutet, zerlegt. Die Zurückführung auf zwei einfache Systeme mit Wechseldiagonalen wurde zu demselben

Schluss führen. Für die genaue Behandlung vgl. S. 305.

Eine ganz andere Berechnungsart, besonders für sehr engmaschige Systeme geeignet, wird oft wegen ihrer Übersichtlichkeit und Einfachheit vorgezogen.

Für die Gurtstäbe werden die Drehpunkte gegenüber der Stabmitte auf dem anderen Gurt angenommen, und aus den größten Biegemomenten die Kräfte abgeleitet. Für die Gitterstäbe wird die Querkraft für ihre mittleren Punkte als maßgebend betrachtet und aus dieser die entsprechenden Kräfte berechnet und schließlich durch „dividiert“ ist die Anzahl der

Teile, in welche ein Gitterstab von den anderen geteilt wird.

Castigliano leitet aus dem Prinzip der kleinsten Deformationsarbeit folgende Formel zur Berechnung der Spannkraft in den Wandgliedern ab:

$$F = \frac{S}{J} \frac{Q}{2} \int dy^2 + d^2.$$

Dabei bedeuten:

F die gesuchte Kraft, für eine Schar positiv, für die andere negativ;

S das statische Moment einer Gurtung in bezug auf die Achse des Balkens,

J das Trägheitsmoment des ganzen Querschnitts aus den beiden Gurtungen allein bestehend,

Q die Querkraft,

h und d die wagerechte bzw. senkrechte Diagonale des durch die Achsen der Gitterstäbe gebildeten Parallelogramms.

Hat der Träger polygonale Gurtungen, was bei diesem System überhaupt nur selten vorkommt, so rechnet man nicht mit der Querkraft Q , sondern mit der Wandscheerkraft Z , die nach der Formel $Z = Q \frac{M}{h} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta$

ermittelt wird (Fig. 100). Am besten nimmt man für die verschiedenen hier vorkommenden Größen die Werte, die sich auf den senkrechten Schnitt durch den Mittelpunkt des zu untersuchenden Stabes beziehen.

Diese Theorie ist da gut anwendbar, wo die Last als gleichmäßig verteilt angesehen werden darf, nicht aber da, wo schwere Einzellasten unmittelbar auf den Träger wirken; für solche Fälle sind überhaupt engmaschige Fachwerke nicht zu empfehlen.

Bei Trägern mit engem Maschenwerk bildet man das Gitter aus einer Schar Zugstäbe (nach der Mitte fallend) und einer Schar Druckstäbe (nach der Mitte steigend). Erstere werden vielfach aus Flachseisen gebildet, letztere aus \square - oder \angle -Eisen oder ähnlichen steifen Profilen.

(mitunter aber auch aus Flacheisen). Auf Mitte der Brücke muß ein Wechsel stattfinden, welcher durch Verlaschung der steifen mit den schlaffen Gliedern bewerkstelligt wird; man Sorge dafür, daß die Stöße immer mit einem Ständer zusammenfallen. Besser ist es immerhin, für alle Stäbe steife Profile zu wählen, weil auch dadurch manche Schwierigkeit beim Anschluß der Quertrager entsteht.¹

Die Gurtungen haben meistens einfachen oder doppelten T Querschnitt mit sehr hohem Steg, worauf die Gitterstäbe auf jeder Seite eine Schar befestigt werden. Der bei einfachen Gurtungen entstehende exzentrische Anschluß hat bis jetzt bei sehr vielen ausgeführten Bauwerken keine schädlichen Folgen gehabt.

Die engmaschigen Trager kamen in früheren Jahren sehr oft zur Ausführung und haben sich im allgemeinen gut bewahrt, obwohl die ursprünglich angenommene niedrige Beanspruchung vielfach durch die gesteigerte Verkehrslast entsprechend höher geworden ist. Nachher wurden sie, besonders in Deutschland, durch einfache weitmaschige Systeme verdrängt; erst in der letzten Zeit haben sie wieder die Aufmerksamkeit der Konstrukteure auf sich gelenkt. Trotz der größten Sorgfalt in der Wahl des Systems und in der Berechnung und Dimensionierung kann man sich immerhin eines gewissen Gefühls der Unzuverlässigkeit nicht erwehren, denn obwohl das System dem vollwandigen Trager nahe verwandt ist², erscheint die Theorie nicht ganz befriedigend und die konstruktiven Einzelheiten sind nicht immer einwandfrei. Es ist daher ratsam, niedrigere Beanspruchungen etwa 90% anzuwenden, als bei klaren

¹ Bei großen Brücken erhalten an besten die Ständer einen I förmigen Querschnitt aus vier Werkstücken und einen Steg gebildet. Letzterer kann abkürzen so oft als nötig unterbrochen werden, ohne die Steifigkeit des Ganzen wesentlich zu herabzusetzen.

² Bei diesem hat man allerdings in dem Stahlgewebe rechtlichen Charakter als Material während man bei den in Frage stehenden Gitterwerken das Material gänzlich den Bedürfnissen anpassen will.

systemen, wo die Kräfte mit Sicherheit berechnet und die Konstruktionseinzelheiten rationell durchgeführt werden können.

III. Statisch unbestimmte Systeme

Ist ein vielfaches System statisch unbestimmt, so prägt am besten das allgemeine Verfahren zur Verwendung. Man nimmt als Unbekannte die Spannkraften der überzähligen Stäbe an, schreibt der Reihe nach einer von ihnen den Wert $+1$, den übrigen den Wert 0 zu, und zeichnet oder berechnet den vollständigen Verschiebungsplan für jeden dieser Belastungszustände. Um die Elastizitätsgleichungen zu erhalten, betrachtet man der Reihe nach das Fachwerk in dem bereits festgestellten deformierten Zustande infolge der Wirkung einer der statisch nicht bestimmbareren Größen, und schreibt die Gleichung, welche ausdrückt, daß die Summe der Arbeit aller angreifenden Kräfte gleich Null ist. Es kommen hier auch die statisch nicht bestimmbareren Kräfte in Betracht. Die Arbeit ergibt sich aus dem Vergleich des deformierten mit dem ursprünglichen System. Führt man die Arbeiten der äußeren Kräfte als Produkt der nur algebraisch ausgedruckten Kräfte mal Verschiebungen ein, so wird man auf die Erfolgslösungen geführt.

Der Elastizitätsgleichungen sind ebensoviele als Unbekannte so daß die Bestimmung der letzteren möglich ist. Näheres darüber siehe Seite 214.

Bei diesen Untersuchungen setzt man voraus, daß die Stäbe in den Kreuzungspunkten nicht miteinander verbunden sind, während in der Ausführung meist das Gegenteil geschieht, jedoch nur in dem Fall, daß mehr als zwei Stäbe durch einen Punkt gehen, hat dieser Umstand einen Einfluß auf das Resultat. Das System von Figur 162 würde z. B. durch Verbindung der Diagonalen mit dem mittleren Stab einfach statisch unbestimmt werden.

43. Zwischensysteme.

Bei weitmaschigen Fachwerken ist man oft ge-
notigt, Zwischensysteme zu konstruieren, um nicht ge-



Gurtungen biegefest machen zu
müssen, wenn Lasten zwischen den
Knoten des Hauptsystems angreifen.

Einige gebräuchliche Anord-
nungen zeigt Fig. 168.



Fig. 168

Die Berechnungsart ist immer
die gleiche: man betrachtet das Zw-
schensystem als einen armierten
Balken, der auf den Knotenpunkten
des Hauptsystems gestützt ist, die
Stabkräfte der gemeinschaftlichen
Glieder werden schließendlich addiert.

Derartige Konstruktionen sind
unzulässig, wenn die Diagonalen
des Hauptsystems ganz schlaff sind,
es sei denn, daß man das Zwischen-
system durch eine besondere Absteifung gegen jede
Ausbiegung aus der Wand sichert.

44. Fachwerke mit unvollständiger Gliederung.

a) Systeme ohne Gurtungen.

Als Träger ohne Gurtungen kann der Windverband
der in Fig. 169 skizzierten Brücke betrachtet werden.
Die unter den Bohlen liegenden Kreuzdiagonalen sind



Fig. 169

mit den Pfosten verbunden, die durch ihre Steifig-
keit die Kräfte auf die Gurtungen des Hauptträgers

übertragen (eine in jeder Hinsicht mangelhafte Konstruktion).

Ein anderes Beispiel eines solchen Systems ist in Fig. 170 skizziert. Ein Laufkranträger, der in einer gewissen Entfernung von einer Wand liegt, wird durch ein Gitterwerk mit dem Mauerwerk verbunden, wodurch ein Parallelträger mit einer einzigen



Fig. 170

Gurtung entsteht, denn die Kräfte, welche die Gitterstäbe auf das Mauerwerk übertragen, können direkt nach dem Fundament überführt werden, sie pflanzen sich also nicht von einem Knotenpunkt zum anderen fort, wie bei einem gewöhnlichen Gurt. (Die Adhäsionskraft des Mortels kann mindestens auf 1 kg/cm^2 in Anspruch genommen werden; ist die Mauer noch ziemlich hoch über das System geführt, so kann man auch auf die Reibung rechnen).

In solchen Fällen ist es wichtig, die Kraft zu berechnen, die bei einem Knoten in die Gurtichtung übertragen werden kann. In den beiden hier angeführten

einfachen Beispielen hat man nur die Differenz der Kräfte der angrenzenden idealen Gurtstäbe zu ermitteln; zweckmäßig ist die Benutzung einer Einflußlinie (Fig. 171).

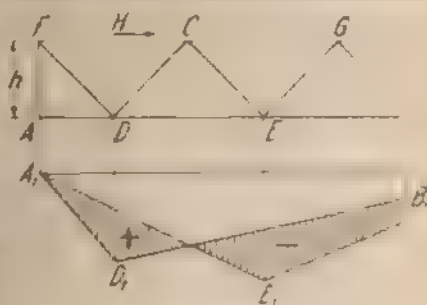


Fig. 171

Das Dreieck $A_1 D_1 B_1$ ist die Einflußlinie der Gurtkraft $F C$; $A_1 E_1 B_1$ diejenige der Kraft $C G$; die Differenz der beiden stellt die Einflußfläche der gesuchten Kraft H

dar, die als positiv zu verstehen ist, wenn sie in der Richtung des Pfeiles wirkt. Die negative Fläche einer solchen Einfluslinie ist am größten, wenn der Knoten der fehlenden Gurtung so nahe wie möglich am linken Auflager liegt; am ungünstigsten ist also hier der Knoten F wo die eine Komponente der Diagonalkraft F/D maßgebend ist. Man wird also eventuell gut tun, diese Diagonale etwas steiler als die anderen anzuordnen.

Die hier gezeichnete Einfluslinie gilt für Angriffskräfte, die rechtwinklig zum Trager wirken; längs angreifende Kräfte dürfen auf alle in Betracht kommende Knoten F, C, G, \dots gleichmäßig verteilt werden; es kommt hinzu ein Kräftepaar, welches den Trager in seiner Ebene zu drehen strebt; die entsprechenden Auflagerkräfte werden von den Giebelwänden aufgenommen.

Bei derartigen Konstruktionen darf man den Einfluß der Temperaturänderungen nicht außer acht lassen, denn besonders bei langen Trägern können leicht Lockerungen im Mauerwerk eintreten. Zur Berechnung der dabei entstehenden Kräfte ermittelt man den Längsunterschied l/l der beiden Gurtungen, der Dehnungskoeffizient des Mauerwerks ist $\sim \frac{1}{1400}$ für 100° Temperaturschwankung, so daß etwa $\frac{1}{1870}$ als Differenz der Dehnungen von Eisen und Mauerwerk zu rechnen ist und daraus den Wert $f = \frac{l}{8h} \cdot l/l$ der entsprechenden Durchbiegung. Es ist nun leicht zu ermitteln, welche gleichmäßig verteilte Belastung imstande wäre, diese Durchbiegung hervorzurufen, oder rückgängig zu machen, wobei man am besten annimmt, daß der Elastizitätsmodul einer der Gurtungen unendlich groß sei (für Mauerwerk wäre eigentlich $E = 28 \text{ t/cm}^2$); für diesen Belastungszustand berechnet man die Kräfte

b) Systeme ohne Diagonalen.

Muß in einem Gitterträger ein Feld ohne Diagonale bleiben, so wird die Stabilität des Systems dadurch gesichert, daß ein Gurtstab (oder beide) biegezugsfest über zwei oder mehrere Felder durchgeführt wird (Fig. 172). Zur statischen Untersuchung pflegt man anzunehmen, daß das Hauptsystem eine unendlich große Steifigkeit besitzt im Vergleich mit dem auf Biegung beanspruchten Stab. Danach bestimmt man die Lage des Nullpunktes im Momentendiagramm nach der Formel:

$$d = f \frac{2a + 3f}{2c + 4f}$$

$$\text{oder } c = f \frac{2b + 3f}{2e + 4f}$$

Im allgemeinen ist $c = d = f/2$. In diesen Punkt kann man sich ein Gelenk eingeschaltet denken, durch das bei einem Feld mit parallelen Gurtungen die ganze Querkraft Q übertragen wird. Die größten Momente in dem biegezugsfesten Gurtstab sind Qc und Qd , die Längskräfte der Felder c und d sind gleich und werden am besten auf Grund des Momentes für den Mittelpunkt des gegenüber stehenden Gurtstabes berechnet. Die Spannkraft des anderen Gurtes wird aus dem Moment für den Punkt W abgeleitet.

Sind beide Gurtungen biegezugsfest, so ist die gleiche Rechnungsart anzuwenden, nur wird die Kraft Q in direktem Verhältnis der Tragheitsmomente auf beide Gurtungen verteilt. Da in der Tat immer beide Gurtungen durchgeführt werden, muß man immer beide

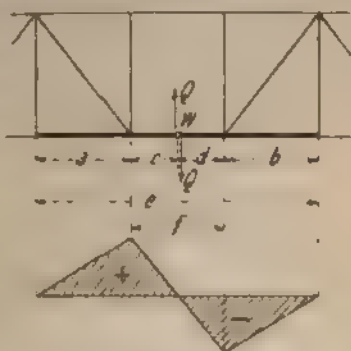


Fig. 172

untersuchen, auch wenn nur eine sehr steif konstruiert wird, denn durch das Biegemoment entstehen in der anderen nicht unbedeutende Zusatzspannungen.

Theoretisch ist es für die Stabilität genügend der steifen Gurt nur über zwei Felder zu führen, z. B. über f und b . Der Punkt W liegt alsdann am Fuß des Ständers zwischen a und f , und das größte Biegemoment ist Qf . Eine solche Anordnung wird man selten wählen.

Die Durchführung des steifen Stabes über mehr als drei Felder nutzt wenig, da die Lage von W dadurch kaum geändert wird, der einzige Vorteil, den man erreicht, besteht in der etwas kleineren Nachgiebigkeit des Trägers.

Zur Berechnung der Durchbiegung des ganzen Trägers sind die sonst anwendbaren Verfahren zu benutzen, zur ermittelten Biegelinie muß noch diejenige addiert werden, die durch die Nachgiebigkeit der biegefesten Gurtstabe entsteht und in Fig 173

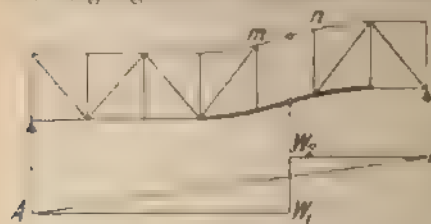
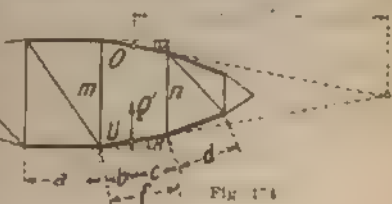


Fig 173

dargestellt ist. Die Größe der gegenseitigen Verschiebung der Punkte m und n ist gleich der Summe der absolutgenommenen Senkungen

des Punktes W , als dem linken, bzw. dem rechten Teil des steifen Stabes angehörend, und mit der Kraft Q belastet. Sind beide Gurtungen in den gleichen Feldern biegefest, so wird bei dieser Berechnung nur eine betrachtet, denn durch die Verteilung der Kraft Q ist die andere schon berücksichtigt. Die Biegelinie besteht aus dem Linienzug $A W_1 W_2 B$, wo W_1 , W_2 die gegenseitige Verschiebung der Punkte m und n darstellt. Auf der Strecke $A W_1$ hat man eine Senkung, auf $W_2 B$ eine Hebung.

Sind die Gurtungen des Feldes ohne Diagonale nicht parallel, so bleibt die Berechnungsart wie früher, nur muß man die Lage der Nullpunkte der Momentenfläche nach einer anderen Formel bestimmen. Es ist mit genügender Annäherung Fig. 174



$$\begin{aligned} \varrho &= \frac{m+n}{m-n} \cdot \frac{f}{2} & b &= \frac{f}{2} + z & c &= \frac{f}{2} - z \\ z &= \frac{f^2}{2\varrho} + \frac{f}{2\varrho} (a+d) - (a-d) \\ &= \frac{f}{6f+2(a+d)} - \frac{2f}{\varrho} (a-d) \end{aligned}$$

Es ist dabei einerlei, ob die Gurtungen geknickt oder stetig gekrümmt sind, die Längen sind immer schräg zu messen; die in den gedachten Gelenken wirkende Kraft Q' ist nicht ohne weiteres gleich der in dem betreffenden Feld vorkommenden Querkraft Q ; vielmehr ist: $Q' = Q \cos \alpha = U \sin \beta$, wo Q und U die absoluten Werte der Gurtkräfte sind.

Diese Berechnungsart kann nur als eine angenäherte gelten, denn in der Tat sind alle Knoten starr, und die Gurtstäbe gehen meistens mit vollem Profil durch viele Felder, so daß sich mehrere Stäbe an der Übertragung der Kraft Q beteiligen. Man überschätze aber die hierdurch bedingte Entlastung nicht und dimensioniere die biegefesten Stäbe reichlich, damit die Nachgiebigkeit des Trägers nicht zu groß wird.

Die genaue Untersuchung dieser und ähnlicher Fälle gehört ins Gebiet der Nebenspannungen. Die angegebene Lösung (wobei immer der größte Wert von Q zu berücksichtigen ist) genügt aber für die Praxis vollständig. Man versäume jedoch nicht die Durchbiegung des Trägers zu untersuchen und zwar unter

der Annahme einer nicht zu kleinen Querkraft Q , wenn diese auch mit der Belastung für die größten Momente im Hauptsystem nicht im Einklang steht.

Man hat mitunter Träger ganz und gar ohne Diagonalen konstruiert (Fig. 175). Zur angenäherten Berechnung nimmt man an, daß auf der Hälfte jedes Stabes, mit

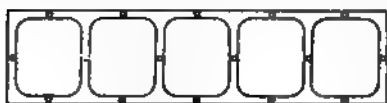


Fig 175

Ausnahme eines beliebigen Ständers (am besten in der Mitte) je ein Gelenk liegt.

Für die Berechnung

der Stabkräfte benutzt man die Momente in bezug auf die Gurtgelenke; die Ständer müssen die Differenz der Querkraften der angrenzenden Felder übertragen. Die Querkraften, auf die Gurtgelenke wirkend, liefern die Momente der Gurtungen. Die Gleichgewichtsbedingungen jedes T-förmigen Stückes führen schließlich zur Bestimmung der Querkraften für die Ständer, woraus sich die betreffenden Momente ergeben.

Die genaue Untersuchung eines in so hohem Grade statisch unbestimmten Systems ist erst dann möglich, wenn die Form und die Abmessungen genau bekannt sind; ob aber die Ergebnisse der langwierigen Berechnung als wirklich genau angesehen werden dürfen, erscheint im allgemeinen fraglich.

V ABSCHNITT

RÄUMLICHE FACH- WERKE.

45. Allgemeines.

Das geometrische Polyeder kann als Grundform für ein räumliches Fachwerk benutzt werden, die Kanten werden durch Stäbe, die Ecken durch Knoten ersetzt. Werden nun alle Seitenflächen durch Hinzufügung der richtigen Anzahl von Diagonalen starr gemacht, so ist das ganze System stabil und statisch bestimmt.

Ein beliebig im Raume gewählter Punkt ist fest mit einem solchen System verbunden, wenn er durch eine nicht in einer Ebene liegende Stäbe an demselben angeschlossen wird.

Zur starren Verbindung zweier solcher Systeme sind sechs Stäbe erforderlich, von denen nicht mehr als drei in einer Ebene liegen und nicht mehr als drei durch einen Punkt gehen dürfen.

Zur Auflagerung sind demgemäß mindestens drei Lager nötig, nicht in einer Geraden liegend, das eine ist drei Seitenkräfte der Reaktion möglich, das zweite auf einer Linie geführt (zwei Seitenkräfte der Reaktion bestimmt), und das dritte auf einer Fläche beweglich (eine Seitenkraft der Reaktion bestimmt), die sechs

Auflagerungsbedingungen können auf verschiedene Arten erfüllt werden, die Führungen der Lager sind aber insofern nicht ganz willkürlich, als in jedem Fall untersucht werden muß, ob nicht eine von ihnen die geometrische Folge der anderen ist.

Jeder Knotenpunkt liefert drei Gleichgewichtsbedingungen, ein räumliches Fachwerk mit k Knoten und s Stäben kann also nur dann stabil und statisch bestimmt sein, wenn zunächst die Bedingung $s - 6 = 3k$ erfüllt ist, und außerdem die Lage aller Knotenpunkte durch die Länge der Stäbe und die allgemeine Anordnung eindeutig bestimmt ist.

Fast alle in Betracht kommenden Fachwerke sind durch sogenannte Ringe geschlossene Reihen von wagerechten Stäben in mehrere Geschosse oder Stockwerke geteilt. Denkt man sich ein geschlossenes Polyeder dieser Art unmittelbar unter einem Ring durch eine wagerechte Ebene geschnitten, so bildet der obere Teil ein System, welches stabil ist, falls $n - 3$ Auflagerungsbedingungen erfüllt sind, wenn der Ring n Knoten besitzt. Man kann z. B. 3 Knoten auf je einer Geraden, alle übrigen auf einer Fläche führen.

Macht man aber alle Knoten fest, unter Fortlassung solcher Ringstäbe, so ergeben sich $3n$ Auflagerungsbedingungen, während nur $n + 3$ erforderlich sind, und n Stäbe fortgefallen sind; es bleiben also

$$3n - (n + 3) = n - 3$$

überzählige Stäbe, und das System ist $n - 3$ fach statisch unbestimmt; die statische Bestimmtheit kann durch Fortlassung ebensovieler Stäbe erzielt werden. Bei Systemen, wo alle Ringe die gleiche Anzahl von Knoten aufweisen, wird dies einfach dadurch erreicht, daß man das System durch eine zweite wagerechte Ebene schneidet und zwar unmittelbar oberhalb eines Ringes, zur Versteifung desselben waren nun eben $n - 3$ Diagonalen erforderlich, die fortbleiben. Das

so erhaltene Fachwerk, mit einer beliebigen Anzahl von Stockwerken, ist also stabil und statisch bestimmt, wenn:

1. alle Fußpunkte fest aufgelagert sind;
2. der obere Ring offen bleibt, d. h. nicht versteift ist.

Aus dieser Grundform werden die wichtigsten räumlichen Systeme abgeleitet.

Bei der Untersuchung räumlicher Fachwerke ist es unerlässlich, sich über deren statische Bestimmtheit und Stabilität zu orientieren, denn Ausnahmefälle treten häufig auf und sind nicht

immer leicht zu entdecken.

Erst durch die Berechnung der Stabkräfte sieht man

mitunter, daß das System unbrauchbar ist, wie z. B.

die in Fig. 176 dargestellte vierkantige Kuppel. Man

erkennt leicht, daß das Fachwerk in die punktierte

Form übergehen kann, ohne

daß die Stäbe ihre Länge

ändern, obwohl das System die richtige Anzahl von

Stäben enthält (Soppl.). Das obere Viereck wird im

allgemeinen bei der Formänderung windschief, und

seine Diagonalen ändern ihre Länge nicht unwesentlich.

Das System wird also brauchbar, wenn man die vier

oberen Knoten zu Füßen einer vierseitigen Pyramide

macht, oder eine Diagonale in das obere Viereck ein-

schaltet. Das Fachwerk enthält alsdann einen Stab zu

viel. Ist der Grundriß einer solchen Kuppel unregel-

mäßig, oder besteht er aus einer ungeraden Anzahl

von Seiten, so ist Stabilität vorhanden. Man erkennt

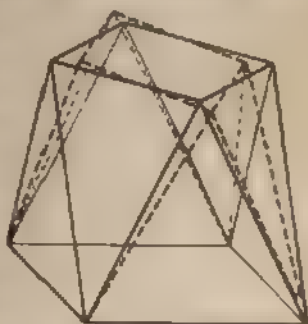


Fig. 176

aber, daß, wenn die Seitenzahl sehr groß ist, das kinematisch stabile System doch unbrauchbar wird, denn bei gewissen Belastungen treten in den Stäben unver-

hältnismäßig große Kräfte auf, ähnliches geschieht

bei gewissen Belastungen treten in den Stäben unver-

hältnismäßig große Kräfte auf, ähnliches geschieht

bei gewissen Belastungen treten in den Stäben unver-

hältnismäßig große Kräfte auf, ähnliches geschieht

bei gewissen Belastungen treten in den Stäben unver-

hältnismäßig große Kräfte auf, ähnliches geschieht

bei gewissen Belastungen treten in den Stäben unver-

hältnismäßig große Kräfte auf, ähnliches geschieht

wenn der vierseitige Grundriß von einem Rechteck wenig verschieden ist.

Es gibt auch Fälle, wo die Verteilung der Kräfte ohne weiteres angegeben werden kann, obwohl das Fachwerk theoretisch statisch unbestimmt ist, wie z. B.



Fig. 177

bei der in Fig. 177 dargestellten vierkantigen Pyramide. Das System enthält einen Stab zu viel, trotz alledem ist die Berechnung der Stabkräfte (bei symmetrischer Konstruktion auch in bezug auf die Stabquerschnitte) ohne weiteres möglich, denn jede auf der Spitze angreifende Kraft

kann in drei Seitenkräfte nach den Symmetrieachsen zerlegt werden, deren Verteilung auf die Sparren nicht zweifelhaft sein kann.

46. Ermittlung der Stabkräfte.

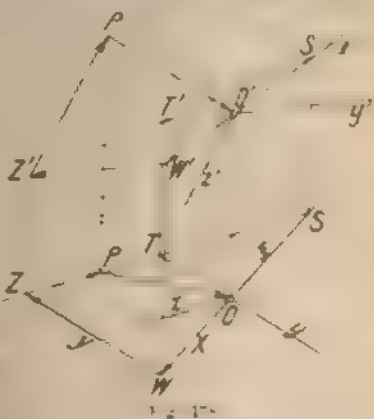
Jeder Knotenpunkt eines räumlichen Fachwerkes liefert drei Gleichgewichtsgleichungen zwischen inneren und äußeren Kräften. Man kommt am schnellsten zu diesen Gleichungen durch Projektion des Systems auf eine beliebige Ebene, für diese Projektion sind nun die Gesetze des ebenen Fachwerkes anwendbar, und man kann leicht für jeden Knoten zwei Gleichungen aufstellen (Seite 143). Die dritte Gleichung ergibt sich aus der Projektion aller Kräfte auf eine Gerade, welche nicht in der zuerst angewendeten Ebene liegt, worauf die Summe aller projizierten Kräfte gleich Null sein muß. Von Punkt zu Punkt schreitend, kann man sämtliche Stabkräfte ermitteln. Dieses Verfahren führt immer zum Ziel, erfordert im allgemeinen nur die Lösung von Systemen von Gleichungen mit wenigen Unbekannten, in der Praxis ist es besonders vorteilhaft, in dem Falle, wo von einer Gruppe von Stäben alle, außer einer einzigen, in einer Ebene liegen, denn

diese kann sofort berechnet werden durch die Projektion sämtlicher Kräfte auf eine Senkrechte zur Ebene.

Gehngt es, das Fachwerk in zwei Teile zu trennen durch einen Schnitt, der nur sechs Stäbe trifft, so können die betreffenden Spannkraften dadurch bestimmt werden, daß man die außerhalb des Schnittes angreifenden Kräfte nach den Richtungslinien der sechs geschnittenen Stäbe zerlegt; zu diesem Zwecke benutzt man die sechs Gleichgewichtsbedingungen für räumliche Kraftsysteme (Seite 56). Diese im allgemeinen Fall sehr lange und umständliche Berechnung ist in vielen praktischen Fällen ziemlich einfach und erlaubt die Schwierigkeiten zu überwinden, auf die man bei der Anwendung anderer Verfahren stößt.

Einfach und übersichtlich ist es, von Punkt zu Punkt schreitend, jede äußere Kraft nach den Richtungen der dort zusammenlaufenden Stäbe graphisch zu zerlegen, was immer möglich ist für alle Knoten, von denen nicht mehr als drei unbekannte Kräfte ausgehen.

Alle bekannten Kräfte setzt man zu einer einzigen OP zusammen (Fig. 178) und zieht PZ parallel zu Z . Um den Schnittpunkt der Geraden PZ mit der Ebene xy zu finden, bringt man auf einer der Projektionen die Gerade PZ mit den Geraden x und y in S und T zum Schnitt, und projiziert diese Punkte in S' und T' . Die Gerade $S'T'$ schneidet $P'Z'$ in dem gesuchten Punkt Z' , den man wieder nach Z projiziert. Die Strecke PZ stellt die Projektion der Kraft Z dar. Die Strecke ZW , parallel zu u , bestimmt den

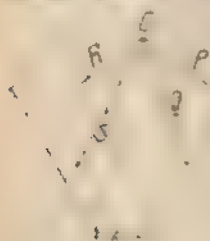


Punkt W auf der Geraden r , es sind hiermit die Projektionen ZW und WQ der beiden anderen Kräfte y und z bestimmt. Die Lösung läßt viele Varianten zu, so daß auf alle Fälle eine bequeme und genaue Konstruktion möglich ist. Die eingetragenen Pfeile (wie beim Cremona-Plan in der Ebene) geben die Richtung der in den Stäben auftretenden Kräfte an. Hier sind alle drei Kräfte x, y, z negativ, denn alle Pfeile zeigen Richtungen nach dem Knotenpunkt.

Es gelingt nicht immer, die Kräftepolygone so aneinander zu reihen, wie für einen Cremona-Plan in der Ebene, jedenfalls wäre dazu mehr Arbeit erforderlich als das Resultat wert ist. Klarer und praktischer ist es, die Polygone für jeden Punkt getrennt zu halten.

Bei gewissen Systemen muß man sich helfen durch die Besetzung einiger Stäbe und Einschaltung ebenso vieler an geeigneten Platz, wie es bei vielfachen Systemen geschieht (S. 197). In einzelnen Fällen sind die Formeln auf Seite 224 anwendbar.

Bei dieser Untersuchung leistet folgender Satz gute Dienste. Wenn die in einem Punkt angreifenden Kräfte sich in zwei Gruppen teilen lassen, deren jede in einer Ebene liegt, so fällt die Mittelkraft jeder Gruppe mit der Schnittgeraden beider Ebenen zusammen.



Greifen in einem Punkt nur vier Kräfte an, so ist dieser Satz immer anwendbar. Schneidet man die beiden Geraden R und S (Fig. 179) mit einer Ebene, die parallel zur Ebene der Geraden P und Q liegt, so wird damit das Verhält-

nis der beiden Kräfte R und S nach Zeichen und Größe festgelegt. Durch wiederholte Anwendung dieses Satzes sind gewisse Aufgaben auf ganz einfache Weise zu lösen.

Beispiel. Das in Fig. 180 dargestellte räumliche Fachwerk habe in einem festen Lager, der Punkt B sei auf einer Geraden geführt, die anderer fester Knoten A , D und E seien auf einer Ebene geführt. Wir haben hiermit $3 + 2 + 1 + 1 = 7$ Auflagerungsbedingungen. Das System hat 10 Knoten und 27 Stäbe ergibt $10 \cdot 3 - 27 = 3$, es kann hiernach statisch bestimmt und statisch sein. Wenn eine Kraft P in diesem oberen Knotenpunkt angreift, so können leicht alle Stabkräfte wie folgt bestimmt werden. Man geht von einem oberen Knoten aus, der neben dem belasteten liegt, in der Abbildung belastet sei so hat man nur eine Kraft, und das wenige Prinzip ist gleich anwendbar. Man schreibt der Stabkraft 1 einen willkürlichen Wert an und bestimmt der Reihe nach die Stabkräfte 2, 3, 4 und 5, am besten graphisch, denn das Kräftepolygon läßt sich leicht durch Parallelen an den Seiten des unteren Fünfecks leicht konstruieren. So ermittelt man nach Größe und Zeichen das Verhältnis der Kräfte 1 und 5, und ist dadurch instande, die Kraft P nach der Richtung der vier dort angeschlossenen Stäbe zu zerlegen, wodurch die Bestimmung aller Stabkräfte ermöglicht wird. Es ergibt sich aus der Konstruktion selbst, ob das Fachwerk bausehrbar ist oder nicht, indem in einzelnen Fällen einige Kräfte sehr groß werden, oder leicht genau zu ermitteln sind, weil die betreffenden Geraden sich zu spitz schneiden.

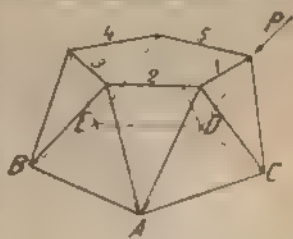


Fig. 180

Abgesehen von den vielfach angewendeten Gegen diagonalen sind im räumlichen Fachwerk sehr oft überzählige Stäbe, d. h. das System ist statisch unbestimmt. Man greift meistens zu vereinfachenden Annahmen, indem man in gewissen Punkten die Kräfte nach Gefühl verteilt oder den Einfluss gewisser Kräfte auf einige Stabgruppen vernachlässigt. Eine genaue Berechnung lässt sich durch verschiedene Verfahren durchführen, sie ist aber in den meisten Fällen äußerst umständlich und nicht ohne weiteres unanfechtbar, weil die Steifigkeit der Knoten (welche theoretisch als Kugelfgelenke wirken sollten) einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss hat.

In vielen Fällen muß man die Wirkung der Temperaturänderungen, sowie der eventuellen Verschiebung der Lager, der Einspannungen von Pussen usw. unter-

suchen, um sich zu überzeugen, daß dadurch keine zu hohen Kräfte entstehen, welche die Anker eines festen Lagers ausreißen würden, einen Lagerquader verschieben könnten u. dgl. m

47. Die Schwedlersche Kuppel.

Die Schwedlersche Kuppel kennzeichnet sich durch die Anordnung der Hauptglieder Sparren in vertikalen Ebenen, die durch die Achse des Bauwerkes gehen, ferner durch die Lage der Verbindungsglieder (Ringe in horizontalen Ebenen. In allen Knoten-

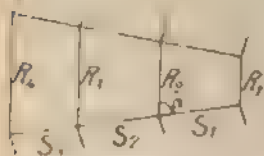
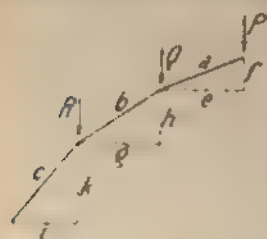


Fig. 181

punkten werden bei der Berechnung Kugelgelenke vorausgesetzt, alle Felder sind durch Diagonalen selten druckfest, meistens in Verbindung mit Gegendiagonalen abgesteift. Das Fachwerk ruht auf einer Reihe fester Lager, es ist somit stabil und statisch bestimmt nur wenn der obere Ring offen bleibt, d. h. keine Diagonalen erhält.

Zur Berechnung der Stabkräfte gibt es einfache Formeln nur für Kuppeln auf regel-

mäßigem Grundriss und für Belastungen, welche über jeden Ring gleichmäßig verteilt sind. In diesem Falle sind nämlich alle Diagonalen spannungslos, und die Stabkräfte lassen sich leicht aus den Gleichgewichtsbedingungen jedes Knotenpunktes ableiten. Sind P , Q , R , die Knotenlasten für die verschiedenen Ringe und α der Winkel der Ringglieder mit den Sparren in der Projektion gemessen, so hat man für die Stabkräfte Fig. 181

$$S_1 = P \frac{a}{f}$$

$$S_2 = P + Q \frac{b}{h}$$

$$S_3 = P + Q + R \frac{c}{h} \text{ usw.}$$

$$R_1 = - \frac{1}{2 \cos \alpha} P \frac{f}{f}$$

$$R_2 = \frac{1}{2 \cos \alpha} \left[P \frac{f}{f} - P + Q \frac{a}{h} \right]$$

$$R_3 = \frac{1}{2 \cos \alpha} \left[P + Q \frac{a}{h} - P + Q + R \frac{b}{h} \right] \text{ usw.}$$

Für den Fußring fällt das negative Glied in den eckigen Klammern fort.

Man ersieht aus diesen Formeln, daß die Sparren am stärksten gedrückt sind, wenn die ganze Kuppel belastet ist, daß der obere Ring immer gedrückt ist, während jeder andere Ring am stärksten gezogen ist, wenn der innere Teil der Kuppel voll belastet ist, der Ring selbst und der äußere Teil dagegen unbelastet; im umgekehrten Fall wird der Ring am stärksten gedrückt.

Soll der größte Druck der Sparren überall den gleichen Wert aufweisen, so muß sein:

$$P \frac{a}{f} = P + Q \frac{b}{h} = (P + Q + R) \frac{c}{h} = \dots$$

Hat man also eine der Verhältnisse ^{Stablänge} _{Steigung} festgestellt, so kann man die anderen darnach berechnen und so die Form der Meridianlinie ermitteln.

Ebenso kann man sich eine andere Bedingung vornehmen, z. B. daß für die mittleren Ringe die kleinste Kraft Null wird (eine rein theoretische Möglichkeit), und die entsprechende Form der Kuppel bestimmen.

Die ungünstigste Lastverteilung für die Diagonalen ist eine streifenartige, so daß abwechselnd ein Sparren möglichst viel, der nächste möglichst wenig, der dritte wieder möglichst viel belastet wird usw. Eine so un-

gunstige und unwahrscheinliche Belastung braucht im allgemeinen nicht berücksichtigt zu werden, nötigenfalls kann die Untersuchung sehr leicht durchgeführt werden, indem man einen Sparren als ganz belastet im übrigen aber die Kuppel unbelastet annimmt. Nach der Bestimmung der Spannkraft addiert man diejenigen der Stäbe des ersten Streifens zu denen des dritten, des fünften usw., ebenso addiert man diejenigen des zweiten Streifen zu denen des vierten, des sechsten usw. Die zulässige Beanspruchung kann in solchen Fällen sehr hoch angenommen werden, 1,6 bis 1,8 t/cm².

Im allgemeinen wird man sich wohl darauf beschränken, den Einfluß des Winddruckes und einer einseitigen Schneebelastung zu untersuchen häufig wird die letztere durch einen höheren Winddruck berücksichtigt, was jedoch nicht einwandfrei ist. Um den Winddruck zu bestimmen, denkt man sich das in Betracht kommende Element der Kuppelfläche um eine vertikale Achse gedreht bis es dem Wind die größte mögliche Angriffsfläche bietet ist α der Winkel, um welchen es gedreht wurde, β der Winkel der Windrichtung mit der Fläche F nach der Drehung, so ist der Winddruck normal zur Fläche: $W = w F \sin \alpha \sin \beta$. Nach dieser Formel kann man die Belastung der einzelnen Sparren berechnen (der Druck des Windes auf die Laterne darf nicht unberücksichtigt bleiben), worauf die Ermittlung der Stabkräfte folgen kann¹⁾.

Verschiedene Wege führen zum Ziele. Man kann zuerst den Einfluß einer Kraft — 1 der Reihe nach in jedem Knotenpunkt eines Sparrens untersuchen, dank der Symmetrie des Systems ist es alsdann möglich, die Stabkräfte für eine beliebige Belastung zu berechnen. Man kann ebensogut einen ganzen Sparren belastet voraussetzen und die Kräfte darnach bestimmen. Unter

¹⁾ Wenn man in 1, 1 bis 1, 6 die verschiedenen Schneedecken zulassend
 1, 6 bis 1, 6 t/cm² auftrifft, so kann man dieselbe in 1, 6 t/cm² auftrifft, und
 1, 6 t/cm² auftrifft, so kann man dieselbe in 1, 6 t/cm² auftrifft, und

der meistens ziemlich zutreffenden Annahme, daß die Belastung eines Sparrens aus der eines anderen durch Multiplikation mit einem gewissen Koeffizienten abgeleitet werden kann, lassen sich alle Stabkräfte ermitteln. Der Einfluß der Drucke der Laternenständer muß besonders berechnet werden. Schliesslich kann man den wirklichen Belastungszustand auf einmal untersuchen, was im allgemeinen am schnellsten zum Ziel führt.

Für diese Berechnung ist das allgemeine graphische Verfahren wohl am Platz. Man merke sich dabei, daß bei

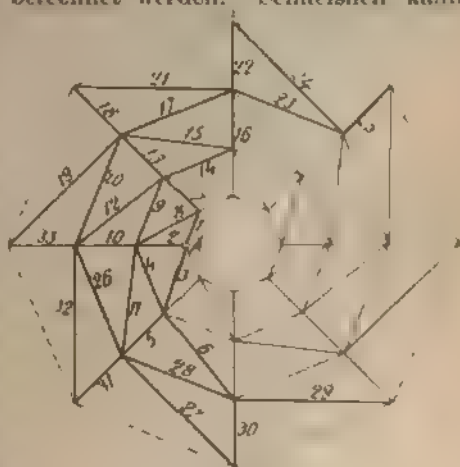


Fig. 182

gewissen Belastungen einige Stübe spannungslos bleiben. In der Fig. 182 sind alle Stübe, welche durch eine Last in *A* beansprucht werden, dick ausgezogen.

Man ermittelt die Stabkräfte 1, 2 und 3 durch Zerlegung der in *A* angreifenden äußeren Kraft nach den drei Stabrichtungen Seite 215; ebenso leicht findet man die Kräfte der Stäbe 4, 5, 6, ferner die Kräfte 7 und 8, wodurch die Ermittlung von 9, 10 und 11 ermöglicht wird. Nun bestimmt man der Reihe nach die Gruppen 12, 13 und 14, 15, 16. Die Stübe 18, 19 und 20 liegen in einer Ebene; die Resultante von 13 und 15 wird also zerlegt parallel zu dieser Ebene und zum Stab 17, so ist diese letzte Kraft ermittelt; man kann nun weiter zur Gruppe 21, 22, 23 und schliesslich zu 24 und 25 übergehen. — Nun werden aus der Kraft 6 die

drei 28, 29 und 30 abgeleitet, aus den 11, 5 und 28 bis drei 26, 27 und 31, ferner 32, 33 und 20 dann 18 und 19

Die Lösung der Aufgabe ist nicht schwieriger, wenn mehrere Punkte gleichzeitig belastet sind: namentlich symmetrische Belastungen in bezug auf einen Sparten lassen sich ohne Schwierigkeit behandeln. Die zwei Aufgaben, die immer wieder vorkommen, sind:

1. Zerlegung einer Kraft nach drei Richtungen, die durch einen Punkt gehen aber nicht in einer Ebene liegen;
2. Zerlegung einer Kraft nach den Richtungen einer Geraden und einer Ebene, welche die Gerade nicht enthält.

Erschwerend wirkt der Umstand, daß man im allgemeinen mit schlaffen Diagonalen und Gegendiagonalen zu tun hat, denn es ist nicht immer möglich, von vornherein anzugeben, welche von den beiden tätig ist. Am besten setzt man voraus, daß alle Diagonalen druckfest sind und führt dann die Rechnung zu Ende, für alle

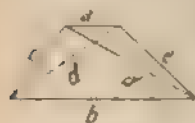


Fig. 183

Felder, wo die Diagonale gedrückt wird, ist eine Berichtigung erforderlich. Wenn man in einem trapezförmigen Fachwerk Fig. 183 eine Diagonale d' einschaltet, deren Spannkraft Zug durch die Länge d' dargestellt ist,

so entstehen in den Außenseiten Druckkräfte, in den anderen Diagonalen aber eine Zugkraft. Aus der Figur selbst kann man alle diese Kräfte abgreifen, denn sie sind durch die Längen der betreffenden Stäbe dargestellt, mit der einzigen Ausnahme, daß die Parallelseiten unter sich vertauscht werden (die Länge a entspricht der Kraft von b und umgekehrt). Der Einfluß dieser Belastung bleibt bei statisch bestimmten Systemen auf das Trapez beschränkt. Auf grund dieser Betrachtungen ist es leicht, eine gedrückte Diagonale durch eine gezogene Gegendiagonale zu ersetzen, indem man

Die letztere mit einer solchen Spannkraft einschaltet, daß die erstere spannungslos wird.

Für solche, die lieber rechnen als zeichnen, werden in folgender Tabelle angegebenen Formeln nutzbar sein. Dieselben setzen voraus, daß der Grundriß der Kuppel ein regelmäßiges Vieleck ist. Die einkammerten Buchstaben bedeuten die wirklichen Stablängen, im Gegensatz zur Länge der Projektionen. Die Auflagerreaktionen liefern die Belastung für die weiteren anschließenden Elemente.

Man berechnet zuerst die Längen der Hilfsgeraden Fig 184 und 185

$$r = \frac{1}{2} a \sqrt{2n^2 - 1}; \quad m = \frac{s-r}{a} = \frac{2ks}{r}, \quad N = h \frac{m}{a}$$

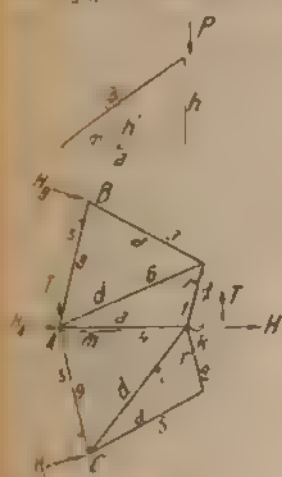


Fig. 184.

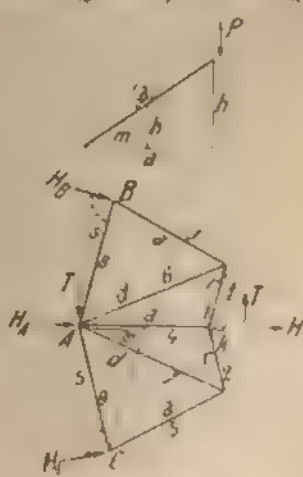


Fig. 185.

(Siehe Tabelle Seite 224.)

Die Kraft H_B liefert die Komponenten $H' = H_B$ radial, und $T' = H_B \frac{h}{r}$ tangential.

Als Kontrolle empfiehlt es sich, ein beliebiges Stück der Kuppel auszuschneiden und mindestens eine der sechs Gleichgewichtsbedingungen aufzustellen.

| Glieder
Rück | links | rechts | | | | |
|---------------------------|--------|--------|--|--------------|------------------|-------------|
| | S_1 | S_2 | P_h | H_m | T_{2t} | $-H_{2k}^r$ |
| Quadranten | links | N_2 | P_h^a | $H_m^{[a]}$ | $T_{2st}^{[a]r}$ | $-H_{2k}^r$ |
| | mitte | S_4 | $P \left(\frac{a}{h} - \frac{[a]}{h} \right)$ | $+H_m^{[a]}$ | $T_{2st}^{[a]r}$ | $-H_{2k}^r$ |
| Dreiecken | rechts | S_3 | P_h | H_m | T_{2st} | $+H_{2k}^r$ |
| | links | S_4 | $P \frac{[a]}{h}$ | $+H_m^{[a]}$ | $T_{2st}^{[a]r}$ | $+H_{2k}^r$ |
| Inferior
Ring | rechts | S_1 | $-P_h^{[a]}$ | $-H_m^{[a]}$ | $T_{2st}^{[a]r}$ | $+H_{2k}^r$ |
| | links | S_2 | P_h^a | H_m^a | T_{2st}^a | $+H_{2k}^a$ |
| Vertikale
Reaktionen | rechts | B | P_m | H_m | T_{2st} | H_{2k} |
| | mitte | A | $P \left(1 - \frac{a}{m} \right)$ | H_m | T_{2st} | H_{2k} |
| Horizontale
Reaktionen | links | H_B | $P \frac{a}{h}$ | H_m | T_{2st} | H_{2k} |
| | mitte | H_A | $P \frac{a}{h}$ | H_m | T_{2st} | H_{2k} |
| Tangentialkraft | rechts | H_C | $P \frac{a}{h}$ | H_m | T_{2st} | H_{2k} |
| | links | H_D | $P \frac{a}{h}$ | H_m | T_{2st} | H_{2k} |

Die Schwedlersche Kuppel mit unversteiftem Laternenring ist wohl statisch stabil; sie ist aber besonders bei kleiner Pfeilhöhe wenig geeignet zur Aufnahme von konzentrierten oder einseitigen Lasten, die z. B. durch den Winddruck auf eine hohe und schmale Laterne entstehen. Um starke Formänderungen zu vermeiden, empfiehlt es sich, durchgehende Sparren anzuordnen, und den Laternenring als in seiner Ebene und senkrecht dazu kinematisch starre Scheibe auszubilden. Das System wird dadurch in hohem Grade statisch unbestimmt, und die Berechnung stößt auf große Schwierigkeiten. Am besten ermittelt man die Kräfte wie für ein statisch bestimmtes Fachwerk und berücksichtigt die tatsächlich stattfindende günstigere Verteilung der Kräfte durch eine höhere Beanspruchung des Materials. Es ist ratsam, besonders wenn starke einseitige Belastung in Betracht kommt, die Anzahl der Sparren auf das äußerste zu reduzieren, auch wenn dadurch die Einschaltung von Zwischensystemen erforderlich wird. Auf die Gefahr des „Auftriebes“ für unbelastete Sparrenteile ist auch zu achten.

Die Stetigkeit der Knotenpunkte übt, besonders bei Kuppeln mit sehr großer Seitenzahl, einen ziemlich großen Einfluß aus, so daß die gewöhnliche Berechnungsart nur als eine erfahrungsgemäß genügende Annäherung betrachtet werden kann. Die Formänderung des Systems ist im allgemeinen nicht übermäßig groß, was teils der Stetigkeit der Knoten, teils dem Umstand zuzuschreiben ist, daß die einseitigen Belastungen nicht so ungünstig verteilt und vielleicht auch nicht so groß sind wie man annimmt.

Praktische Angaben.

Die geometrische Form der Kuppel auf einem kreisförmigen Grundriß ist eine Umdrehungsfläche, deren Meridianlinie nach der Bedingung, daß sie die Gleichgewichtsform für die über den Grundriß gleichmäßig verteilte Last darstellt, eine kubische Parabel der Form $\frac{y}{H} = \frac{x^2}{R^2}$ sein

weil da aber in dem mittleren Teil die Spannkraft der Ringe dadurch sehr groß sein würde, so laßt man meistens die Kette in dem oberen Teil auf ein $\frac{1}{4}$ der Höhe in eine quadratische Parabel übergehen. Es ist indes nicht nötig, sich streng an diese Form zu halten.

Bei flachen Kuppeln findet man die Höhe zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ des Durchmessers. Fast immer wird in der Mitte eine Laterne angeordnet, deren Durchmesser $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ desjenigen des Fußringes beträgt.

Die Entfernung der Meridiane auf dem Fußring wählt man etwa $2,7 \cdot \frac{D}{25}$ m. Danach bestimmt man die Anzahl der Sparren immer durch 4 teilbar. Die Parabelkreise, horizontalen Ringe werden so gelegt, daß sie im Grundriß zu nicht gleichweit voneinander entfernt liegen und zwar ungefähr um $1,2 \cdot \frac{R}{14}$ u.

Die Wandhöhe der Laterne kann etwa $\frac{1}{4}$ die Höhe ihres konischen Daches etwa $\frac{1}{5}$ ihres Durchmessers gewählt werden. Die Anzahl der Sparren macht man zweckmäßig halb so groß als bei der Hauptkuppel.

Samtliche Felder der Kuppel und die Wände der Laterne erhalten Diagonalen und Gegendiagonalen, also einfachen Flachsenn bestehend. Es empfiehlt sich besonders bei flachen Kuppeln, alle Diagonalen erst fest anzuschließen, wenn die Kuppel schon die vollständige Last trägt. Hierdurch vermeidet man, daß sie schlaff hängen infolge der Verkürzung der Sparren, wobei sie erst dann in Tätigkeit kommen, nachdem das Bauwerk eine nicht unbeträchtliche Formänderung erlitten hat. Die Knicksicherheit der Sparren wird meist durch die steife Dachhaut erreicht.

Als Deckungsmaterial kommen nur Teerpappe, Zink oder Kupfer auf Holzschalung in Frage, selten Wellblech. Hiernach hat man als Eigengewicht etwa 70 kg m^2 und für zufällige Last etwa 100 kg m^2 auf die Grundfläche bezogen.

Für die gleichmäßig verteilte Belastung kann man 1 t/cm² Spannung zulassen, für einseitige Schneelast und Wind 1,2–1,3 t/cm². Das Eisengewicht einer Kuppel

$$\text{beträgt ungefähr } \frac{D}{20} \cdot \frac{D^2}{100} = 11 \frac{D^2}{100} = 3 \text{ t (D in}$$

Metern). Es kommt hinzu das Gewicht der Laterne vom Durchmesser D in Metern $0,22 D^2 + 0,170 \text{ t}$.

Die Sparren macht man oft stetig gekrümmt aus 20° Winkelleisen mit hohem Stahlblech dazwischen, 1 t für äußeren Leibung befestigt man die Pfetten und darauf die Verschalung, etwa 2,5 cm stark. Bei polygonalen Sparren wird die runde Form durch eine entsprechende Holzunterlage hergestellt.

Die Berechnung setzt voraus, daß der untere Ring fehlt, wofür aber alle Lager fest sind. Man kann sie aber alle als Gleitlager ausführen und sie, um den Stützpunkt aufzuheben, mit einem Ring verbinden.

Um die Auflagerungsbedingungen zu erfüllen muß man dem System noch ebensoviele Führungen oder Stöße hinzufügen, wie Lager vorhanden sind, man kann z. B. den unteren Ring durch $n - 3$ Diagonalen starr machen und drei Lager auf je einer Geraden führen, oder alle Lager in je einer Richtung zwangsläufig anordnen, oder jedes zweite festmachen und die übrigen nur auf einer Fläche führen usw. Es darf nicht versäumt werden zu untersuchen, ob der Fußring bei der gewählten Auflagerung wirklich ein unverschiebliches System bildet; das wäre nicht der Fall, wenn die Ecken eines regelmäßigen Vieleckes von gerader Seitenzahl auf Geraden verschieblich sind, die durch den Mittelpunkt gehen, wird aber jede Ecke auf einer Geraden geführt, die rechtwinklig zum folgenden Ringstab steht, wobei der Ring in einer bestimmten Richtung umfahren wird, so ist die Stützung sicher.

Nach dem Punkte der jenseitigen M... der...
 ...
 ...

48. Führungsgerüste für Gasbehälter.

Ein Gerüst mit polygonalem Grundriss, die Stäbe alle fest aufgelagert und die Wände als starre Scheiben gebildet, ist stabil und statisch bestimmt. Indes ist ein solches System, besonders bei großer Seitenzahl, sehr nachgiebig, daher zur Aufnahme von Einzelkräften wenig geeignet, seine Anwendung ist nur durch den Umstand



Fig. 186

ermöglicht, daß die angreifenden Kräfte sich auf eine größere Anzahl von Seiten verteilen

Die Berechnung stützt sich auf die wohlberechtigte Annahme, daß die Glockendecke als starr im Vergleich mit dem Führungsgerüst angesehen werden darf. Unter dieser Voraussetzung ist die

Größe der auf eine Seitenwand in ihrer Ebene wirkenden Kraft proportional dem Kosinus des Winkels der Wandebene mit der Kraftrichtung. Die einzelnen Kräfte sind also Fig. 186:

$$X_1 = W \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 + \dots}$$

$$X_2 = W \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 + \dots} \quad \text{usw.}$$

Dies sind die ideellen Kräfte in der Richtung der Stäbe des oberen Ringes, die für die Berechnung der Stabkräfte in den einzelnen Seitenwänden maßgebend sind. Die letzteren stellen Parallelträger dar, die an einem Ende eingespannt, am andern durch die Kraft X in ihrer Ebene belastet sind.

Im oberen Ringe treten außerdem noch andere Kräfte auf, die sich aus der Gleichgewichtsbedingung der Horizontal-Projektion der Kräfte ergeben. Hier unterscheiden wir zwei nachstehende Fälle.

a) Radialführung.

Unter der Voraussetzung, daß nur Radial-Pressungen auftreten, daß also die Flanschen der Führungsrollen gar nicht zur Wirkung kommen, hat man eine Anzahl von Radialkräften P_1, P_2, P_3, \dots (Fig. 187). Werden für die zur Wirkung kommenden Felder nach den oben Formeln die Werte X_1, X_2, \dots , welche der Natur der Sache nach Längskräfte darstellen, berechnet, so sind die Kräfte in dem oberen Ring

$$I_1 = X_1$$

$$I_2 = X_1 + X_2$$

$$I_3 = X_1 + X_2 + X_3 \text{ usw.}$$

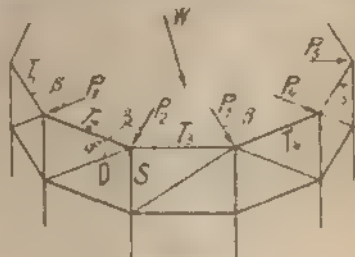


Fig. 187

Die Summation wird solange fortgesetzt, bis die Richtung der Kräfte P in die Windrichtung fällt, und dem entsprechend die Richtung der wirksamen Diagonalen wechselt (man pflegt ja immer Gegendiagonalen anzunehmen). Die übrigen T -Kräfte berechnet man auf gleiche Weise von der andern Seite beginnend. Es kann auch geschehen, daß zwei P -Kräfte gleichen Winkel mit dem zwischen ihnen liegenden Ringstab bilden, in welchem Fall die Diagonalen der durch letzteren begrenzten Seitenwand spannungslos bleiben. Der ungünstigste Fall ist immer derjenige, wo eine Seitenwand parallel zur Windrichtung liegt.

Die P -Kräfte ergeben sich aus der Gleichung $P = 2 T \cos \gamma$

Die Diagonalkräfte sind $D = X \frac{1}{\cos \varphi}$

Die Kräfte der Ringe sind alle gleich X

Die Kräfte der Ständer sind $S = X \tan \varphi$ im oberen Geschoss und nehmen in jedem der unteren entsprechend ab. Da jeder Ständer zwei Seitenwänden angehört

ist für die Dimensionierung die Differenz der zwei sich ergebenden Spannkraften

Als wirkend kann man eigentlich nur die Rollen auf der Leeseite des Gerüstes annehmen, höchstens sind noch die beiden hinzuzurechnen, die auf dem zur Windrichtung rechtwinkligen Durchmesser liegen, da infolge der Beanspruchung die ursprünglich runde Form des oberen Ringes in eine ovale übergeht.

Die Ständer können auch auf Biegung beansprucht werden, und zwar in dem Fall, daß die Führungsrollen auf der Höhe zwischen zwei Ringen liegen. Zur Untersuchung dieses Belastungsfallcs berechnet man den Winddruck W' für die entsprechende Höhe der Glocke und den Druck P , indem man den größten der oben gerechneten Werte in dem Verhältnis reduziert. Die Ringe sind nicht ohne weiteres nach der Kraft V_{21} dimensionieren; vielmehr ist zu untersuchen, ob sie nicht stärkere Beanspruchungen erleiden, falls ihnen die Rolle des oberen Ringes bei entsprechend tiefer Lage der Glocke zufällt.

Für sogenannte teleskopische Gasbehälter ist die angegebene Berechnungsart annäherungsweise anwendbar. Den Winddruck verteilt man auf die Ebenen, in denen die Führungsrollen angeordnet sind nach dem Gesetz des einfachen Trägers. Die Tassenringe sind allerdings nicht starr wie die Glockendecke, da aber durch eine gewisse Nachgiebigkeit die Verteilung der Windkraft auf die Rollen der Leeseite noch besser gesichert wird als durch große Steifigkeit, so geht man nicht stark fehl, wenn man die oben gegebenen Formeln anwendet. Die Verteilung der Kräfte P wird dadurch eine gleichmäßigere, was eher nützlich als schädlich ist.

Die Einflüsse einseitiger Schneelast und des Windes auf die Glockendecke, sowie des sich infolge der unvermeidlichen Spieiraume geltend machenden fahlen Gleichgewichtszustandes der Glocke werden praktisch durch Einführung eines höheren Winddruckes berück-

schützt, indem man etwa 175 statt 150 kg m² annimmt. Es ist $H = \frac{pFd}{4}$, diese Kraft wird nach dem Gesetz des einfachen Trägers auf die Rollenringe verteilt. Gegendiagonalen werden in allen Feldern angeordnet und die Füße der Ständer alle verankert. Die Entfernung der letzteren voneinander findet man zwischen 5 und 9 m, auch noch darüber, in den meisten Ausführungen etwa gleich 6 m. Die Höhe der Geschosse schwankt zwischen 3, 5 und 7 m, meistens ist sie etwa gleich der Ständerentfernung.

b. Tangentialführung.

Die Formeln bleiben dieselben wie für den ersten Fall, nur merke man

1. sämtliche Wände beteiligen sich an der Übertragung der Kräfte,

2. die Kräfte P fallen fort, denn jede der Kräfte X greift auf der Hälfte eines Stabes des oberen Ringes an und wird direkt von der betreffenden Diagonale nebst Ständer aufgenommen. Die Summe $\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 +$

wird also sein $\frac{n}{2}$, wo n die Anzahl der Seiten des regelmäßigen Grundpolygons bezeichnet. Diese Führungsart ist also besser als die vorhergehende, indem sie eine gleichmäßigere Verteilung der Kräfte bewirkt. Im übrigen bleibt die Berechnung wie vorher.

Die angegebene Berechnungsart beider Fälle ist nur als eine Annäherung anzusehen, erfahrungsgemäß sind aber die Ergebnisse genügend.

19. Gerüstpfiler.

Als Brückenpfiler, als Unterstatung von Wasserbehältern und in ähnlichen Fällen verwendet man oft räumliche Fachwerke, welche den Führungsgerüsten ähnlich sind, davon unterscheiden sie sich hauptsächlich

durch die geringe Seitenzahl und durch den nicht immer regelmässigen Grundriss. Es ist üblich, solche Gerüste als abgestumpfte Pyramiden zu bauen, um eine höhere Widerstandsfähigkeit gegen oben angreifende Horizontalkräfte zu erzielen. Die Anordnung von Gegendagonalen in allen Feldern ist nicht immer notwendig, indem unter Umständen die Knicksicherheit ohne grosse Materialverschwendung zu erreichen ist. Die Füsse werden alle fest aufgelagert und der obere Ring zu einer starren Scheibe gemacht. Das System wird dadurch statisch unbestimmt, es läßt sich annäherungsweise wie ein Führungsgerüst für Gasbehälter mit Tangentialführung behandeln, indem man für jede Wand die horizontale Kraft berechnet, die in dem betreffenden Stab des oberen Ringes angreift. Die Vertikalkräfte, welche selbstredend nur in den Knoten des oberen Ringes angreifen, werden nach den Richtungen der Ständer und parallel zur Ebene des Ringes zerlegt. Die entstehenden horizontalen Kräfte zerlegt man nach den Richtungen der Stäbe des oberen Ringes. Es ist möglich, daß alle diese Kräfte im Gleichgewicht sind, meistens ist das aber nicht der Fall, alsdann setzt man sie am besten zu einer einzigen Resultante zusammen, die mit Hilfe der im vorigen Kapitel angegebenen Formeln auf die Seitenwände verteilt wird. Diese Zusatzbelastung muß berücksichtigt werden, besonders bei stark geneigten Ständern und unregelmässiger Verteilung der senkrechten Lasten. Bei Wasserbehältern mit tief her unterhängenden Boden ist der obere Ring in seiner Ebene gut auszusteuern.

Verkante Stützen für hohe Talbrücken gehören auch zu diesen Fachwerken. Bei diesen, wie überhaupt bei den statischen räumlichen Systemen, ist die Anordnung von Diagonalen in den Ebenen der Ringe nicht nötig, jedoch immer empfehlenswert. Zur Erleichterung der Anschauung wird diese Versteifung zweckmässig nach dem Prinzip der halben Diagonalen konstruiert,

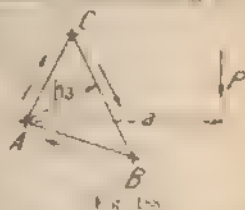
d. h. es werden die Mittelpunkte der vier Seiten durch vier Stäbe miteinander verbunden, und in dem so gebildeten Parallelogramm eine Diagonale angeordnet

50. Der dreikantige Träger.

Das einfachste räumliche Fachwerk wird aus drei Wänden gebildet, die ein Prisma darstellen. Ist jede Wand für sich starr, z. B. durch eine Vergitterung in Dreiecke zerlegt und außerdem an jedem Ende ein Stabdreieck angeordnet, so ist das System stabil und in sich statisch bestimmt. Man ist aber gezwungen, ein überzähliges Lager anzuordnen, um hohe Beanspruchungen und starke Formänderungen zu vermeiden, — werden die vier Ecken einer Wand aufgelagert, das eine Lager fest, eins auf einer Linie und zwei auf je einer Fläche geführt. Die Anzahl der Lagerbedingungen ist somit gleich 7, das ganze System wird also einfach statisch unbestimmt, ebenso wie bei Brücken kann man aber jede Wand als einen einfachen Balken betrachten, wodurch die Berechnung erleichtert wird.

Sind A , B und C (Fig. 188) die Schwerpunkte der Querschnitte, so kann eine in einem beliebigen Punkt angreifende Kraft graphisch in drei Komponenten zerlegt werden, die in die Ebenen der drei Seiten des Trägers fallen. Zur rechnerischen Ermittlung der Komponenten ist eine Momentenrechnung aufzustellen; z. B. ergibt das Moment in bezug auf A :

$$\frac{a}{h_a} P = S_{CB}$$



Für Kräfte, die das Dreieck ABC nicht schneiden, wird jeder Gurt als Glied der einen Seitenfläche auf Zug beansprucht, als Glied der anderen auf Druck — die resultierende Kraft ist also die Differenz der beiden. Dies trifft nicht nur für alle Gurte zu, sondern für Kräfte, die das Dreieck

schneiden. Nur wenn P unendlich fern liegt und unendlich klein ist (reines Torsionsmoment), entlasten sich die Gurtungen gegenseitig vollständig vollauf. Parallelträger vorausgesetzt. Die Diagonalen entlasten sich in keinem Falle und werden deshalb im Verhältnis zu den Gurtungen ziemlich stark.

Hat die Kraft P eine rechtwinklig zur Ebene

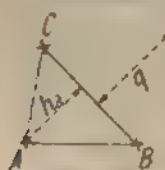


Fig. 189

Figur gerichtete Komponente Q (Fig. 189) so wird diese getrennt berücksichtigt, denn sie beansprucht nur die Gurtungen. Die Spannkraften für A , B und C werden mit Hilfe der Momentengleichungen in bezug auf jede Seite des Dreiecks be-

rechnet. Man hat z. B. $A = \frac{Qq}{h_1}$, über das Vorzeichen kann kein Zweifel bestehen.

Jede Wand wird nun für sich als ein einfacher Bogen betrachtet, die Diagonalkräfte erhält man schließlich, die zusammengehörenden Gurtkräfte werden abgebrach addiert.

Wie bei allen räumlichen Fachwerken hat man auch bei den drahtartigen Trägern eine große Freiheit in der Linienführung der Gurtungen, so konnte man der Träger z. B. nach einem Kreisbogen krumm ausführen, wären die Gurtungen als in der Kurve eingeschriebene Polygone erscheinen würden, auch für die Seitenflächen an und für sich ist jede für ein ebenes Fachwerk passende Form anwendbar, doch mißt man diese immer als Parallelträger ausgeführt. Eine starke Verjüngung der Seitenflächen würde Schwierigkeiten bei der Auflagerung bieten und keine so einfache Berechnung gestatten, da in jedem Knotenpunkt eine Wand auf die andere einwirken würde, ferner würden nicht geringe konstruktive Schwierigkeiten entstehen, solche Formen hätten übrigens wenig Zweck, weil die Materialersparnis nur unbedeutend wäre.

Das Gitterwerk der Wände macht man am besten so, daß die Knoten auf den drei Kanten immer in Ebenen liegen, die senkrecht zur Achse des Trägers stehen, es ist jedoch nicht nötig, sich streng an diese Regel zu halten.

Der dreiwandige Träger ist theoretisch das vorteilhafteste unter den biegungs- und torsionsfesten Fachwerken, in der Ausführung machen die Anschlüsse der Diagonalen und die Bildung der Gurtungen gewisse Schwierigkeiten, wodurch nicht selten der Vorteil wieder verloren geht. Es ist empfehlenswert, zu spitze Ecken zwischen den Seitentflächen zu vermeiden, um einerseits die Anschlüsse zu erleichtern, anderseits keine allzu großen Kräfte in den Seitenwänden zu erhalten.

Die Breiten der Seitentflächen kann man zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{20}$ der Trägerlänge wählen, theoretisch sind diese Verhältnisse in bezug auf den Materialaufwand nicht von der Bedeutung wie bei ebenen Fachwerken. Fig. 190 stellt den Querschnitt eines Trägers dar, welcher zur Befestigung von Transmissionen zwischen zwei Säulen in einer Werkstatt dient. Die senkrechte Wand muß eine glatte Außenfläche haben. Das



Fig. 190

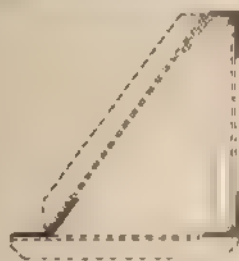


Fig. 191

Gitterwerk besteht aus einfachen Winkelisen, die nur auf einer Seite mit Hilfe von Knotenblechen angeschlossen sind. Die stark exzentrischen Anschlüsse lassen diese Bauart nur für geringe Kräfte als brauchbar erscheinen.

Die Benutzung von schiefen Winkelleisen erleichtert die Konstruktion ganz wesentlich, wie z. B. Fig 191



Fig. 191

zeigt. Die Bildung von kraftigen und abschlußfähigen Gurtungen zeigt Fig 192, wo wieder schiefe Winkelleisen bzw geknickte Knotenbleche zu benutzen sind. Daß die Diagonalen etwas exzentrisch

angeschlossen werden, ist überhaupt nicht leicht zu vermeiden, es bleibt nichts anderes übrig als die entstehenden Momente bei der Dimensionierung zu berücksichtigen.

51. Der dreiwandige Träger.

Rieppelträger D. R. P.

Verbindet man drei ebene Fachwerkträger derart miteinander, daß ein Profil entsteht, welches die Form eines I-, eines \square , oder eines Γ -Eisens aufweist, so hat man ein räumliches System, das imstande ist, die verschiedenartigsten Kräfte aufzunehmen, wenn jede Wand in sich starr und richtig aufgelagert ist. In letzterer Hinsicht tritt hier allerdings wieder die statische Unbestimmtheit ein, von welcher auf Seite 233 die Rede ist, jedoch kann diese unbedenklich durch die Annahmen umgangen werden, daß jede Wand sich wie ein ebener Fachwerkträger verhält. In der ersten Anordnung



Fig. 192

sind nur vier, nicht sechs

Gurtungen erforderlich, denn die vertikale Wand kann unmittelbar an die Gitterwerke der beiden anderen angeschlossen werden; selbstredend sind sie alsdann darnach auszubilden, z. B. mit halben

oder mit gekreuzten Diagonalen. Daß man dabei sehr oft auf statische Unbestimmtheit geführt wird, zeigen,

der beiden Beispiele der Fig. 193. Zur Berechnung der Stabkräfte hilft man sich durch vereinfachende Annahmen.

Die belasteten Gurtungen müssen auf alle Fälle durch passend angeordnete Streben abgesteift werden. So erhält man z. B. für Last unten die drei in Fig. 194 angegebenen Formen.

Eine beliebig gerichtete und in einem beliebigen Punkt angreifende Kraft P wird in die beiden Seitenkräfte V und H zerlegt. Die Kraft V wird bis zum

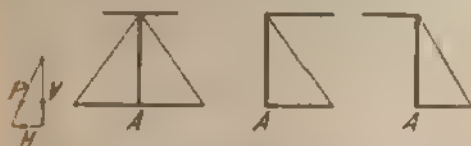


Fig. 194

Kraft A parallel zu sich selbst verschoben und belastet dadurch unmittelbar die senkrechte Wand. Das entstehende Moment gleich Kraft mal Verschiebung wird auch ein gleichwertiges ersetzt, das aus zwei horizontalen Kräften besteht, die in der oberen und unteren Wand angreifen. Die wagerechte Kraft H wird ebenfalls nach A verlegt und beansprucht die untere Wand allein, das entstehende Moment wird wieder durch ein Kräftepaar ersetzt, welches den oberen und den unteren Verband beansprucht, im unteren addiert sich die entsprechende Kraft mit der Kraft H algebraisch zusammen. Die Beanspruchung der Streben ergibt sich aus den direkt angreifenden Kräften V und H , welche dadurch auf die wagerechten Wände übertragen werden.

Zur Auflagerung des nicht ausgesteiften wagerechten Trägers ist eine besondere Konstruktion erforderlich, z. B. auskragende Arme, die sich auf die Ständer der senkrechten Wand stützen.

Der dreiwandige Träger in der ersten Form fand seine Anwendung für die Schwebebahn Barmen-Eiterfeld-Vohwinkel, wo die Schienenträger als Gurtungen der unteren Wand dienen, in allen drei Formen wird

VI. ABSCHNITT

STATISCH UNBESTIMMTE SYSTEME.

53. Allgemeines.

Enthält ein System mehr Stäbe oder Stützen als eingespante Glieder o. dgl., als zur Stabilität erforderlich sind, so lassen sich die betreffenden Kräfte bzw. Spannungsmomente nicht mehr aus den Gleichungen der Statik, d. h. aus den Bedingungen des Gleichgewichtes ableiten, man ist ausdann genötigt, die unbekannten Größen mit Hilfe der elastischen Formänderungen zu bestimmen.

Eine charakteristische Eigenschaft der statisch unbestimmten Systeme besteht darin, daß bei der Längenänderung eines überzähligen Stabes, bei der Senkung einer überzähligen Stütze u. dgl. in dem statisch unbestimmten Teil des Systems Kräfte entstehen. Solche Kräfte entstehen z. B. bei einer Temperaturänderung nur dann ohne Einfluß, wenn sie als gleichmäßig für das ganze Bauwerk gelten kann, und dieses seinerseits durchwegs aus demselben Material besteht wobei z. B. bei einem Zweigelenkbogen die Erde als ein Teil des Bauwerkes betrachtet wird. Man sollte nicht unterlassen, einen gewissen Fehler in der Herstellung in Rechnung zu ziehen, um gegen die Folgen der ungenauen Ausführung gedeckt zu sein.

Gegenüber diesem Nachtheil bieten viele statisch unbestimmte Systeme im Vergleich mit statisch bestimmten im Vorteil geringerer Nachgiebigkeit¹. In vielen Fällen kann man auch darauf rechnen, daß die Folgen eines Fehlers im Material, der Beschädigung eines Theiles des Bauwerkes u. dgl. nicht so schwer sind wie bei statisch bestimmten Systemen.

In bezug auf die Kosten ist das statisch unbestimmte System dem statisch bestimmten meistens ziemlich gleichartig, für große Bauwerke vorteilhafter.

54. Der Satz von der Gegenseitigkeit der Formänderungen.

Der Maxwell'sche Satz

In einem ebenen oder räumlichen System mit unveränderlicher Gliederung und unveränderlicher Auflagerung bewirkt eine Ursache (eine Kraft, ein Kräftepaar, ein Moment oder ein Momentenpaar² elastische Formänderungen. Wirkt auf einen Punkt, auf ein Punktpaar oder auf ein Geradenpaar die Ursache gleich eins, so ist die dadurch in einem zweiten Punkt, Punktpaar oder Geradenpaar entstehende Formänderung ebenso groß wie die Formänderung, welche im ersten Punkt, Punktpaar oder Geradenpaar entsteht, wenn die Ursache gleich eins im zweiten Punkt, Punktpaar oder Geradenpaar wirkt. Das Produkt der Verschiebung eines Punktes in der Richtung einer Kraft mit der Kraft selbst heißt ihre Arbeit; die Arbeit eines Momentes ist das Produkt des Momentes mit dem Drehungswinkel in Bogenmaß des Punktpaares wo es angreift; die Arbeit eines Momentenpaares ist gleich seiner Größe multipliziert mit

¹ Für einen bestimmten Grad der Stabilität des Baues ist eine statisch bestimmte Konstruktion durch eine statisch unbestimmte zu ersetzen vorzuziehen.

² Als Ursache einer Formänderung bezeichnet man ein Moment, ein Kräftepaar, eine Kraft, ein Geradenpaar und umgekehrt. Momentenpaare sind gleichfalls als Ursachen der Formänderung gegeben.

³ vgl. S. 61 des Buches.

der gegenseitigen Drehung der beiden Geraden, auf welche das Paar wirkt, in Bogenmafs ausgedrückt

Nun kann man den Maxwell'schen Lehrsatz so ausdrücken: die Arbeit, welche R_2 leistet während R_1 wirkt, ist gleich der Arbeit, welche R_1 leistet während R_2 wirkt. Mit dem Buchstaben R ist eine Kraft oder ein Kräftepaar, Moment oder ein Momentenpaar bezeichnet.

In besonderen Fällen haben wir daher folgende Sätze

1. Unter der Wirkung der Kraft $P = 1$ verschiebt sich der Punkt B (Fig. 196) in der Richtung von Q um ebensoviel, als sich der Punkt A in der Richtung von P verschiebt, wenn die Kraft $Q = 1$ auf B wirkt.

2. Unter der Wirkung des Momentes $M = 1$

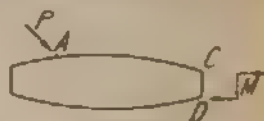
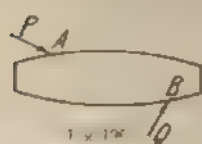


Fig. 197

Fig. 197 verschiebt sich der Punkt A in der Richtung der Kraft P um ebensoviel, als sich die Gerade CD dreht, in Bogenmafs gemessen, wenn die Kraft $P = 1$ in A wirkt.

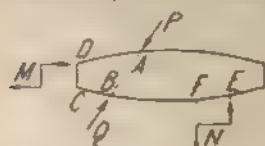


Fig. 198

3. Die Entfernung der Punkte A und B ändert sich unter der Wirkung der beiden Momente $M = 1$ und $N = 1$ (Fig. 198) um ebensoviel, als sich der Winkel der beiden Geraden CD und EF unter der Wirkung der Kräfte $P = 1$ und $Q = 1$ ändert.

Ähnliche Sätze erhält man, wenn man die Elemente

- a) Belastung eines Punktes durch eine Kraft,
- b) Belastung eines Punktpaares durch ein Kräftepaar,
- c) Belastung einer Geraden durch ein Moment;

Dieser Lehrsatz gilt für statisch bestimmte und für statisch unbestimmte Systeme, für fachwerkartige und für wandartige Träger, für ebene und für räumliche Systeme mit Ausnahme der Fälle, wo veränderliche Gliederung bzw. Auflagerung vorliegt, wie z. B. bei schiefen Gegenlagern, bei Lagern, die sich vom Fundament abheben können u. dgl. In solchen Fällen gilt er nur, so lange bei den vorkommenden Belastungen die Gliederung als unveränderlich betrachtet werden darf.

55. Allgemeine Behandlung statisch unbestimmter Systeme.

Man macht das System zunächst statisch bestimmt, indem man nach Bedarf Gelenke einschaltet, überzählige Stäbe sowie Stützen o. dgl. entfernt. Dabei ist zu beachten:

- a) daß das System stabil bleibt,
- b) daß die statisch nicht bestimmbarcn Größen sich möglichst wenig gegenseitig beeinflussen,
- c) daß das entstehende statisch bestimmte System möglichst einfach und übersichtlich bleibt.

Sind einige Stützen elastisch senkbar, so nimmt man an, daß sie auf Federn von passender Biegsamkeit ruhen, die wiederum auf festen Unterlagen aufgelagert sind. Die Einflüsse unbeabsichtigter Stützen senkungen, Temperaturänderung gleichmäßig oder ungleichmäßig u. dgl., betrachtet man am besten getrennt, jeden für sich.

Nun schreibt man der Reihe nach jeder statisch nicht bestimmbarcn Größe den Wert 1 und allen anderen den Wert 0 zu. Für jeden dieser Zustände ermittelt man den Verschiebungsplan, z. B. durch eine wagerechte und eine senkrechte Biegelinie oder einen Williot Plan.

Zur Aufstellung der Elastizitätsgleichungen gelangt man am einfachsten durch geometrische Betrachtungen,

1. B. die Spannungsmomente eines beiderseits eingespannten Trägers müssen die Neigungen der beiden Endquerschnitte rückgängig machen, die Stützendrücke der mittleren starren Stützen eines durchgehenden Trägers müssen die Achse des Balkens auf die ursprüngliche Höhe zurückführen usw.

Ebenso kann man die Elastizitätsgleichungen aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit ableiten. Man betrachtet der Reihe nach die Formänderungen infolge der Belastung durch die Kräfte $X=1$, $Y=1$, $Z=1$. In jedem beliebigen Belastungszustand muß Gleichgewicht vorhanden sein, also die Summe der Arbeiten aller Kräfte muß gleich Null sein. Die Arbeiten erhält man durch Multiplikation der Kräfte mit den Verschiebungen und der Momente mit den Drehungen. Dabei sind alle Kräfte zu berücksichtigen, auch die statisch nicht bestimmbar, welche als Unbekannte auftreten.

Der Elastizitätsgleichungen müssen stets eben so viele sein wie Unbekannte, sie ermöglichen die numerische oder graphische Berechnung der letzteren.

Die Formänderungen infolge der äußeren Kräfte können, dank dem Maxwell'schen Satze, den Biegemomenten für die Zustände $X=1$, $Y=1$, direkt entnommen werden, so daß die Gleichungen außer den Unbekannten auch die Größen einiger Ordinate dieser Biegemomente als Koeffizienten enthalten. Man kann sie mit den numerischen Werten einführen und auch für die äußeren Kräfte die richtigen Werte einsetzen, was zur Bestimmung der Unbekannten für einen gegebenen Belastungsfall führt, im allgemeinen ist es besser die abgebrachten Ausdrücke zu behalten was die Konstruktion der Einflußlinien für sämtliche Unbekannten ermöglicht.

Infolge des Maxwell'schen Satzes weisen die Elastizitätsgleichungen eine charakteristische Eigenschaft

auf in der Gleichung, die dem Belastungszustand $X = 1$ entspricht, ist der Koeffizient der Unbekannten Y gleich dem der Unbekannten X bei der Gleichung für $Y = 1$ usw.

Bei n Elastizitätsgleichungen hat man demnach $n-1$ Koeffizienten, die je in zwei Gleichungen vorkommen.

Beispiel. Das in Fig. 201 dargestellte Fachwerk ist vierfach statisch unbestimmt, denn es bleibt statisch stabil, nachdem man den unteren Ringel durchgeschnitten und eins der festen Endlager in ein beweg-

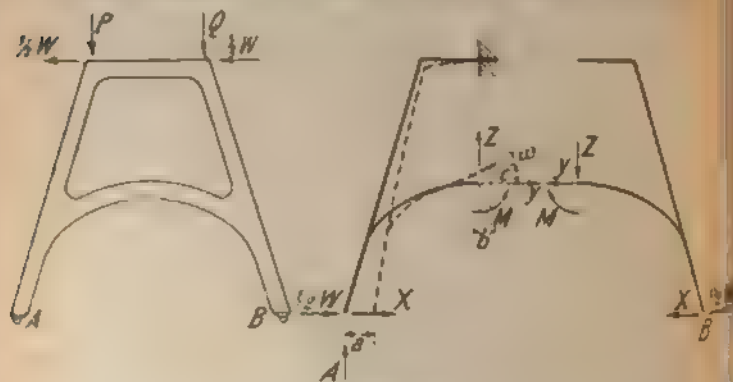


Fig. 201

lich umgewandelt hat. Vernachlässigt man den Einfluss der Normalkräfte, der meistens sehr klein ist im Vergleich zur Formänderung durch die Biegemomente, so kann man die oben angegebene Normalkraft Z in der linken Hälfte des Systems als einseitige Stütze annehmen.

Abgesehen von dieser Berechnungsart vorteilhaft. Man nimmt das System, das bei Symmetrie vorliegt und deckt sich die eine Hälfte der anderen auf. Als statisch recht bestimmbare Größen treten die Kräfte X , Y , Z und das Moment M auf. Nachfolgend ist man gewohnt, $X = 1$ oder $Y = 1$ oder $Z = 1$ oder $M = 1$ zu setzen. Bei der Belastungszustand $X = 1$, $Y = 1$, $Z = 1$, $M = 1$ ist $P = 1$, $1/2$ und $1/2$ und man erhält die Verschiebungen δ in der Tabelle. Der Wert δ drückt die Dehnung des ersten Querschnittes des Trägers aus. Die Werte für $\delta = 1$ lassen sich aus denen für $X = 1$ ableiten.

Setzt man nun durch eine solche Annahme die Berechnung vereinfacht, so ist es möglich, dass man sich nicht auf die Werte der Unbekannten mit Sicherheit verlassen kann.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 2 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 3 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 4 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 5 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 6 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 7 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 8 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 9 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |
| 10 | 1 | π_0 | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 | π_5 | π_6 | π_7 |

Die erste Massenzählung drückt die Befragung aus, daß die
Lebensdauer der Tiere durchschnittlich 10 Jahre beträgt, also die Zahl der
Kühe nach 10 Jahren ist und man erhält unter Berücksichtigung beider
Extraktoren.

$$2 \cdot 140 \cdot I \quad 600 F + 24 M \quad 74 P + 9 \quad 200 A \quad 200 B = 0$$

Die ungetriebene Aufstellung der Buchstaben ist in anderen Regeln
nicht gegeben. Man setze folgendes neben den Zahlen der Kolonne b

$$2 \quad 03 \quad 1 + 23 \quad 1 + 1 \quad 17 \quad 17 + 17 \quad 16 \quad A \quad 02 \quad B \quad 0$$

to a smaller level. Forming erosion is essential to maintain global
N₂ levels, also, such that the net

$$2 \quad 410 \quad X + 4 \quad P' \quad 0 \quad 8, \quad A + 84 \quad B + 2 \quad 171 \quad W' \quad 0$$

Die Bedingungen müssen, für beide Seiten anlegungsweiser, gleich sein; ferner ist die Höhe der Kollaterale zu bestimmen.

$$2 \cdot 31 X + 4 Y + 4^2 M + P + Q = A \quad \forall B = 0$$

Bei diesen Berechnungen berechnet man die Werte der α und β für jeden Bestimmungsfall. Es empfiehlt sich zuerst $P = 0$ und $Q = 1$ zu setzen, dann $P = 1$ und $Q = 0$ und schließlich die anderen der beobachteten Punkte nach die Werte der α und β zu berechnen für die Bestimmung $P = 1$ und $Q = 1$. Ferner wird der Fall untersucht wo $P = 0$ $Q = 0$ und wo β eine gewisse Größe mit wachsender α überschreitet, wenn man sich von der Temperaturänderung, indem man $A = 0$ $B = 1$ $C = 1$ geht und α eine gewisse Größe der ersten Temperatur erreicht hat, bis zu einer β kommt, welche die Langenänderung des Abstandes der Linsen darstellt für einen Temperaturunterschied von 40° ist.

[illegible]

1. (a) ein Licht für Eingangsstrom und ein Normen- und
 2. (b) ein Licht für Eingangsstrom und ein Normen- und

56. Formänderung stabförmiger Körper.

Die Formänderung wird hauptsächlich durch die Biegemomente hervorgerufen; eine viel kleinere, aber nicht immer zu vernachlässigende Wirkung haben die Quer und die Normalkräfte. Besonders für die Untersuchung statisch unbestimmter Bauwerke pflegt man

nur die erste Ursache zu berücksichtigen, was im allgemeinen zu Ergebnissen führt, die für die Bestimmung der Verteilung der Kräfte genau genug sind.

Wird die Formänderung aber zu dem Zwecke untersucht, die berechneten und die bei der Probelastung gemessenen Durchbiegungen zu vergleichen, so muß man alle Umstände genau berücksichtigen. Auch die oft gemachte vereinfachende Annahme eines konstanten Trägheitsmomentes ist in diesem Falle unzulässig.

Auf einen Querschnitt wirkenden Kräfte lassen sich auf ein Moment M , eine Querkraft Q und eine Normalkraft N zurückführen. In dem fast immer vorliegenden Fall, daß die angreifenden Kräfte alle in der Ebene des Bauwerkes liegen, hat man nur ein reines Biegemoment zu betrachten; auf diesen Fall wollen wir uns hier beschränken; für Ausnahmefälle siehe das Kapitel über Drehungssteifigkeit. Betrachtet man von einem Körper einen kleinen Teil, dessen Länge J auf der Achse gemessen so gering ist, daß die Größen M , Q und N Seite 253 und E als unveränderlich gelten können, so veruracht das Moment M eine Drehung von der Größe $\varphi = \frac{M}{EI} J$ um die neutrale Achse, die Kraft Q eine Verschiebung eines Querschnittes parallel zu sich selbst, gegen den benachbarten um $\delta = \frac{Q}{EI} J$, und die Kraft N eine Längenänderung $\Delta l = \frac{N}{EF} J$.

Auf Grund dieser Formeln berechnet man die Formänderung oder ermittelt sie auf graphischem Wege.

Die Linie, in welche die ursprüngliche Mittellinie bzw. Schwerpunktlinie des Körpers bei der Formänderung übergeht, heißt im allgemeinen elastische Linie. Die Benennung Biegelinie ist auch gebräuchlich und zwar in dem Fall, wo nur die Wirkung der Biegemomente betrachtet wird.

Gerade Balken.

Die Differentialgleichung der elastischen Linie in-
folge der Biegemomente ist, $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}$. Sie wird
abgeleitet unter Vernachlässigung der Grösse $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ gegen
über der Einheit, was einer Vertauschung der Bogen-
länge ds mit ihrer Projektion dx entspricht. Dies er-
scheint zulässig, wenn die Durchbiegungen sehr klein
sind, ist aber immer nur als eine Annäherung zu
betrachten, die wohl für die meisten Fälle genügt,
nicht aber unbedingt ausreichend ist. z. B. durften die
Durchbiegungen von Federn nicht ohne weiteres so ge-
rechnet werden, allein eben hier hat man in dem Wert
von E eine Ursache zu viel grösseren Fehlern. Erfolgt
die Biegung in dem gewählten Achsenkreuz so, daß die
Biegungslinie der positiven Seite der X -Achse die kon-
vexe Seite zukehrt, so muß $\frac{d^2 y}{dx^2}$ positiv sein, wie z. B.
bei einem an einem Ende eingespannten sonst freien
Stab, der irgendwie belastet ist.

Wird das Moment als Funktion der Abszisse dar-
gestellt, so liefert bei konstantem J eine zweimalige
Integration die Gleichung der Biegungslinie. Die Auf-
lagerungsbedingungen gestatten die beiden Integrations-
konstanten zu ermitteln. (Anwendungen auf Seite 276.)

Wo das Moment gleich Null ist, hat die Biegungs-
linie einen Wendepunkt. Einen Knick kann sie nur
bei einem Gelenk aufweisen. Den Fall ausgenommen
wo das Tragheitsmoment sich plötzlich ändert, ist
auch die Krümmung stetig, denn in jedem Punkt
kann das Moment nur einen Wert haben. Bei sprung-
weise veränderlichem J muß der Stab in Teile ge-
teilt werden, derart, daß für jeden Teil J konstant
bleibt. Der Übergang von einem zum andern Zweig
der Kurve ist gegeben durch die Bedingungen, daß im
Berührungspunkt die Ordinate und die Tangente von

beiden Zweigen der Biegelinie den gleichen Wert aufweisen müssen. Bei stetig veränderlichem J kann man seinen Wert ebenfalls als Funktion der Abszisse ausdrücken, was indes wenig nützt, denn, abgesehen von der dazu erforderlichen langen Arbeit, läßt sich meistens die Gleichung nicht integrieren, man muß also zur graphischen Methode greifen.

Die zur Ermittlung der Formänderung durch Q und N erforderlichen Integrationen bieten keine Schwierigkeit.

Aus der Gleichung $Jq = \frac{M}{EJ} Js$ kann man unmittelbar die Biegelinie ableiten. Der Zähler MJs kann als Flächenelement des Momentendiagramms aufgefaßt werden; die Senkung eines Querschnittes, dessen Entfernung von diesem Element x ist, kann also geschrieben werden $Jy = x Jq = \frac{M Js x}{EJ}$, d. h. sie

ist gleich dem statischen Moment der Momentenfläche in bezug auf den Querschnitt, dessen Senkung gesucht wird, dividiert durch EJ . Wenn die Biegung auf die

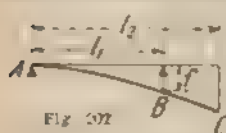


Fig. 202

Tangente im Ursprung der Kurve bezogen wird, so ist damit alles berechnet, ist die Auflagerung aber eine andere, sind z. B. die Punkte A und B (Fig. 202) frei aufgelagert, so muß durch eine passende Drehung um A die Senkung y von B rückgängig gemacht werden, d. h. die Senkung von C wird um $y \frac{l_1}{l_2}$ verringert.

Allgemein gilt der Satz: um die Senkung eines Querschnittes zu erhalten, betrachtet man die Momentenfläche als eine Belastungsfläche und dividiert das sich aus dieser für den betrachteten Querschnitt ergebende statische Moment durch EJ . Dies kann sowohl rechnerisch als graphisch ausgeführt werden. Letzteres Verfahren gestattet auf einfache Weise die Veränder-

lichkeit von J zu berücksichtigen und liefert gleich die ganze Biegelinie.

Konstruktion der Biegelinie.

Zur graphischen Konstruktion der Biegelinie gerader stabförmiger Körper betrachtet man die Momentenfläche als eine Belastungsfläche; man teilt sie durch Senkrechte in Streifen von beliebiger Breite und behandelt deren Flächen als Kräfte, welche in den Schwerpunkten der Streifen angreifen. Diese Kräfte vereinigt man zu einem Kräftepolygon und zeichnet zu diesem mit EJ als Polweite ein Seilpolygon, sowie die durch die Auflagerung gegebene Schlußlinie, entweder gibt es zwei Punkte, die gestützt sind, oder es ist ein Querschnitt fest eingespannt, im letzteren Falle gilt die betreffende Tangente als Schlußlinie. Die Seiten des Seilpolygons sind Tangenten zur Biegelinie, der Berührungspunkt liegt jedesmal unter der betreffenden Trennungslinie der Streifen (Fig. 203). Die Biegekurve selbst läßt sich dann leicht einzeichnen, indem man die einzelnen Teile zwischen zwei Trennungslinien als Parabeln betrachtet. Ist auf einer gewissen Strecke

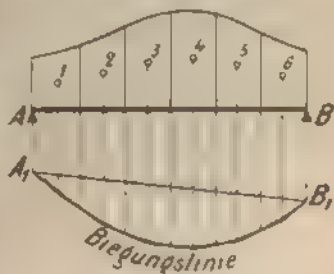
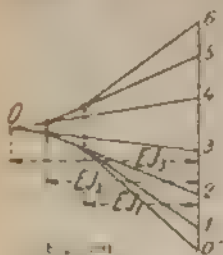


Fig. 203

mit konstantem Tragheitsmoment auch das Biegemoment konstant, so ist eine Teilung dieser Strecke in mehrere Streifen nicht erforderlich, vielmehr kann man die Biegelinie, welche in diesem Falle genau eine Parabel ist zwischen den Endtangente ohne weiteres konstruieren.

Ist das Tragheitsmoment veränderlich, so wird man die Trennung der Flächen womöglich so vornehmen, daß für jeden Streifen das Tragheitsmoment konstant bleibt. Ist J stetig veränderlich, so müssen die Streifen entspre-

ehend schnell gewählt werden, aber nicht zu klein, eine Breite von 1–2 cm ist immer zulässig. Für J be-

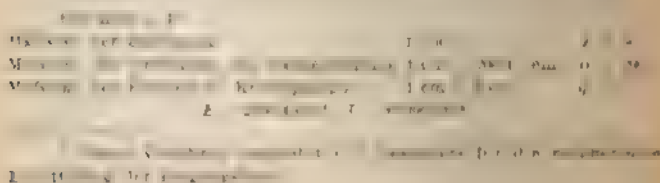


nutzt man den Wert, welcher dem Schwerpunkt entspricht. Um die Trägheitsmomente an diesen Punkten, nicht immer ausrechnen zu müssen, ist es von großem Vorteil, ein Diagramm der Trägheitsmomente gleichgültig in welchem Maßstabe zu zeichnen, nachdem man mehrere Werte durch Rechnung bestimmt

hat. Wie die Gerade der Kräfte projiziert wird, zeigt Figur 204, alle Strahlen sind eindeutig bestimmt, sobald ein Projektionspunkt, z. B. O , gewählt wird. Wir nennen diese Figur das Diagramm der Neigungen, weil sie die Neigungen der Tangente darstellt.

Wer lieber mit einem einzigen Pol arbeitet, kann die Momentenfläche verzerren, indem er jede Ordinate durch das betreffende Trägheitsmoment dividiert und mit einem konstanten Trägheitsmoment multipliziert, als welches man am besten das am häufigsten vorkommende wählt. Mit dieser verzerren Momentenfläche und mit dem gewählten konstanten Trägheitsmoment wird die gewöhnliche Konstruktion ausgeführt.¹

Die Ordinaten der Biegelinien erscheinen in dem Maßstab der Zeichnung, wenn man die Polweite H/I in dem Maß annimmt wie die Kräfte, d. h. die reduzierten Flächen durch den Maßstab der Zeichnung dividiert. Nimmt man diese Polweite so, erscheinen die Ordinaten in Naturgröße. Nimmt man sie noch kleiner, so werden die Ordinaten in dem Verhältnis größer.



Die Formänderung Δ ist die Differenz der beiden Ordinaten y_1 und y_2 der Kurve H (Fig. 50.1).

$$H = \frac{E}{2(1 + \mu)} \left(\frac{\Delta}{\Delta_0} \right) \quad \text{mit dem Abg. } H = \frac{E}{2(1 + \mu)} \Delta$$

Wird die Formänderung Δ auf das n -fache Δ_0 vergrößert, so ist die Formänderung Δ n -mal so groß wie Δ_0 . Die Formänderung Δ ist also n -mal so groß wie Δ_0 .

Die Normalkräfte N sind die Kräfte, die auf die Querschnitte wirken. Die Normalkräfte N sind die Kräfte, die auf die Querschnitte wirken. Die Normalkräfte N sind die Kräfte, die auf die Querschnitte wirken.

$$N = \frac{E}{2(1 + \mu)} \left(\frac{\Delta}{\Delta_0} \right) \quad \text{mit dem Abg. } N = \frac{E}{2(1 + \mu)} \Delta$$

Berücksichtigung der Quer- und Normalkräfte.

Die elastische Linie infolge der Wirkung der Querkkräfte wird aus der Linie der Momente abgeleitet, indem man deren Ordinaten mit dem Verhältnis $\frac{\mu}{G F'}$ multipliziert, hier ist μ das Moment in t cm das durch eine Ordinate von 1 cm dargestellt wird, G der Gleitmodul (für Flußeisen $G = \frac{1}{16} E = 830 \text{ t/cm}^2$ und F' die Fläche (in cm^2) auf welche die Querkraft Q gleichmäßig verteilt wirken sollte um die tatsächliche Formänderung hervorzurufen. Für Kreis und Ellipse ist $F' = \frac{2}{10} F$, für Rechtecke $F' = \frac{1}{6} F$; für gewaltete I- und C-Eisen ist $F' = \frac{1}{2}$ der Fläche des Steges zwischen den Flanschen, für gemietete Träger nimmt man F' gleich der Fläche des Stahlbleches an.

Ein konkretes Beispiel war $\Delta = 200$ für einen Wechselbalken mit $\Delta_0 = 100$ und $\Delta_0 = 100$ ist das Verhältnis $\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{200}{100} = 2$. Die Ordinaten in vierfacher Größe zu erhalten nimmt man dafür $\frac{1}{4} \frac{E}{2(1 + \mu)}$.

Die so reduzierten Ordinaten werden zu den ersten addiert.

Bei Trägern mit veränderlicher Höhe muß die Momentenfläche entsprechend verzerrt werden, wobei die Gleichung auf Seite 118 zur Anwendung kommt.

Die Normalkräfte kommen nur ausnahmsweise in Betracht; wie man sie berücksichtigt, ist auf Seite 256 auseinandergesetzt.

Krumme stabförmige Körper.

Zur Bestimmung der Formänderung von krummen stabförmigen Körpern kommt man mit einer einzigen elastischen Linie nicht aus, man muß vielmehr eine solche für die vertikalen und eine für die horizontalen Verschiebungen zeichnen. Den größten Einfluß haben auch hier die Biegemomente, denen gegenüber oft alle andern vernachlässigt werden.

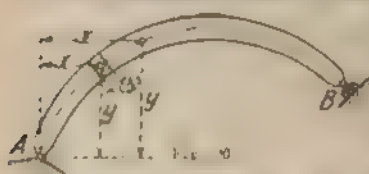
Man nimmt am besten an, daß das eine Ende fest eingespannt ist. Wirkt das Moment M auf das kurze Stück $.f.$, so erfolgt eine Drehung um $\varphi = M \frac{f}{EJ}$.

Ein beliebiger Punkt verschiebt sich horizontal um

$(y - y') \frac{f}{EJ}$ (Fig. 205) und

vertikal um $x - x' \frac{f}{EJ}$.

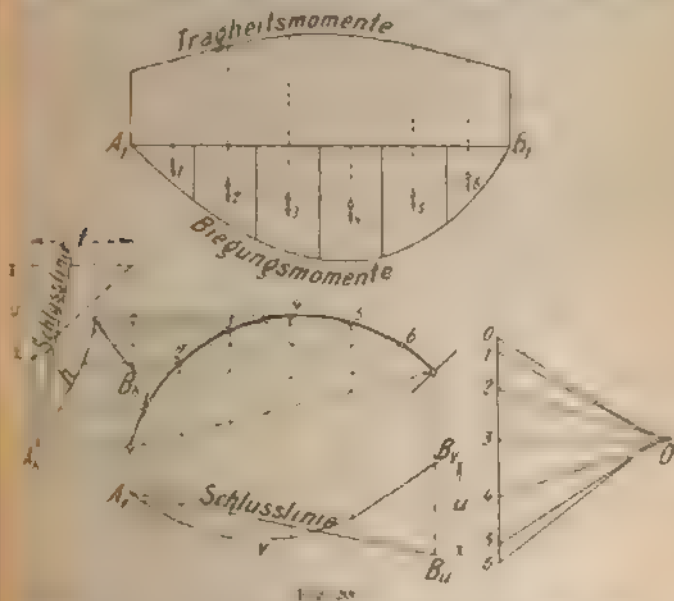
Aus diesen Gleichungen folgt die Konstruktion, man zeichnet auf der abgewinkelten



Achse $A_1 B_1$ (Fig. 206) das Diagramm der Trägheitsmomente und das Diagramm der Biegemomente. Letzteres teilt man durch Senkrechte in Streifen, bestimmt den Flächeninhalt, die Schwerpunkte und die zugehörigen Trägheitsmomente. Die Flächen der einzelnen Streifen werden untereinander aufgetragen und mit den verschiedenen Polentfernungen EJ_1, EJ_2, EJ_3, \dots usw. das Diagramm der Neigungen konstruiert, wobei ein Punkt, z. B. O , beliebig auf der Senkrechten in entsprechender Entfernung von der Geraden der Kräfte gewählt wird. Nun überträgt man auf die Achse des Körpers die Punkte 1, 2, 3, ... und zeichnet zwei Seilpolygone: das eine s , hat die Ecken auf den Senkrechten durch diese Punkte und die Seiten parallel zu den Neigungen, das andere h , hat die Ecken auf den Wagerichten und die Seiten rechtwinklig zu den Neigungen. Die Seiten dieser Seilpolygone sind Tangenten der vertikalen und horizontalen Biegelinien, die

Berührungspunkte entsprechen den Trennungslinien der Momentenfläche

Es erübrigt nur, die Schlusslinien festzustellen. Ist ein Punkt, z. B. A , fest eingespannt, so sind die betreffenden Tangenten an r und k die Schlusslinien. Ist der Punkt A gelenkig aufgelagert, B dagegen auf einer Geraden geführt, so ermittelt man die horizontale



Entfernung t der Punkte A_1 und B_1 und zieht durch das Ende über B_1 eine Parallele zur Bahn von B , wodurch über A_1 die Strecke u abgeschnitten wird. Nun legt man $B_1 B_2 = u$ auf und zieht die Gerade $A_1 B_2$, bevor durch A_1 (den ersten Punkt) die rechtwinklige 120° , dies sind die beiden Schlusslinien. Die Neigungen, deren Maßstab nach Seite 253 ermittelt wird, beziehen sich auf die Tangente in A . Die horizontale bzw. vertikale Verschiebung jedes Punktes ist gleich seiner horizontalen bzw. vertikalen Entfernung von der Schluss-

linie. Die Maßstäbe der Biegungslinien werden wie für den geraden Balken ermittelt (Seite 253).

Um den Einfluss der Querkraft zu berücksichtigen,

geht man von der Formel $I_s = \frac{Q}{G F^2} I_1$ aus, und ver-

fährt hier am besten teilweise rechnerisch. Man teilt den Körper in mehrere Abschnitte, die für jeden derselben berechnete Verschiebung wird rechtwinkig zur Achse aufgetragen und in eine vertikale und eine horizontale Verschiebung zerlegt. Nun trägt man die senkrechten Verschiebungen $C C_2, D D_2, E E_2, \dots, B B_2$ (Fig. 207) von

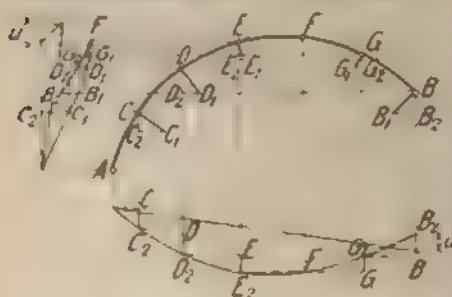


Fig. 207

den betreffenden

Wagerechten,

und die waga-

rechten Verschie-

bungen $C_2 C_1,$

$D_2 D_1, \dots, B_1 B_2$

von den Senk-

rechten ab, man

erhält dann eben

soviel Punkte der

betreffenden ela-

stischen Linien. Die Schlusslinien sind genau wie oben.

Die Neigungen bestimmt man nach den Tangenten der

Kurven. Der Einfluss der Querkraft ist meistens

äußerst gering und kann fast immer bei der Berechnung

statisch unbestimmter Systeme vernachlässigt werden.

Ganz ähnlich verfährt man, um die Formänderung

infolge der Normalkraft zu ermitteln, die oft (z. B. bei

dem eingespannten Bogen) eine nicht unwesentliche

Rolle spielen. Es ist $II = \frac{N}{E F} I_1$. Mit dieser Formel

berechnet man die II für verschiedene Abschnitte des

Körpers, trägt sie auf die Tangente an die Achse ab, und

zerlegt sie in wagerechte und senkrechte Verschiebungen.

Des weiteren verfährt man genau wie oben. Schließlich

addiert man die Ordinaten der zusammengehörigen

elastischen Lagen und erhält so die Gesamtverschiebungen. Mit der allgemeinen Benennung »Verschiebungsplan« bezeichnet man beide vollständigen elastischen Lagen.

57. Formänderung ebener Fachwerke.

1. Williot-Verschiebungspläne.

Ändern sich die Längen der Stäbe eines Fachwerkes um sehr kleine Strecken, und betrachtet man das eine Ende eines beliebigen Stabes als fest, so besteht die Verschiebung des anderen Endpunktes aus zwei Elementen, erstens aus einer Bewegung in der Stabrichtung gleich der Längenänderung, und zweitens aus einer kleinen Drehung um das feste Ende, also einem Kreisbogen, der wegen seiner Kleinheit als eine Senkrechte zur Stabrichtung gelten kann. Man erhält demnach die endgültige Lage des Punktes C , Fig. 208, indem man zuerst die Längenänderung des Stabes nach

der Formel $\Delta l = \frac{S l}{E F}$ berechnet, sie nach Größe und Richtung von einem festen Punkt O' aufträgt und in dem Endpunkte ein Lot errichtet, auf diesem Lote muß der gesuchte Punkt nach der

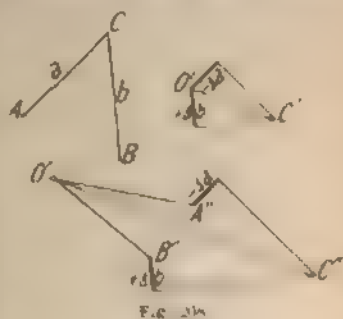


Fig. 208

Formänderung liegen. Durch eine ähnliche Konstruktion liefert der Stab b eine zweite Lage, welche die erste in dem gesuchten Punkte C schneidet.

Die Gesamtverschiebung des Punktes C ist nach Größe und Richtung durch die Gerade $O' C'$ dargestellt. Waren die Punkte A und B nicht fest, so ist die gleiche Konstruktion gültig, wenn man nur die Längenänderungen von den Punkten A'' und B'' aufträgt. Wenn die

Strahlen $O'A''$ und $O'B''$ die Verschiebungen von A und B darstellen, so ist $O'C''$ die Verschiebung von C .

Durch Wiederholung dieser Konstruktion gelangt man zum vollständigen Verschiebungsplan des Fachwerkes. Man nimmt am besten in der Mitte des Systems einen Punkt und die Richtung eines Stabes als fest an und ermittelt der Reihe nach die Lage aller Knotenpunkte nach der Formänderung.

Um Fehler zu vermeiden, merke man sich, daß die Verlängerung eines Stabes in der Richtung vom festen Punkt (bzw. zuletzt ermittelten Punkt nach dem verschieblichen) aufgetragen werden muß, das Umgekehrte gilt für die Verkürzung. In Fig. 208 ist Ja eine Verlängerung, Jb eine Verkürzung.

Die Gesamtverschiebungen aller Punkte werden nach Größe und Richtung durch die Strahlen dargestellt, die von dem festen Punkt ausgehen, und zwar

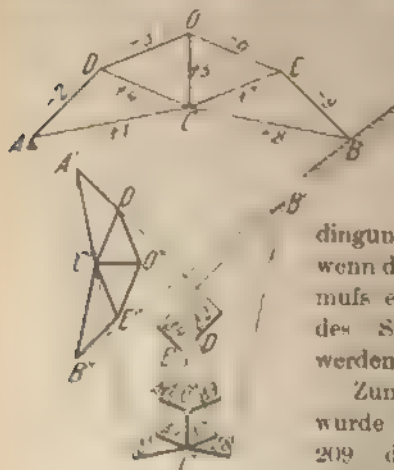


Fig. 208

in dem Maßstab, in welchem die Längenänderungen aufgetragen worden sind.

Es bleibt nun noch zu untersuchen ob die Auflagerungsbedingungen erfüllt werden; wenn dies nicht der Fall ist, so muß eine passende Drehung des Systems vorgenommen werden.

Zum besseren Verständnis wurde für das Fachwerk Fig. 209 der Verschiebungsplan gezeichnet. Dabei wurde O als Ausgangspunkt und die

Richtung des Stabes OC als fest gewählt, wonach sich A und B gehoben haben. Ist aber tatsächlich A fest und B auf einer gewissen Bahn gleitend, so muß man

zunächst durch eine Bewegung des Systems parallel zu sich selbst den Punkt A in seine ursprüngliche Lage zurückbringen was auf den Verschiebungsplan ohne Einfluß ist. Hierdurch würde aber dem Punkte B eine Bewegung angewiesen, die er nicht ausführen kann, infolgedessen ist noch eine Drehung des ganzen Systems um A nötig. Dabei beschreiben sämtliche Knotenpunkte des Fachwerkes kleine Kreisbögen, die man als Senkrechte zu den Strahlen AD , AO , AC , AE und AB auflassen kann. Ihre Länge ist den Längen der zugehörigen Strahlen proportional, so daß eine dem Fachwerknetz ähnliche Figur entsteht, die gegen über der ursprünglichen um einen rechten Winkel gedreht erscheint.

Durch die Bedingung, daß $B'B''$ der Auflagerbahn von B parallel und $A'B'$ normal zu AB sein muß, ist B'' bestimmt. Die Figur $A'D''O''E''B''C''$ laßt sich dann durch eine Reihe von

senkrechten zu den entsprechenden Stäben des Fachwerkes leicht konstruieren. Die Verschiebungen sind dann $B'B'$, $C'C'$, $D'D'$ usw.

Ist die Bahn nicht geradlinig so ersetzt man sie durch ihre Tangente in B .

Sollen sich drei Punkte, z. B. A , B und C , auf bestimmten Bahnen bewegen, Fig. 210, so zieht man

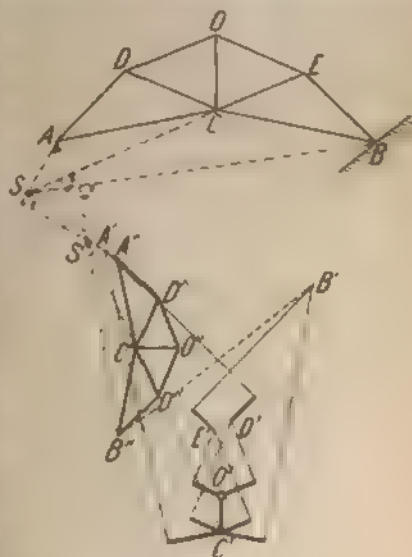


Fig. 210

reagiert durch A und C Normalen zu dieser Bahnen, die sich in einem Punkte S treffen mögen. Diesen Punkt betrachtet man als einen Systempunkt, durch starre Stäbe mit A und C verbunden. Seine Lage im Verschiebungsplan ergibt sich, indem man durch A und C Senkrechte zu SA und SC zieht. Hiermit ist der Fall, auf den vorigen zurückgeführt. Um B' d. h. die neue Lage von B zu erhalten, zieht man durch B' eine Parallele zur Auflagerbahn bis zum Schnitt mit der von S' senkrecht zu SB gezogenen Geraden. Auf $S'B$ konstruiert man endlich das Schluppolygon $S A'' B' C''$.

Ähnlich lassen sich Aufgaben für andere Auflagerungsbedingungen lösen.

Dieses Verfahren setzt ein statisch bestimmtes System voraus, was für alle

Untersuchungen von Formänderung gilt. Nötigenfalls schaltet man überzählige Stäbe aus, oder ändert die Auflagerungsbedingungen.

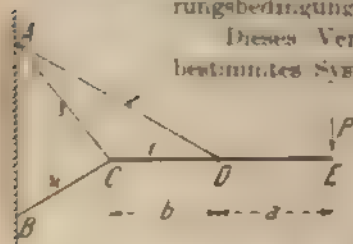


Fig. 211

Die Fälle, in denen ein biegunsfester Stab beim Zeichnen eines Verschiebungsplanes berücksichtigt werden muß, sind äußerst selten, im allgemeinen sind die Biegungen im Vergleich zu den Längenänderungen der Stäbe so stark, daß die letzteren vernachlässigt werden dürfen. Wie man verfährt, wenn ausnahmsweise ein sehr kraftiger, biegunsfester Stab im System liegt, sei an einem Beispiel erläutert.

In Fig. 211 ist A als fest und die Richtung von AB als unveränderlich angenommen und mit den Längenänderungen Δ_3 und Δ_4 die Verschiebung des Punktes C ermittelt worden. Zur Bestimmung von

D' wurde die Längenänderung des Stabes CD als äußerst gering vernachlässigt, $C'D'$ rechtwinklig zu $C'D$ gezogen und bis in E' verlängert, wobei $\frac{C'D'}{D'E'} = \frac{CD}{DE'}$ schliesslich kam noch $f = E'E''$ gleich der Senkung des Punktes E auf die Gerade CD bezogen $f = \frac{P}{3 E_1 J} a^2 (a + b)$, OE'' ist dann die Gesamtverschiebung von E .

Bei Systemen mit zahlreichen Stäben empfiehlt es sich den Verschiebungsplan in größerem Maßstabe zu beginnen und nachtraglich zu einem kleineren überzugehen, wenn der zur Verfügung stehende Raum nicht ausreicht. Es kann auch vorteilhaft sein, das System in mehrere Scheiben zu zerlegen, welche jede für sich untersucht werden. In einem Plan in kleinerem Maßstab werden schliesslich sämtliche Verschiebungen vereinigt, indem man jede Scheibe als einen einfachen Stab betrachtet, dessen Längenänderung den partiellen Planen zu entnehmen ist.

Die Williot-Pläne sind die vollkommensten, da sie die Verschiebungen jedes Punktes in der wirklichen Richtung darstellen, wozu bei anderen Methoden zweckmässige Linien nötig sind. Sie gestatten eine rasche und übersichtliche Lösung vieler Aufgaben und zugleich die Berücksichtigung der Formänderungen aller Stäbe. Die Genauigkeit ist bei einigermaßen sorgfältiger Zeichnung vollständig befriedigend. Ob aber andere Verfahren in dieser Beziehung besser sind, erscheint zweifelhaft, indem meistens die Genauigkeit mehr scheinbar als reell ist. Die umständliche Berechnung von Williot-Plänen ist nur bei gewissen theoretischen Untersuchungen vorteilhaft. Als nachteilig wird es empfunden, daß zur sicheren Kontrolle der ganze Verschiebungsplan neu gezeichnet werden muß, wobei zweckmässig ein anderer Pol und eine andere feste Richtung angenommen werden. Mit geringer Mühe kann man auch nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit eine Verschiebung rechnerisch ermitteln,

was einen Anhalt für die Genauigkeit des Planes gibt. (Vgl. Seite 373.) Bei der Ermittlung von Einflüssen in statisch bestimmten Systemen geben die Williot-Pläne ein wertvolles Hilfsmittel.

Es soll schliesslich noch erwähnt werden, dass vielfach die Längenänderung der einzelnen Stäbe nicht ohne weiteres als unendlich klein im Vergleich mit den Stabängen gelten kann. Diese Voraussetzung, auf welche sich die ganze Theorie des Fachwerks aufbaut, ist nur angenähert richtig, ebenso wie die Gleichung der elastischen Linie, aus diesem Grunde ist es zwecklos, eine übertriebene Genauigkeit zu verfolgen, die nur illusorisch ist. Die Theorie entspricht wohl der Annäherung der Angaben und der Voraussetzungen, ist aber nicht mathematisch genau. Diese Bemerkungen gelten für alle statischen Untersuchungen.

II. Rechnerische Ermittlung der Formänderung.

Die Aufgabe ist eine rein geometrische und kann nach verschiedenen Verfahren gelöst werden.

Bei allen berechnet man zunächst für den gegebenen Belastungszustand die Stabkräfte und die Längenänderungen der einzelnen Glieder nach der Formel $\Delta l = \frac{Sl}{EF}$

Für F werden die Brutto Querschnittsflächen eingeführt selbst Futterstücke, die lediglich zur Ausfüllung von Zwischenräumen dienen, sind dabei mitzurechnen, sofern sie nur durch einige Nieten mit dem Stab verbunden sind und infolgedessen die Dehnung mitmachen müssen. Für l ist nicht immer die geometrische Länge einzusetzen, sondern oft eine etwas kürzere. Anwendbar sind folgende Verfahren:

a) Bei ganz einfachen Systemen

stellt man die Gleichungen auf, welche durch die geometrischen Längen der Stäbe gegeben sind, setzt überall $l + \Delta l$ statt jeder Länge l ein, und entwickelt

In Gleichungen, von den letzteren subtrahiert man die ursprünglichen, in denen nur die Längen l vorkommen, und streicht alle Glieder, welche kleine Größen höheren Grades enthalten (wie $l\delta$, $l\delta_1$, $l\delta_2$ usw.). So ergeben sich Gleichungen ersten Grades, welche die Ermittlung der Verschiebungen der Hauptknoten ermöglichen.

Beispiel 1. Ändern die drei Seiten eines Dreiecks ihre Längen, so erhält man (Fig. 212).

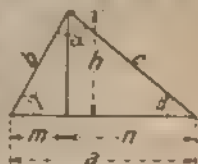


Fig. 212

$$f_m = \frac{1}{a} (b f_a + c f_b - f_c)$$

$$f_n = \frac{1}{a} (m f_a - b f_b + c f_c)$$

$$f_h = \frac{m}{a h} \left(\frac{b f_b}{m} + \frac{c f_c}{n} - f_a \right)$$

$$f_a = -f_b - f_c; \quad \frac{f_a}{h} = m \frac{f_b}{b h} + n \frac{f_c}{c h}$$

Die Strecken m und n lassen sich aus den zwei Gleichungen $m + n = a$, $m - n = \frac{b+c}{a} \frac{b-c}{h}$ leicht berechnen.

Beispiel 2. In einem ursprünglich rechtwinkligen Dreieck ändern sich die Längen der drei Seiten gesucht ist die Abweichung des Winkels α von einem rechten (Fig. 213).

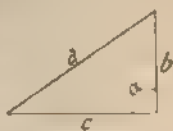


Fig. 213

$$\text{Man findet: } f_\alpha = \frac{1}{b c} (a f_a - b f_b - c f_c)$$

Beispiel 3. Ändern sich in dem Viereck Fig. 214 nur die Längen der Seiten r und s , so hat man die Bedingungsgleichungen:

$$x^2 + y^2 - s^2, \quad m^2 + n^2 + (n+x)^2 = r^2$$

Schreibt man den Größen r , s , x

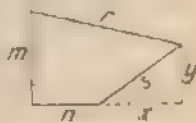


Fig. 214

Das ergibt sich bei Differentiation der Bedingungsgleichungen. Die Ableitungen der Längen sind die Verschiebungen. Die Ableitungen der Winkel sind die Drehungen. Die Ableitungen der Diagonale sind die Verschiebungen der Knoten.

und y je eine kleine Änderung zu und verfährt wie oben angegeben so erhält man:

$$\begin{aligned} \delta x &= \frac{1}{2} (\delta x + \delta y) \cdot \frac{1}{2} \delta x = \frac{1}{4} \delta x \\ \delta y &= \frac{1}{2} (\delta x + \delta y) \cdot \frac{1}{2} \delta y = \frac{1}{4} \delta y \end{aligned}$$

b) Methode der Drehungen Fig. 215

Ändert sich die Länge des Stabes a um die kleine



Fig. 21

Große δa , so kann man annehmen, daß diese Längenänderung genau bei dem Fuß des Lotes h geschieht. Denkt man sich den rechten Teil des Fachwerkes fest, so voll-

zieht der linke eine Drehung $\theta = \frac{\delta a}{h}$ um den Punkt A.

Die Änderung der Koordinaten y und x sind:

$$\delta y = \theta x = x \frac{\delta a}{h} \quad \delta x = \theta y = y \frac{\delta a}{h}$$

Indem man auf diese Weise der Reihe nach die Längenänderungen sämtlicher Stäbe berücksichtigt, ergeben sich die Verschiebungen aller Punkte. Sollen nur die vertikalen Verschiebungen ermittelt werden, so rechnet man nur die δy . Das Verfahren ist sehr übersichtlich und besonders bequem, wenn die Formänderung der Gitterstäbe nicht berücksichtigt wird was oft zulässig ist.

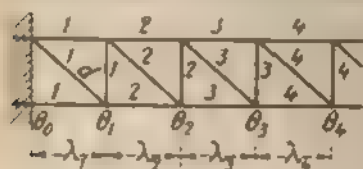


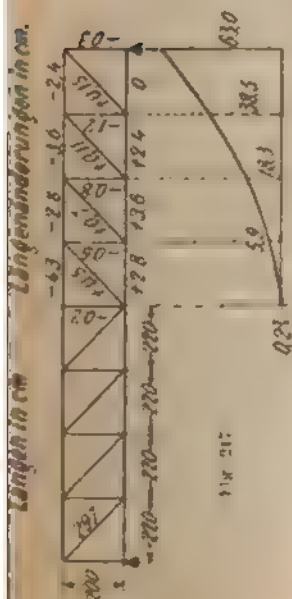
Fig. 22

Für Parallelträger ist es um so mehr angebracht, als hier die Drehpunkte der Gitterstäbe ins unendliche fallen, d. h. es kommen Parallel-

verschiebungen statt Drehungen vor. Man nimmt zuerst einen Stab als fest an und berechnet die Winkel θ Fig. 216,

$$\theta_0 = \frac{\delta a_1}{h} \quad \theta_1 = \frac{\delta a_1}{h} + \frac{\delta a_2}{h} \quad \theta_2 = \frac{\delta a_1}{h} + \frac{\delta a_2}{h} + \frac{\delta a_3}{h} \text{ usw.}$$

Die Besetzung der Stellen mit besten, intelligenten und fleißigen Beamten ist ein wichtiger Faktor für die erfolgreiche Ausführung der Aufgaben der Verwaltung. Die Besetzung der Stellen ist ein wichtiger Faktor für die erfolgreiche Ausführung der Aufgaben der Verwaltung.

[illegible]

Die Zahl der Teilnehmer an der Konferenz betrug 120.

Die vertikale Biegelinie des Obergurtes hat die Ordinaten.

$$y_0 = f v_0;$$

$$y_1 = \vartheta_0 l_1 + \frac{d_1}{h} \int d_1 + f v_1;$$

$$y_2 = y_1 + \vartheta_0 + \vartheta_1 l_2 + \frac{d_2}{h} \int d_2 + f v_2;$$

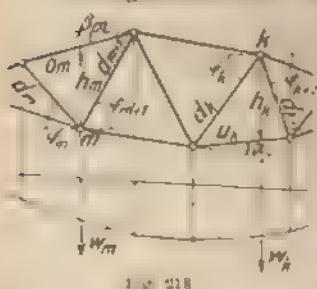
$$y_n = y_2 + \vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2 l_n + \frac{d_n}{h} \int d_n + f v_n, \text{ usw.}$$

Die Biegelinie kann auch graphisch ermittelt werden, indem man alle Drehungswinkel als Gewichte betrachtet, die in den betreffenden Drehpunkten angreifen, und dazu ein Seilpolygon mit Polweite $H = \frac{1}{n}$ zeichnet, wo n den Maßstab der Zeichnung darstellt und die Einheit dieselbe ist, nach welcher die Winkel aufgetragen werden. Ab dann erscheinen die Ordinaten in Naturgröße, um sie n mal vergrößert zu erhalten, muß man H n mal kleiner wählen.

Dieses Verfahren ist im allgemeinen nur dann vorteilhaft, wenn die Längenänderungen der Füllungslieder vernachlässigt werden.

c) Die Müller-Breslauschen w -Gewichte.

Im allgemeinen Fall, wenn man die Längenänderung



aller Glieder berücksichtigen will, ist die Methode der w -Gewichte die geeignetste, um die Senkungen der einzelnen Punkte der Gurtungen zu berechnen. Das Verfahren besteht darin, daß man für jeden einzelnen Knotenpunkt ein ideales Gewicht ermittelt

und das entsprechende Seilpolygon zeichnet oder berechnet. Die Ordinaten dieses Seilpolygons, auf die

Schublinie bezogen, ergeben die gesuchten Senkungen. Die von Müller-Breslau zur Berechnung der α -Gewichte angegebenen Formeln sind in folgendem zusammengestellt.

1 Fall. Das Fachwerk enthält keine vertikalen Stäbe. Gesucht die senkrechten Verschiebungen der Knotenpunkte beider Gurtungen.

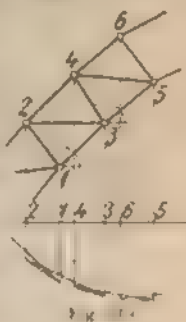
Mit bezug auf Fig. 218 erhält man mit $\frac{1}{\cos \alpha} = \sec \alpha$ usw.

$$v_m = \frac{1}{h_m} (J_0 m \sec \beta_m + J_d m \sec \varphi_m + J_d m \cdot \sec \varphi_m \cdot 1)$$

$$w_k = \frac{1}{h_m} (J_0 k \sec \alpha_k + J_d k \sec \varphi_k + J_d k \cdot \sec \varphi_k \cdot 1)$$

Es ist wohl möglich, die α -Gewichte für die Senkungen der Knoten nur einer Gurtung aufzustellen; doch wird dabei kaum etwas an Arbeit gespart.

Die Winkel α , β und φ sind hier immer spitz; ob sie nach unten oder nach oben positiv gezählt werden, ist einerlei. In einigen Fällen können sie aber stumpf werden, wie in dem Beispiel der Fig. 219 für alle Füllungsgheder geschieht, bei welchen eine Umkehrung in der Reihenfolge der Projektionen der Knotenpunkte stattfindet, wenn man den Linienzug der Füllungsstäbe verfolgt. Wo die Neigungswinkel stumpf sind, wechselt das Vorzeichen des betreffenden Gliedes. Das Seilpolygon weist dementsprechend Verschlingungen auf.



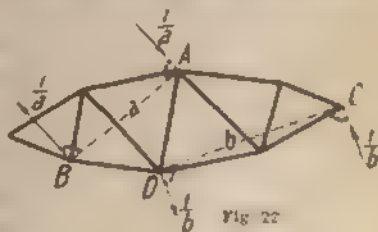
Liegt zufällig ein Stab in der Richtung der gesuchten Verschiebung, so wird dessen Längenänderung zunächst außer acht gelassen und nachtraglich berücksichtigt. Wie man die betreffende Biegunismaße findet, ist auf Seite 264 angegeben.

Hier ist α_0 der Winkel des Stabes u_0 mit der Wagerechten

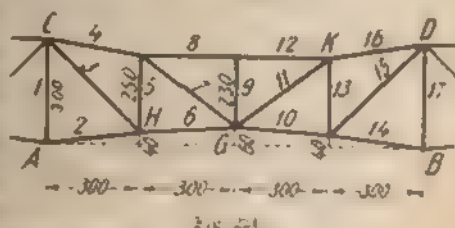
gegebenen Richtung und nimmt an, daß das Fachwerk in den Punkten B und C gestützt ist. Alsdann entstehen dort Reaktionen, die parallel zur Kraft P liegen und sich nach der Theorie des einfachen Balkens berechnen lassen. Nun ermittelt man die Stabkräfte infolge dieser Belastung und multipliziert sie mit den Längenänderungen der einzelnen Stäbe infolge irgendeiner Belastung oder einer Temperaturänderung o. dgl. Die Summe der Produkte gibt die gesuchte Verschiebung.

2. Gesucht die gegenseitige Annäherung der beiden Punkte B und C . Man läßt in B eine Kraft gleich 1 in der Richtung BC und in C eine solche in der Richtung CB wirken, berechnet die Stabkräfte und multipliziert sie mit den Längenänderungen der Stäbe. Die Summe der Produkte gibt die gesuchte Annäherung der beiden Punkte.

3. Gesucht die gegenseitige Drehung zweier idealen oder realen Geraden AB und CD . Dieses Geradenpaar belastet man mit einem Momentenpaar gleich eins. Die entsprechenden Kräfte sind in Fig. 223 angegeben. Nun berechnet man wieder die Stabkräfte, multipliziert sie mit den Längenänderungen der Stäbe und addiert die Produkte. Die Summe gibt die Drehung im Bogenmaß.



Beispiel: Die in Fig. 224 dargestellte stählerne Obergangsbauwerksträger ist durch gewisse Kräfte belastet. Aus denen ist die vertikale Senkung des Punktes G zu berechnen.



von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{2}$ zu berechnen.

Die vertikale Senkung des Punktes G zu berechnen.

1. Die vertikale Senkung des Punktes G

a. die gegenseitige Auslenkung der Punkten H und K

b. die gegenseitige Verdrehung der Punkten A' und B'

In folgender Tabelle bezeichnen:

- a. die Länge der einzelnen Stäbe in cm
- b. die Längenabänderung infolge der inneren oder vorhandenen Stütze
- c. die Stabkräfte bei der Belastung für den Fall 1 d. eine Kraft P wirkt unten perpendicular Kraft Q in G wirkt oben das Fachwerk auf die Lager A und B übertragen
- d. die Stabkräfte bei der Belastung für den Fall 2. d. 1. Kraft Q in H wirkt horizontal HK und eine Kraft A wirkt oben KH wirkende Kraft Q ist 1 t
- e. die Stabkräfte bei der Belastung für den Fall 3. d. eine Kraft Q wirkt unten Kraft P in A , B , C und D die oben nach oben hin wirken, nach außen perpendicular. In den Momentenplan des Würfels mit einem Satz so zusammengefasst, dass das Resultat durch ihn dargestellt

| Stab
Nr. | Länge
in cm | Stabkraft
P, Q | I Fall | | II Fall | | III Fall | |
|-------------|----------------|---------------------|----------|-------------------|----------|-------------------|----------|-------------------|
| | | | S
t | S, P, Q
t cm | S
t | S, P, Q
t cm | S
t | S, P, Q
t cm |
| 1 | 300 | -12 | 0,500 | + 00 | 0 | 0 | -0,134 | -11 |
| 2 | 300 | -12 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0,000 | -12 |
| 3 | 300 | +254 | +0,006 | +218 | 0 | 0 | +0,296 | +20 |
| 4 | 300 | -18 | 0,612 | -111 | 0 | 0 | -0,224 | -20 |
| 5 | 200 | -12 | -0,40 | -100 | -0,024 | -1,36 | -0,100 | -10 |
| 6 | 400 | +304 | +0,000 | 96 | -0,024 | -152 | +2,214 | 100 |
| 7 | 278 | -12 | +0,000 | 150 | -0,024 | 11 | 0,000 | 0 |
| 8 | 300 | -11 | 1,063 | 142 | +0,420 | +44 | -1,110 | -10 |
| 9 | 200 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 300 | -12 | +0,000 | +110 | 0 | 0 | +1,214 | 200 |
| 11 | 300 | +254 | -0,000 | +200 | -0,024 | -144 | 0,000 | -20 |
| 12 | 300 | -12 | 1,000 | -112 | 0,120 | + 00 | -1,100 | -10 |
| 13 | 200 | -18 | 0,640 | -110 | 0 | 0 | -0,100 | -20 |
| 14 | 300 | -12 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1,100 | -10 |
| 15 | 200 | -12 | -1,000 | -140 | 0 | 0 | +0,200 | +20 |
| 16 | 300 | -12 | -0,12 | -125 | 0 | 0 | -1,200 | -200 |
| 17 | 300 | -12 | 0,000 | + 0 | 0 | 0 | -0,100 | + 10 |
| | | | Σ | 14,2 | Σ | -10 | Σ | +10 |
| Endresultat | | | 14,2 | 0,60 cm | 36 | 0,017 cm | 120 | + 63 |
| | | | 2150 | | 2150 | | 2150 | |

0,13 - 0,000146

(in Bogenmaß)

Wie man ähnliche Fälle behandelt, braucht nicht weiter auseinandergesetzt zu werden

58. Einfluslinien statisch unbestimmter Systeme.

Bei statisch unbestimmten Systemen werden die Einfluslinien nach demselben Prinzip konstruiert wie bei statisch bestimmten; nur müssen für jeden Stab die statisch nicht bestimmbarcn Größen besonders ermittelt werden wodurch die Arbeit sehr langwierig wird.

Am zweckmässigsten beginnt man mit der Konstruktion der Einfluslinien für die statisch nicht bestimmbarcn Größen. Die einfachste Methode ist folgende:

Man setzt das System unbelastet voraus, schreibt einer der statisch nicht bestimmbarcn Größen einen beliebigen Wert meistens 1 zu, und setzt alle anderen gleich Null. Da der Träger jetzt kinematisch starr ist, so ist keine andere als eine elastische Formänderung möglich; man erhält also eine krumme bzw. polygonale Biegelinie (überhaupt sind alle Einfluslinien statisch unbestimmter Systeme gekrümmt oder eckig, ausgenommen die Strecken, welche einer starren, von den statisch nicht bestimmbarcn Größen unabhängigen Scheibe entsprechen). Bei dieser Formänderung verschieben sich (im allgemeinen) die Angriffspunkte sämtlicher Kräfte; da aber die äusseren Kräfte sowohl wie die statisch nicht bestimmbarcn Kräfte bzw. Momente unter sich im Gleichgewicht sind, so muss die Summe aller Arbeiten gleich Null sein. Indem man der Reihe nach $X = 1$, $Y = 1$, $Z = 1$. . . setzt und jedesmal die Arbeitsgleichung aufstellt, erhält man ebensovielle Elastizitätsgleichungen wie Unbekannte vorhanden sind.

Wir bezeichnen im folgenden die auf die Richtung einer Kraft projizierte Verschiebung durch zwei kleine Buchstaben, deren erster die gleiche Bezeichnung wie die wirksam gedachte Kraft hat, der zweite die Kraft angibt, in deren Richtung die Verschiebung geschehen ist, es bedeutet also xy die durch die Kraft $X = 1$ in der Richtung der Kraft Y hervorgerufene Verschiebung.

Während das Fachwerk infolge der Belastung $X = 1$ von dem ursprünglichen zu dem deformierten Zustande übergeht, seien alle statisch nicht bestimmbarcn Größen X, Y, Z, \dots wirksam und außerdem eine an einem beliebigen Punkt angreifende Last P .

Die Gleichung der Arbeit lautet dann

$$X \cdot x + Y \cdot y + Z \cdot z + \dots + P \cdot p = 0$$

Ähnlich erhält man

$$X \cdot p_x + Y \cdot p_y + Z \cdot p_z + \dots + P \cdot p = 0 \text{ usw.}$$

Es ergeben sich schliesslich ebensoviele Gleichungen als Unbekannte, deren Auflösung nach einem beliebigen Verfahren erfolgen kann. Dabei gelangt man auf Ausdrücke von der Form

$$X = P \cdot \alpha \cdot x_p + \beta \cdot y_p + \gamma \cdot z_p + \dots$$

$$Y = P \cdot \alpha' \cdot x_p + \beta' \cdot y_p + \gamma' \cdot z_p + \dots$$

$$Z = P \cdot \alpha'' \cdot x_p + \beta'' \cdot y_p + \gamma'' \cdot z_p + \dots$$

Man erhält also die Einfluslinien für X, Y, Z, \dots

wenn man die mit dem entsprechenden Koeffizienten multiplizierten Ordinaten der Biegunslinien infolge der Belastungen $X = 1, Y = 1, Z = 1, \dots$ algebraisch addiert

Die Auflagerkräfte kommen nicht in Betracht, solange man mit unverschieblichen Lagern zu tun hat, ist dies nicht der Fall, so ersetzt man das Lager durch ein passend gewähltes elastisches Glied.

Will man den Einfluss einer Temperaturänderung berücksichtigen, so berechnet man für die dadurch bedingten Längenänderungen der Stäbe die Deformation des Systems und darnach die Arbeit aller statisch nicht bestimmbarcn Kräfte. In jede der früheren Gleichungen setzt man $P = 0$ und fügt als vollständig bekanntes Glied den Ausdruck der Arbeit der betreffenden Kraft für $X = 1$ in die erste Gleichung, für $Y = 1$ in die zweite usw.

Aus diesem System von Gleichungen lassen sich die Werte der Unbekannten mit Hilfe der bereits ermittelten Koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ sofort bestimmen

Ganz ähnlich behandelt man den Fall der Nachgiebigkeit einer Stütze, wenn die betreffende Auflagerkraft statisch nicht bestimmbar ist.

Um die Einfluslinie irgend einer Stabkraft zu erhalten drückt man dieselbe aus durch die für das statisch bestimmte System gültige Kraft S_0 und die Kräfte $S_x, S_y, S_z \dots$, welche ausschließlich von $X, Y, Z \dots$ abhängen. Es wird also: $S = S_0 + S_x + S_y + \dots$

Die Spannkraften, welche durch $X = 1, Y = 1, Z = 1$ usw. hervorgerufen werden, sind aber bekannt, so daß es nur einer Multiplikation dieser Stabkräfte mit den Werten von X, Y, Z usw. bedarf, welche der jeweiligen Lage der Angriffskraft P entsprechen. Schließlich wird die gesuchte Einfluslinie gefunden, indem man zu den Ordinaten der S_0 -Linie addiert: die Ordinaten der X -Linie mit der Kraft multipliziert, die aus $X = 1$ folgt, die Ordinaten der Y -Linie mit der Kraft multipliziert, die aus $Y = 1$ folgt usw. Diese umständliche Arbeit kann nur in seltenen Fällen durch andere Verfahren etwas abgekürzt werden.

Das einzige, welches mitunter Vorteile bietet, besteht in der Annahme eines statisch unbestimmten Grundsystems. Man läßt alsdann eine Kraft (bzw. ein Moment mit dem Wert 1 darauf wirken und zeichnet unter Berücksichtigung der statisch nicht bestimmbaren Größen die Biegelinie, welche die Einfluslinie für die zur Wirkung gebrachte Kraft (bzw. Moment) darstellt. Der Maßstab ergibt sich aus der Gleichung der Arbeit.

Beispiele für dieses Verfahren findet man in der Theorie der durchgehenden Träger.

Das allgemeine Verfahren führt immer zum Ziel, ist übersichtlich und einfach, und liefert die Einfluslinie in gewünschtem Maßstab. Der Gebrauch eines Reduktionswinkels oder des Proportionalzirkels ist dabei sehr zu empfehlen.

Ist das System nur einfach statisch unbestimmt, so kommt man mit einer einzigen krummen Einflußlinie aus. Es lohnt sich dann, den Maßstab für jede andere Einflußlinie so zu wählen, daß die erste unverändert bleibt; sonst lehnt sich das Verfahren streng an das allgemeine vgl. Theorie des Zweigelenkbogens, des durchgehenden Trägers auf drei Stützen usw. an.

Wie bei statisch bestimmten Systemen, hat man mitunter auch hier nur einige Punkte der Einflußlinie nötig und kommt dann durch Rechnung schneller zum Ziele. Das Verfahren der virtuellen Arbeit wird in einigen Fällen Vorteile bieten, vielfach werden die Formeln auf Seite 262 geeignet sein, die Formänderung zu berechnen.

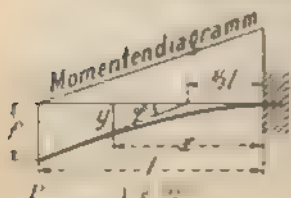
59. Formänderung stabförmiger Körper in einfachen Belastungsfällen.

Folgende einfache Formeln, bei welchen stabförmige Körper mit unveränderlichem Querschnitte vorausgesetzt werden, und die Formänderungen infolge der Normal- und Schubkräfte gegenüber derjenigen infolge der Biegemomente vernachlässigt werden, dienen als Grundlage zur Lösung zahlreicher Aufgaben.

Die Gleichung der Biegelinie ergibt sich aus der Integration der allgemeinen Gleichung der elastischen

Linie $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{EJ} M$

Einseitig eingespannter, sonst freier Stab.

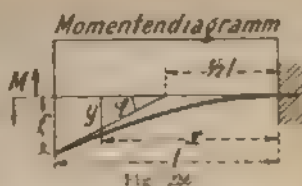


$$1. f = \frac{Pl^3}{6EJ}, \quad \theta = \frac{Pl^2}{2EJ}$$

$$y = \frac{Pl^3}{6EJ} \left(3 \frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right)$$

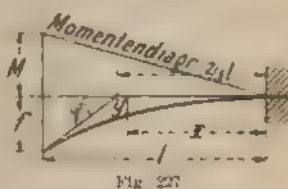
$$2 \quad f = \frac{M l^3}{2 E J} \quad \theta = \frac{M l}{E J}$$

$y = \frac{M x^2}{2 E J}$ Biegelinie
 parabolisch.



$$3 \quad f = \frac{M l^3}{6 E J} \quad \theta = \frac{M l}{2 E J}$$

$y = \frac{M x^2}{6 E J}$

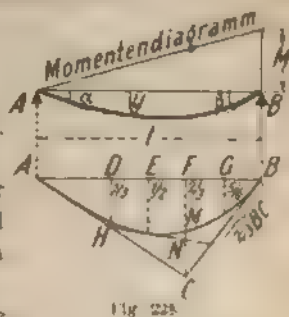


An den Enden gestützter Stab.

$$1 \quad y = \frac{M l^2}{6 E J} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right)$$

$\alpha = \frac{M l}{6 E J} \quad \beta = \frac{M l}{3 E J} = 2 \alpha.$

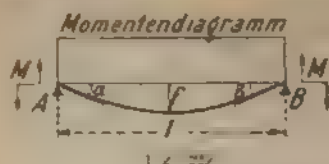
Bei der Wichtigkeit der Biegelinie für diesen Fall ist folgende Konstruktion von Wert.



Der Punkt C, wo sich die beiden Endtangente schneiden, liegt unter dem Schwerpunkt des Momentendiagramms, also über dem einem Drittpunkt der Länge l . Halbiert man AC in H und verbindet man H mit dem unteren Drittpunkt von BC , so erhält man den Punkt der Kurve über E und seine Tangente. Andere Ordinaten sind gegeben durch:

$$y_D = CH = \frac{1}{3} CF, \quad y_F = \frac{1}{2} CF, \quad y_G = \frac{1}{2} FN + MN$$

Die Tangente in einem beliebigen Punkt der Kurve lässt sich konstruieren, indem man durch den Fuß der Ordinate eine Parallele zu BC zieht, und den Schnittpunkt mit der Geraden AC mit dem betreffenden Punkt der Kurve verbindet.

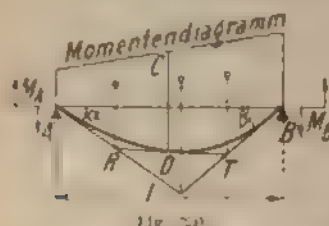


$$5 \quad \frac{M l^2}{8 E J}$$

$$\alpha = \beta = \frac{M l}{2 E J} = \frac{4 f}{l}$$

Biegelinie parabolisch

$$6 \quad \alpha = l^2 \frac{M_A + M_B}{6 E J}, \quad \beta = l^2 \frac{M_B + M_A}{6 E J}$$



$$M_A = \frac{2 E J}{l} (2 \alpha - \beta)$$

$$M_B = \frac{2 E J}{l} (2 \beta - \alpha)$$

Der Schnittpunkt der Endtangentialen liegt unter dem

Schwerpunkt des Momentendiagramms.

Die Konstruktion von Zwischenpunkten der Kurve nebst Tangenten kann geschehen, indem man den Belastungsfall als Summe der beiden 4 und 5 betrachtet, also für jeden die Ordinaten des Punktes und die Tangenten ermittelt, und dann die Resultate addiert. Man kann aber auch direkt zum Ziel kommen, wenn nur die Endtangenten bekannt sind. Man zieht die Senkrechte $C D$, welche das Momentendiagramm in zwei Teile teilt, und projiziert die beiden Schwerpunkte in R und F auf die Endtangenten. Die Gerade $R T$ ist die Tangente in dem Punkt D der Kurve, den sie gleichzeitig bestimmt.

Alle diese Konstruktionen sind auch für schräge Koordinaten gültig.

7. Träger mit einer Einzellast. Fig. 231

Durchbiegung unter der Last $f = \frac{P a^2 b^2}{E J 3 l}$, in der Mitte $b > a$ $\epsilon_m = P a \left(\frac{3 b^2 - 4 a^2}{48 E J} \right)$, unter einem beliebigen Punkt C $\epsilon = \frac{P a}{E J 6 l} (b - a^2 - a^2)$

Neigung der Tangente unter der Last

$$\varphi = \frac{P a b}{EJ} \frac{b-a}{3l}$$

Neigung der Endtan-
genten

$$\varphi_1 = \frac{P a b}{EJ} \frac{1}{6l} (b+l)$$

$$\varphi_2 = \frac{P a b}{EJ} \frac{1}{6l} (a+l)$$

Um die Biegungslinie zu konstruieren, trägt man die berechnete Durchbiegung f in $A_1 A_2$, und in $B_1 B_2$ auf, und zieht die Geraden $B_2 P_1 A_3$.

$A_2 P_1 B_2$ Die A, B_2 ist die Tangente unter P_1 , die $A_1 R, B_1 S$ sind die Endtangente. Die Kurve schneidet die Gerade $S I$ auf 1_2 , die Tangente dortselbst schneidet die $S B_1$ auf 2_1 .

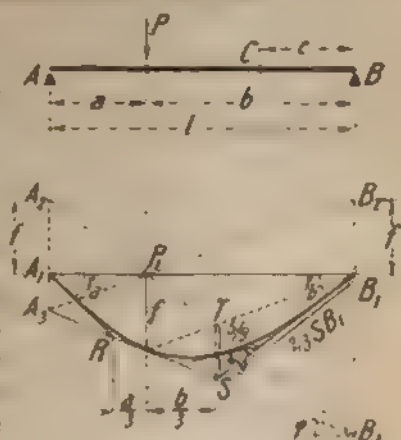


Fig. 231

Die Kurve besteht aus zwei Ästen, die sich nach dem Fall 4 konstruieren lassen.

$$f = \frac{P l^3}{24 EJ} a^2; M_{\max} = \pm P \frac{l-a}{2}$$

$$\varphi = P \frac{l^2 - a^2}{24 EJ}$$

$$\varphi = P \frac{a}{l} \frac{l-a}{24 EJ}$$

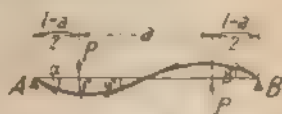


Fig. 232

Übertragender Träger.

Allgemeiner Fall

$$f = \frac{l_2}{6 EJ} [a l_1 + 2 b l_1 - l_2 + c l_2]$$

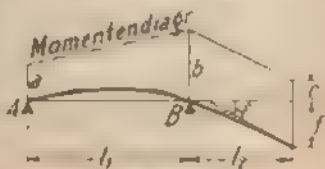


Fig. 233

$$q = \frac{1}{6 E J} [l_1^3 (a + 2b) + 3 l_2 (b + c)]$$

$$10. \quad v = \frac{P}{3 E J} (a + b), \quad \varphi = \frac{P a}{6 E J} (3a + 2b).$$

$$u = \frac{P a l}{6 E J}, \quad \beta = \frac{P a l}{3 E J}.$$

$$y = \frac{P a^3}{6 E J} x^2$$

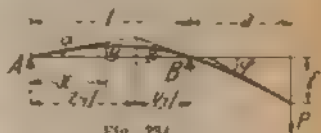


Fig. 234

$$11. \quad f = \frac{M a (3a + 2l)}{6 E J}, \quad u = \frac{M l}{6 E J}$$

$$\beta = \frac{M l}{3 E J}$$

$$y = \frac{M (3a + l)}{3 E J} x$$

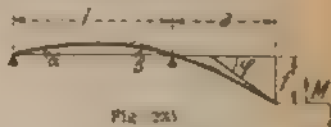


Fig. 235

12. Einseitig eingespannter, sonst freier kreisförmiger Körper.

(Fig. 236.)

Aus den auf Seite 248 aufgestellten allgemeinen Ausdrücken für die Formänderung eines stabförmigen Körpers leitet man ab.

$$dq = \frac{M}{E J} ds, \quad dx = \frac{M r'}{E J} ds,$$

$$dq = \frac{M r'}{E J} ds.$$

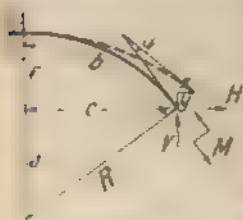


Fig. 236

Das Moment wird am besten mit Hilfe des Halbmessers und der trigonometrischen Funktionen eines veränderlichen Winkels ausgedrückt; nach erfolgter Integration führt man die Längen a, b, c, f und R wieder ein. So gelangt man zu folgenden Formeln, welche gültig sind, so lange der Bogen nicht mehr als ein Kreisviertel umfaßt

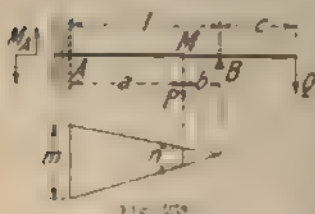
$$q = \frac{M b}{E J} + \frac{H}{E J} (R c - a b) + \frac{1}{E J} (b c - R f).$$

nur an den Enden belastet sind, für welche also obige Formeln anwendbar sind. Die Verschiebungen werden immer auf die Tangente bezogen, welche mit dem nächsten Teil gemeinschaftlich ist. Zum Schluss setzt man die Verschiebungen zusammen.

Dasselbe Verfahren ist anwendbar, wenn der Halbmesser sprungweise wechselt und (annäherungsweise) auch bei stetig veränderlicher Krümmung.

60. Eingespannte Träger.¹⁾

Der einseitig eingespannte Träger. (Fig. 238.)



Das Einspannungsmoment muß die durch die Belastung bei einem einfach gestützten Balken in A entstehende Neigung wieder zu Null machen. Darnach findet man:

$$M_A = - P \frac{a^2 b}{2 l^2} (b + l) = - Q \frac{l^3}{2}$$

Das Moment unter der Last P ist

$$M = P \frac{a^2 b}{l^2} \left(1 - \frac{a(b+l)}{2 l^2} \right) = - Q \frac{l^3 - 3 a^2}{2 l^2}$$

Die Auflagerkräfte sind

$$A = P \frac{b}{l} \left(1 + \frac{a(b+l)}{2 l^2} \right) = Q \frac{3 l}{2 l}$$

$$B = P \frac{a}{l} \left(1 + \frac{b(b+l)}{2 l^2} \right) = Q \frac{2 l + 3 a}{2 l}$$

Graphisch kann M_A ermittelt werden, indem man

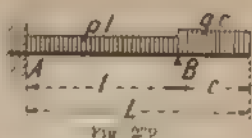
1. $P \frac{a^2 b}{l^2}$ unter A aufträgt und diese Strecke von einem Punkt unter B auf die Senkrechte durch P projiziert.

2. Dann ist $M_A = - \frac{b(b+l)}{2}$

¹⁾ Bei dieser und den folgenden Anwendungen der oben angegebenen Formeln ist die Last P als gleichmäßig verteilt und Normalkraft vorzunehmen, und die Tragabwägung ist als statisch vorausgesetzt worden.

Bei gleichmäßig zwischen A und B verteilter Last ist Fig 239

$$A = \frac{3}{8} pl, B = \frac{5}{8} pl, M_A = -\frac{pl^2}{8}.$$



Das größte positive Moment

auf $\frac{1}{2}l$ von der Einspannungsstelle ist. $M = \frac{9}{128} pl^2$

Die Last auf dem überkragenden Arm darf als in ihrem Schwerpunkt konzentriert angesehen werden, ist sie gleichmäßig verteilt, so ergibt sich:

$$M_A = -\frac{c^2}{4} q, M_B = -\frac{c^2}{2} q$$

Die beiden größten Momente haben gleich großen absoluten Wert, wenn $c = l \sqrt{\frac{p}{6q}}$. Ein einseitig eingespannter Balken, der nur eine gleichmäßig verteilte Last trägt, wird also am wirksamsten unterstützt, wenn

$c = 0.71 L$. Das größte Moment ist alsdann

$$M = 0.042 p L^2 \text{ gegenüber } M = 0.125 p L^2$$

bei Stützung am Ende

Auf eine wirksame Einspannung kann nur in dem Fall gerechnet werden, wo ein eiserner Träger mit wirklich unverschiebblichen Konstruktionsteilen fest verbunden ist. Diese Verbindung muß nach dem Wert des Einspannungsmomentes dimensioniert werden.

Der beiderseits eingespannte Träger. (Fig 240)

Die beiden Einspannungsmomente müssen die Neigungen, welche bei den Enden des einfach gestützten Balkens entstehen, rückgängig machen. Darnach findet

$$\text{man } M_A = P \frac{a b^3}{l^2}, M_B = P \frac{a^3 b}{l^2}.$$

$$M_B = P \frac{a^3 b}{l^2}.$$

Das Moment unter der Last ist:

$$M = P \frac{a b}{l} \left(1 - \frac{a^2}{l^2} - \frac{b^2}{l^2} \right).$$

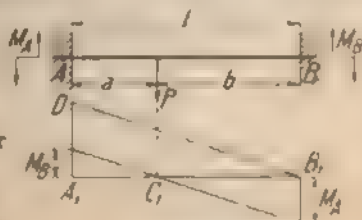


Fig 240

Die Auflagerkräfte sind:

$$A = P \frac{b}{l} \left[1 + \frac{a}{l} \left(\frac{b}{l} - \frac{a}{l} \right) \right], \quad B = P \frac{a}{l} \left[1 + \frac{b}{l} \left(\frac{a}{l} - \frac{b}{l} \right) \right]$$

Graphisch ermittelt man gleichzeitig die beiden Einspannungsmomente durch folgende Konstruktion man macht $A_1 D = P \frac{a \cdot b}{l}$ und zieht durch C_1 die Parallele zu $D B_1$, welche bei A_1 das Moment M_B abschneidet und bei B_1 M_A .

Bei gleichmäßig verteilter Last sind die Einspannungsmomente $M_A = M_B = -\frac{p l^2}{12}$. In der Mitte des Trägers ist $M = +\frac{p l^2}{24}$. Die Durchbiegung in der

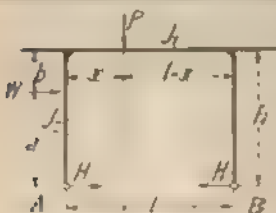
Mitte ist $f = \frac{p l^4}{384 E J}$ d. h. nur $\frac{1}{3}$ von der eines einfach gestützten Balkens. Das Moment ist gleich Null in den Punkten deren Abstände von den Enden $0,211 l$ beträgt.

Bezüglich der Einspannungen gilt das für den einseitig eingespannten Träger Gesagte.

61. Portale.

1. Das zweigelenkige Portal (Fig. 241)

Das System ist einfach statisch unbestimmt, man kommt also mit der Einflußlinie einer einzigen statisch nicht bestimmbar GröÙe aus. Am besten wählt man dazu



den Horizontalschub, die betreffende Einflußlinie ist eine Parabel mit der Gleichung

$$f = \frac{x(l-x)}{2 h l \left(1 + \frac{2 h}{l} \frac{J_1}{J_2} \right)}$$

die Pfeilhöhe ist

$$f_{max} = \frac{l}{8 h \left(1 + \frac{2 h}{l} \frac{J_1}{J_2} \right)}$$

Fig. 241

Hat das Portal Kragarme, so wird die H Linie verlängert, indem man die Kurve in die beiden Endtangenten übergehen läßt.

Für jede Belastung rechnet man die Momente wie für einen einfachen Balken und zieht das für den Riegel konstante Moment Hh ab. Es ist auch nicht schwer, die Einflußlinie für das Moment in einem beliebigen Querschnitt zu konstruieren, sie sieht so aus wie eine Einflußlinie für einen Bogenträger.

Auf die Kragarme hat die Kraft H keinen Einfluß.

Wirkt die wagerechte Kraft W auf einen Ständer, so ist:

$$H_A = \frac{W}{2} \left[1 + \frac{h}{3l} \frac{J_1}{J_2} \left(3 \frac{h}{l} - \frac{h^2}{l^2} + 1 \right) \right], \quad H_B = W - H_A$$

Ist die Last W auf den ganzen Ständer gleichmäßig verteilt, so wird:

$$H_A = \frac{W}{2} \left[1 + \frac{h}{3l} \frac{J_1}{J_2} \left(1 + \frac{2h}{l} \frac{J_1}{J_2} \right) \right]$$

Einfluß einer Längenänderung der Sehne. Der entsprechende Horizontalschub ist

$$H = \frac{E J_1 \cdot \Delta l}{h^2 l \left(1 + \frac{2h}{3l} \frac{J_1}{J_2} \right)}$$

Für eine Temperaturschwankung von $\pm 40^\circ \text{C}$ ist

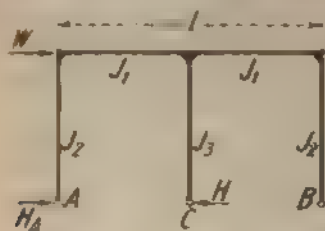
$H = \frac{l}{2100}$, man kann also mit genügender Annäherung setzen:

$$H_t = \frac{J_1}{h^2 \left(1 + \frac{2h}{3l} \frac{J_1}{J_2} \right)}$$

II. Das Doppelportal.

Unter diesem Namen verstehen wir das in Fig 242 gezeichnete System, bei welchem der Riegel durch-

geht und mit den Ständern steif verbunden ist, während diese gelenkig aufgelagert sind. Das System ist



dreifach statisch unbestimmt; für einige besondere Belastungsfälle können aber einfache Formeln aufgestellt werden.

Für vertikale gleichmäßige Belastung des Riegels hat man:

$$H_A = H_B = \frac{p l^2}{16} \left(\frac{J_3}{J_2} + 3 \frac{h}{l} \right), \quad H = 0$$

$$A = B = \frac{5 p l}{16} \frac{h}{l}, \quad C = \frac{5 p l}{8} - 6 H_A \frac{l}{h}$$

Für die auf der Höhe des Riegels angreifende Horizontalkraft W wird

$$H = W \frac{1}{8} \left(\frac{J_1}{J_2} + 3 \frac{l}{h} \right), \quad H_A = H_B = W \frac{1}{8} \left(\frac{J_1}{J_2} + 3 \frac{l}{h} \right)$$

$$A = + B = W \frac{h}{l}, \quad C = 0$$

Bei einer Temperaturänderung ist

$$H_A = H_B = \frac{E J_1 l}{2 h^2} \left(\frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3} \right), \quad H = 0$$

Dabei wird der Riegel in der Mitte durch die Kraft $C = 6 H_A \frac{h}{l}$ belastet. Die vertikalen Auflagerkräfte sind

$$A = B = 3 H_A \frac{h}{l}, \quad C = 6 H_A \frac{h}{l}$$

Für l setzt man 2100

Vorstehende Formeln sind auch für den Fall brauchbar, daß man zwei benachbarte kleine Hallen durch feste

Verbindung der Dachbinder mit den Ständern gegen den Wind absteifen will. Dafs aber auf diesem Wege nur eine grobe Annäherung zu erreichen ist, braucht kaum hervorgehoben zu werden.

III. Das Portal mit Diagonalen und biegefesten Füfsen.

Man nimmt an, dafs die Diagonalen gelenkig angeschlossen sind, ob sie in ihrem Kreuzungspunkte mit einander verbunden sind oder nicht, ist für die Berechnung gleichgültig.

Das System ist einfach statisch unbestimmt, indem die Horizontalkraft H als Unbekannte auftritt (Fig. 213). Zur angenäherten Berechnung setzt man

$$H = (P + Q) \operatorname{ctg} \alpha.$$

Kommen auch horizontale Kräfte am oberen Riegel in H

Betracht so kann man sie

gleichmäfsig auf beide Füfsen verteilen. Kräfte, die an irgend einem Punkt eines Ständers angreifen, werden auf dessen Kopf und Fuß nach dem System des einfachen Balkens verteilt. Ist die Kraft H bekannt, so liefert ein Cremona Kräfteplan (Seite 148) alle Kräfte.

Die genaue Berechnung dieses Systems liefert für H bis auf 10% kleinere Werte als die der angenäherten; man sollte also im allgemeinen nicht vernachlässigen, die genaue Untersuchung durchzuführen.

Die rechnerische Behandlung führt zu Formeln, deren Komplikation im Misverhältnis steht zu der Einfachheit der Aufgabe; einfach und übersichtlich ist dagegen die graphische Berechnung.

Man laßt in A und in B (Fig. 244) je eine Kraft $H = 1 \text{ t}$ wirken, und zerlegt diese Kraft in eine rechtwinklige und eine parallele zu AC . Alsdann wirkt in

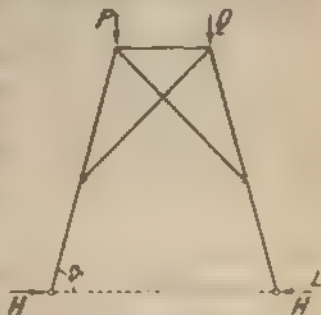


Fig. 213

in C die Kraft $K \frac{AD}{DC}$ als Druck gegen die Diagonale, und in D die Kraft $K \frac{AC}{DC}$ als Zug schrag am Riegel. In C wirkt die Kraft L wirkt längs des ganzen Ständers. Im Kräfteplan macht man $ab = L$, $ac = K \frac{AD}{DC}$, und zieht bc parallel zu EC , so ergeben sich die Kräfte der Diagonalen und des oberen Teiles des Ständers. Nun trägt man $bd = K \frac{AC}{DC}$ auf, zieht df parallel zu DP und fe parallel zu BA . Dadurch sind alle übrigen Kräfte bestimmt.

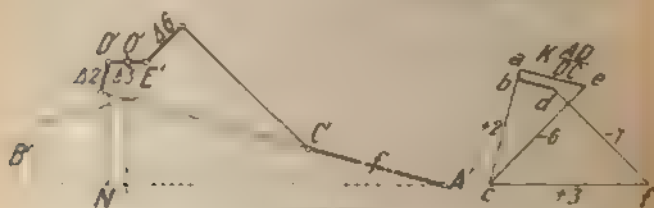
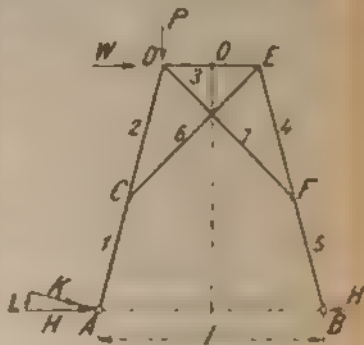


Fig. 244

Auf grund dieser Kräfte berechnet man die Längenänderungen der einzelnen Stäbe und bestimmt ferner die Durchbiegung f des Ständers als Balken in C und D unterstützt und in A durch die Kraft K belastet. Jetzt ist es möglich, einen Willhot-Plan zu zeichnen. Den Punkt O und die Richtung von DE als fest betrachtend, findet man nach dem allgemeinen Verfahren die Punkte D' , E' , C' . Von C' aus trägt man nach Größe und Richtung die Durchbiegung f an und erhält so A' . Dank der Symmetrie der Figur kann man gleich auch B' finden. Sollten die Punkte A' und B' zu weit

laufen, so ist vorzuziehen, statt den Verschiebungsplan entsprechend klein zu zeichnen, den Einfluss der Strecke rechnerisch zu berücksichtigen.

Nun verursacht eine vertikale Kraft P in D den Horizontalschub $P \frac{D'N}{B'N}$, eine Horizontalkraft W in D verursacht in A den Horizontalschub $H_A = W \frac{A'N}{A'B'}$ und in B $H_B = W \frac{B'N}{A'B'}$.

Hiermit hat man alle Elemente, um graphisch oder rechnerisch die Stabkräfte und Momente zu ermitteln.

Temperaturkraft. Einer Temperaturänderung von 100° entspricht eine Längenänderung $\Delta l = \frac{l}{2100}$ und die Kraft $H_t = \Delta l \frac{E}{A'B'}$.

IV. Schlankke Portale auf zwei Gelenken gestützt.

Sind die Ständer eines Portals sehr hoch im Vergleich zu ihrer wagerechten Entfernung, so ist hauptsächlich ihre Durchbiegung für die Bestimmung der H -Länge maßgebend. Stehen die Füße vertikal, so sind bei senkrechter Belastung die Ordinate der H -Länge immer sehr klein,

da h die durch den

Horizontalschub

entstehende Ver

änderung der Mo

mente in dem Riegel

ist gering. Bei der

Wirkung äußerer

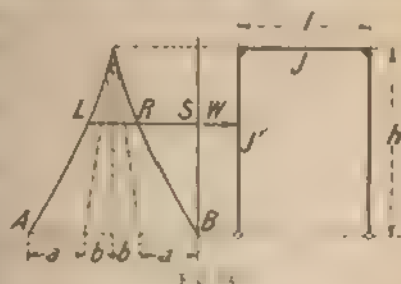
horizontaler Kräfte

entstehen dagegen

hohe Beanspruchungen und starke Formänderungen,

die unter Umständen für die Dimensionierung allein

maßgebend sind.



Die Horizontalkräfte dürfen, wenn sie oben am Riegel angreifen, gleichmäßig über beide Füße verteilt werden. In andern Fällen muß die Verteilung mit Hilfe einer Einflußlinie festgestellt werden.

Macht man nach Fig 245. $a = \frac{2}{3} \frac{h}{k} \frac{J'}{J}$, $b = \frac{1}{3} \frac{h}{k}$,

wo k eine beliebige Größe darstellt, so ist von den beiden kubischen Parabeln, deren Scheitel auf der Höhe des Riegels liegt, die Tangente in der Spitze und je ein Punkt bestimmt, die Kurven sind demnach leicht zu konstruieren (Seite 277).

Von einer Kraft $W = AB$ wird der Teil LS von dem linken, RS von dem rechten Lager aufgenommen.

Bei einem Portal mit geneigten Schenkeln (Fig 246) sind die Momente in denselben gleich Null für jede

Belastung, für welche der Längenzug der drei Achsen als Seilpolygon der Lasten betrachtet werden kann.

Dieses Verschwinden der Momente trifft mit der selben Annäherung zu, mit welcher die Formänderung infolge der axialen Kräfte vernachlässigt werden darf, wie dies meistens der Fall ist. Hat man aber das Portal genau nach der

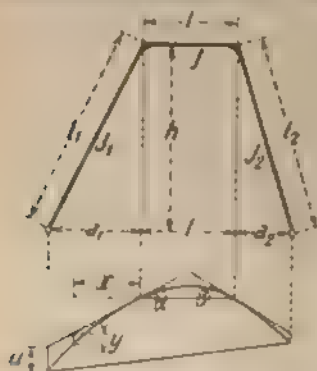


Fig. 246

theoretischen Form für zwei unveränderliche Lasten in den oberen Ecken konstruiert, und sind dabei die Schenkel leicht dimensioniert, so ist das Auftreten von merklichen Momenten nicht ausgeschlossen besonders wenn die Schenkel sehr flach liegen.

Die H Linie besteht aus drei Teilen: der mittlere dem Riegel entsprechend, ist eine Parabel mit der Pfeilhöhe $h/2$. Auf der linken Seite schließt sich eine kubische

Parabel an, deren Ordinaten, von der Tangente vertikal gemessen, durch die Gleichung $y = \frac{a_1 h l_1}{6 E J_1} \left(3 \frac{x^2}{a_1^2} - \frac{x^3}{a_1^3} \right)$

ausgedrückt sind, die Endordinate ist also: $u = \frac{a_1 l_1 h}{3 E J_1}$

Analog auf der rechten Seite. Die Einheit für die Ordinaten ist $H = \frac{h^2}{E} \left(\frac{1}{3 J_1} + \frac{1}{J} + \frac{l_2}{3 J_2} \right)$

Bei einer Temperatur-Änderung kann man den Wert von H aus der Bedingung ableiten, daß die Längenerweiterung der Sehne gleich $H \cdot H$ sein muß.

Die obige Konstruktion der H -Linie setzt voraus, daß die Trägheitsmomente konstant sind. Diese Bedingung wird oft nicht einmal annähernd erfüllt; alsdann kann man das allgemeine Verfahren (Seite 251) anwenden, oder für jeden Stab die Biegelinie für sich zeichnen. Die Ordinaten y , die man von der Tangente aus aufträgt, entsprechen den vertikalen Projektionen der Ordinaten der gezeichneten Kurve. Die horizontale Verschiebung der Füße ist gleich der Summe der horizontalen Projektionen der Endordinaten, vergrößert um $\alpha + \beta \cdot h$. Diese Horizontalverschiebung ist die Einheit für die H Linie.

V. Das Bogenportal.

Zur analytischen Behandlung nimmt man am besten an, daß der Bogen in seinem höchsten Punkt O (Fig. 247) fest eingespannt und die Fußgelenke mit den Kräften $H = 1$ belastet seien. Darnach werden mit Hilfe der auf Seite 280 angegebenen Formeln, die Verschiebungen der Punkte C, A, D und B bestimmt, die man nach Größe und Richtung von dem festen Punkt O in B', D', C' und A' aufträgt; durch einfache Projektion erhält man je fünf Punkte der beiden Einflußlinien, für den Horizontal-schub infolge senkrechter Belastungen A'', \dots, B'' und waagrechter Kräfte $A''' \dots, B'''$. Für beide ist die Strecke $A''' B'''$ die Einheit. Eine Kraft W erzeugt z. B. $H_B = W \frac{x}{A''' B'''}$

Einer Längsänderung der Sehne entspricht

$$H = \frac{1}{2} A'' B''$$

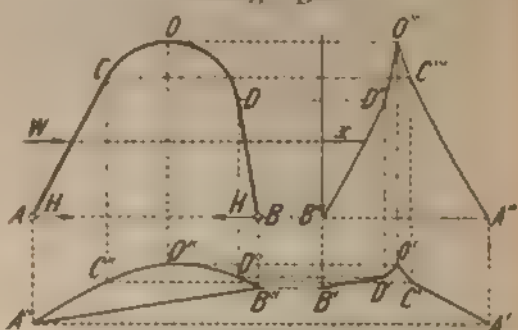


Fig. 237

Für den Fall, daß die Schenkel vertikal sind (Fig. 248) und das Trägheitsmoment durchweg konstant

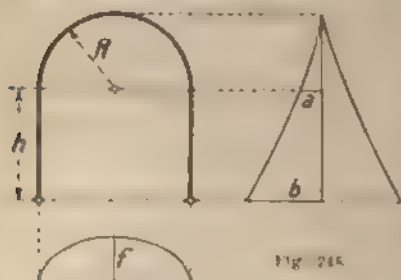


Fig. 248

ist, kann man in einer einfachen Berechnung ankommen.

Für Vertikallasten ist die H-Linie mit genügender Annäherung eine halbe Ellipse mit der kleinen Halbachse

$$f = \frac{3}{2} \frac{8q + 7}{\psi} \text{ wo } q = \frac{h}{R} \text{ und } \psi = 14q^3 + 66q^2 + 84q + 35$$

Für $q = 0,6 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0 \quad 1,1 \quad 1,2$
ist $\psi = 110 \quad 129 \quad 150 \quad 172 \quad 197 \quad 224 \quad 253$

Für $q = 1,3 \quad 1,4 \quad 1,5 \quad 1,6 \quad 1,7 \quad 1,8 \quad 1,9 \quad 2,0$
ist $\psi = 285 \quad 319 \quad 355 \quad 394 \quad 435 \quad 480 \quad 527 \quad 577$

Die Einflußlinie für Horizontalkräfte kann mit genügender Genauigkeit konstruiert werden mit Hilfe der Größen $a = 3,11 + 21q$ $b = \psi$. Bei Temperaturänderungen ist

$$H_t = \frac{21 EJ}{R^2} \frac{\Delta t}{\psi} = \frac{43 J}{R^2} \psi$$

VI. Das eingespannte Portal.

Sind beide Füße eines Portals fest eingespannt so, so ist dort die Tangente zur elastischen Linie vertikal sein muß, so ist das System dreifach statisch unbestimmt. Zur allgemeinen Lösung der Aufgabe führt Betrachtung der folgenden Belastungsfälle

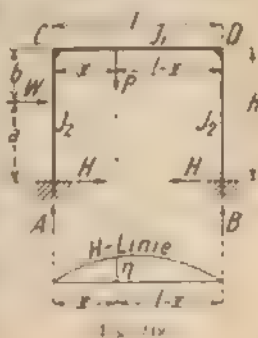
- zwei gleiche Lasten in gleicher Entfernung von der Mitte. Dank der vollständigen Symmetrie des Systems und der Belastung ist das Portal auch in deformiertem Zustand symmetrisch in bezug auf seine Mittellinie. Auf $1/2$ der Höhe vom Fuße ab gerechnet ist bei den Ständern das Biegemoment gleich Null, man kann sich also dort ein Gelenk eingeschaltet denken.
- derselbe Belastungsfall wie vorher mit dem einzigen Unterschied, daß eine der beiden Lasten negativ ist, d. h. von unten nach oben wirkt. Der Horizontal Schub ist gleich Null.

Ermittelt man für beide Belastungsfälle Kopfmomente, Fußmomente und Auflagerkräfte und addiert sie algebraisch, so erhält man die betreffenden Formeln für den Fall einer Einzellast auf dem Riegel. Nach einem ähnlichen Verfahren behandelt man die anderen hier betrachteten Belastungsfälle.

a. Vertikalbelastung des Riegels durch eine Einzellast.

Fig. 249

$$\begin{aligned}
 & \text{Biegelinie: } \frac{3x^2 l}{2hl} - \frac{x^3}{2} + q \cdot \frac{x^4}{24} \\
 & M = \frac{3l}{8h} \left(\frac{x^2}{2} - q \cdot \frac{x^3}{6} \right) - \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l} \\
 & P = \frac{x^2 l}{2l} \left[\frac{1}{2} - \frac{l}{2x} + \frac{2x}{l} \right] \\
 & H = \frac{x(l-x)}{2l} \left[\frac{1}{2} - \frac{l}{2x} + \frac{2x}{l} \right] \\
 & P = \frac{x^2 l}{l} \left[\frac{1}{2} - \frac{l}{2x} + \frac{2x}{l} \right]
 \end{aligned}$$



$$M_D = P^x \frac{l-x}{l} \left[-\frac{1}{2+q} + \frac{l-2x}{2l} \frac{1}{1+6q} \right],$$

$$A = P^l \frac{x}{l} \left[1 + \frac{l-2x}{l} \frac{x}{1+6q} \right]$$

$$B = P^x \frac{l}{l} \left[1 - \frac{l-2x}{l} \frac{(l-x)}{1+6q} \right],$$

$$H_1 = \frac{11 E J_1 3 (2q+1)}{l^2 h^2 q (q+2)}, \text{ für } 40^\circ \text{C } 11 = \frac{l}{2100}$$

$$M_A = M_B = H_1 h \frac{1}{1+2q},$$

$$M_C = M_D = -H_1 h \frac{q}{1+2q}$$

2. Windbelastung.

a) Als Einzellast auf einen Ständer

$$M_A = -\frac{W a^2}{2h} \left\{ \frac{h+b}{a} - \frac{1+q}{2+q} \frac{b}{h} - \frac{3q}{1+6q} \right\}$$

$$M_B = \frac{W a^2}{2h} \left\{ 1 - \frac{3q}{1+6q} + \frac{1+q}{2+q} \frac{b}{h} \right\}$$

$$M_C = -\frac{W a^2}{2h} \left\{ \frac{q}{2+q} \frac{b}{h} + \frac{3q}{1+6q} \right\}$$

$$M_D = -\frac{W a^2}{2h} \left\{ \frac{q}{2+q} \frac{b}{h} - \frac{3q}{1+6q} \right\}$$

$$M_N = W \frac{ab}{h} - \frac{W a^2 b}{2h} \left[\frac{h(q+1)}{(2+q)h} + \frac{3q}{1+6q} \frac{h+b}{a} \right]$$

$$H_A = \frac{W a^2 b}{2h^3} \left\{ \frac{h}{a} - \frac{1}{2+q} \right\} - W \frac{b-h}{2h}$$

$$H_B = W \frac{h}{2h} - W \frac{1}{2h^3} \left\{ \frac{h}{a} - \frac{1}{2+q} \right\}$$

$$A = W \frac{a^2}{l h} \frac{3q}{1+6q}; \quad B = W \frac{a^2}{l h} \frac{3q}{1+6q}$$

Greift W in Höhe des oberen Riegels an, wird $ab = h$ und $b = 0$, so ergibt sich einfach

$$M_A = -M_B = \frac{W h}{2} \frac{1+3q}{1+6q},$$

$$-M_C = -M_D = \frac{W h}{2} \frac{3q}{1+6q};$$

$$A = B = -\frac{W h}{l} \frac{3 q}{1 + 6 q}; \quad H_A = H_B = \frac{W}{2}.$$

b) Gleichmäßig verteilte Last auf einem Ständer. (Fig. 250.)

$$M_A = -\frac{W h}{4} \left(\frac{1 + 4 q}{1 + 6 q} + \frac{1}{6} \frac{3 + q}{2 + q} \right);$$

$$M_B = \frac{W h}{4} \left(\frac{1 + 4 q}{1 + 6 q} - \frac{1}{6} \frac{3 + q}{2 + q} \right);$$

$$M_C = \frac{W h q}{2} \left(\frac{1}{1 + 6 q} + \frac{1}{12} \frac{1}{2 + q} \right);$$

$$M_D = \frac{W h q}{2} \left(-\frac{1}{1 + 6 q} + \frac{1}{12} \frac{1}{2 + q} \right);$$

$$H_A = -\frac{W}{24} \frac{33 + 16 q}{2 + q}; \quad H_B = \frac{W}{24} \frac{15 + 8 q}{2 + q}.$$

$$A = -W \frac{h}{2 l} \frac{1 + 4 q}{1 + 6 q}; \quad B = +W \frac{h}{2 l} \frac{1 + 4 q}{1 + 6 q}.$$

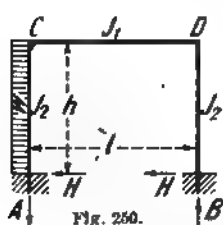


Fig. 250.

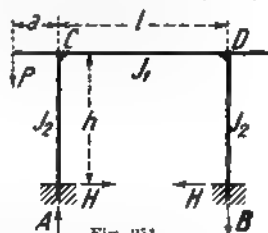


Fig. 251.

Portal mit überkragenden Armen. (Fig. 251.)

$$M_A = \frac{P a}{2} \left[\frac{1}{1 + 6 q} - \frac{1}{2 + q} \right];$$

$$M_B = -\frac{P a}{2} \left[\frac{1}{1 + 6 q} + \frac{1}{2 + q} \right];$$

$$M_C = \frac{P a}{2} \left[\frac{1}{1 + 6 q} + \frac{1}{2 + q} \right];$$

$$M_D = \frac{P a}{2} \left[-\frac{1}{1 + 6 q} + \frac{1}{2 + q} \right];$$

$$H = -\frac{3}{2} \frac{P a}{h} \frac{1}{2 + q}; \quad A = P + \frac{P a}{l} \frac{6 q}{1 + 6 q};$$

$$B = -\frac{P a}{l} \frac{6 q}{1 + 6 q}.$$

VII. Das geschlossene Brückenportal.

Das System ist im allgemeinen Fall dreifach statisch unbestimmt, doch vereinfacht sich die Behandlung in speziellen Fällen wesentlich.

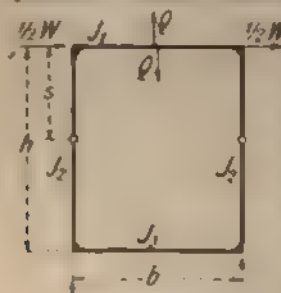


Fig. 252

Unter der Annahme dass nur die Belastung durch W in der Kraft vorliegt, und zwar auf die Kraft W (Fig. 252), genau der Achse des oberen Riegels angreift, ist die Querkraft Q in der Mitte:

$$Q = W \frac{h}{b} \frac{3J_2 + J_1}{J_1 + 6J_2 + J_1} = W \frac{h}{2b} \frac{3J_2 + J_1}{J_1 + 6J_2 + J_1}$$

Man kann sich dann dort in den Riegel ein Gelenk eingeschaltet denken, denn das Biegemoment ist Null, die Langkraft ist gleich $\frac{W}{2}$. Damit sind also alle Elemente zur Berechnung sämtlicher Momente und Kräfte gegeben.

Die Punkte der Ständer, wo das Biegemoment zu Null wird, die Wendepunkte der elastischen Linie, sind gegeben durch:

$$s = \frac{Q}{W} \frac{h}{b} \frac{3J_2 + J_1}{J_1 + 6J_2 + J_1}$$

Dort kann man sich ein Gelenk eingeschaltet denken, wodurch die Berechnung wesentlich erleichtert wird. Dabei wird die Windkraft gleichmäßig auf beide Ständer verteilt.

Eine Annäherungsformel ist $s = \frac{h}{2}$

Es soll hier ausdrücklich betont werden, dass selbst die genaue Berechnung nur als eine grobe Annäherung gelten kann, da die Voraussetzungen der Theorie, be-

weilens hinsichtlich der Angriffspunkte der äußeren Kräfte und der Länge der Stäbe, meist nicht einmal annähernd der Wirklichkeit entsprechen. Eine genaue Berechnung ist überhaupt erst nach der Dimensionierung an Hand einer vorläufigen Zeichnung möglich.

VIII. Das Brückenportal mit Fachwerkriegeln.

Unter der Annahme, daß die Riegel vollständig zum Scheitern bilden, läßt sich die Lage der Wendepunkte der elastischen Linie der Ständer (Fig. 253) durch folgende Formeln berechnen:

$$\frac{(2h + 3s)}{(2h + 4s)} \cdot \frac{(2a + 3s)}{(2h + 4s)} = \frac{(2a + 3s)}{(2h + 4s)}$$

In diesen Punkten der Ständer kann man sich je nach Gelenk eingeschaltet denken, macht man weiter die Annahme, daß die Windkraft gleichmäßig auf beide Ständer verteilt, so ist es möglich, sämtliche Momente zu ermitteln.

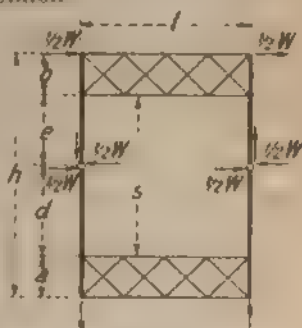


Fig. 253

Selbstverständlich kann diese Berechnung nur als eine grobe Annäherung gelten. Doch läßt sich auf Grund derselben eine Querschnittsbestimmung vornehmen an Hand deren man das System nachträglich genauer untersucht. Dazu kann man folgenden Weg einschlagen:

Unter vorläufiger Beibehaltung der Lage der gedachten Gelenke wird jede Hälfte des Portals für sich betrachtet. Man ermittelt alle äußeren Kräfte und, auf Grund der Formänderung jedes Systems, die Neigung der Biegelinie der Ständer bei den Gelenken. Diese Neigungen müssen unter sich gleich sein (auch bei der genauen Berechnung ist es meistens zulässig, die Kraft W gleichmäßig zu verteilen, wie in der Figur angedeutet).

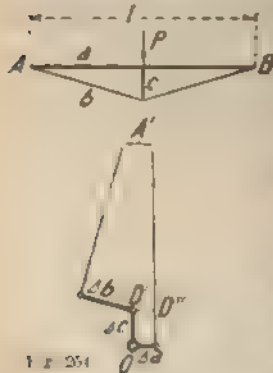
alsdann braucht man nur die eine Hälfte jedes Systems zu berücksichtigen). Nun schreibt man den Größen c und d eine noch unbekannte Änderung zu, für beide gleich, aber entgegengesetzt, und berechnet (am besten algebraisch) die hierdurch verursachte Änderung in der Neigung der Biegelinie der Ständer bei den Gelenken. Die Berechnung führt zu einem Ausdruck in welchem die unbekannte Änderung von c und d nur in der ersten und zweiten Potenz vorkommt; ihr Wert kann also auf die Lösung einer Gleichung zweiten Grades zurückgeführt werden.

Wenn diese Behandlung der Aufgabe auch nicht streng genau ist, so wird sie doch als angenähert gelten können.

62. Armierte Balken.

I. Der einfach armierte Balken.

Mit Rücksicht auf den durchgehenden Balken ist das System einfach statisch unbestimmt. Jedoch ist die Nachgiebigkeit des Balkens so stark im Verhältnis zu derjenigen des Mittelpfostens und der Zugstangen, daß es im allgemeinen zulässig ist im mittleren Punkt des Balkens ein Gelenk anzunehmen. Als dann ist die Kraft in dem



Pfosten $X = P$ und in den Zugstangen $S = P \frac{b}{2c}$. (Fig. 254)

Nur wenn das Verhältnis

sehr klein gewählt wird (etwa 1:10 oder darunter) kann diese einfache Berechnungsart zu ungenauen Ergebnissen führen. Die

genaue analytische Behandlung führt zu sehr verwickelten Ausdrücken; sehr zu empfehlen ist da

gegen das graphische Verfahren. Als statisch nicht bestimmbar Kraft wählt man am besten die Druckkraft X im Pfosten c . Man schreibt ihr den Wert $= 1$ zu, ermittelt darnach die anderen Stabkräfte und die Längenänderungen aller Stäbe sowie die Durchbiegung f des Balkens, unter der Annahme $E = 1$. Nun nimmt man den oberen Punkt des Pfostens und die Furtung desselben als fest an, trägt von einem Pole O aus die Verkürzung Ja der linken Hälfte des Balkens, wie die Verkürzung Jc des Pfostens, weiter von D' aus die Verlängerung Jb der linken Zugstange in Größe und Richtung auf. Durch die zwei Lote in den Endpunkten von Ja und Jb ist der Punkt A' bestimmt, der vertikale Abstand der Punkte A' und D' , zu der Durchbiegung f des Balkens addiert, ist die Einheit für die Einfluslinie. Die Einfluslinie ist nichts anderes als die Biegelinie des Balkens unter der Belastung 1 durch die Stäbe; man zeichnet sie nach dem auf Seite 278 angegebenen Verfahren. Nach dem größten Wert von A berechnet man den Pfosten und die Zugstangen. Der Balken selbst (Obergurt) ist so zu berechnen, als ob er in A und B gestützt wäre, und auf ihn außer der Belastung noch die aufwärts gerichtete Kraft X und die Achsenkraft $X \frac{a}{2c}$ wirkten.

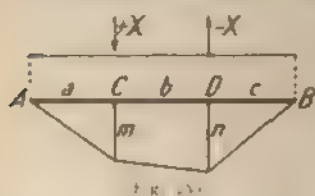
Dieses Verfahren gestattet den Einfluß des veränderlichen Momentes des Trägers sowie die eventuell extrinsischen Anschlüsse der Zugstangen zu berücksichtigen, was in manchen Fällen, z. B. bei der Verstärkung eines vorhandenen Trägers, nötig werden kann.

Mitunter wird ein holzerner Balken armiert; in diesem Fall kann man nicht mehr $E = 1$ annehmen, sondern muß für jeden Stab den richtigen Elastizitätsmodul einsetzen. Der Übersichtlichkeit halber wird für alle Stäbe ein gemeinschaftlicher Faktor eingeführt, um nicht mit sehr kleinen Zahlen rechnen zu müssen. Außerdem ist der Einfluß einer Temperaturänderung

zu berücksichtigen, was keine Schwierigkeit bietet, da die Längenänderungen sich leicht berechnen lassen. Man ermittelt aus rein geometrischen Betrachtungen die kleine Strecke ll , um welche die Stäbe zu kurz oder zu lang ist, und erhält: $X = \frac{Jl}{A'D' + l}$. Für sogenannte Sprengwerke, wo die Armerungsstäbe oberhalb des Balkens angeordnet sind, ist im allgemeinen eine genaue Untersuchung nicht nötig, weil diese Stäbe wegen der Knickgefahr ziemlich starke Abmessungen erhalten und das Verhältnis $\frac{d}{l}$ einen großen Wert hat.

II. Der doppeltarmierte Balken.

Das System ist einfach statisch unbestimmt, jedoch genügt in vielen Fällen eine einfache angenäherte Berechnung, da die Längenänderung der Stäbe lange nicht dem Einfluß der Durchbiegung des Balkens gleichkommt. Bei gelenkigen Knotenpunkten mußte das mittlere Feld eine Diagonale erhalten, was indes, besonders bei symmetrischer Anordnung, meist unterbleibt, indem man dem Balken der biegezugfest sein muß um Lasten zwischen den Knotenpunkten tragen zu



können die Aufnahmen des Stabes durch entstehenden Momenten wohl zumuten kann. Dieser Umstand muß natürlich in der Berechnung berücksichtigt werden. Das System des Zuglandes und der

Pfosten ist nur dann im Gleichgewicht, wenn es die Form des Seilpolygons der zwei Lasten in C und D mit passender Polentfernung darstellt, d. h. es muß sein:

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{c} = \frac{m}{n}$$

Fig. 255. Stimmt die Belastung

hiermit nicht überein, so muß der biegungsfeste Balken die Differenz aufnehmen, d. h. der Balken wird mit den beiden Kräften $+X$ und $-X$ belastet.

Liegen Einzellasten auf dem Balken, so verteilt sich sie nach dem Gesetz des einfachen Balkens auf die benachbarten Knoten, erhält man dabei die Belastung P über C und Q über D , so ist:

$$P = \frac{a}{m} \cdot \frac{b}{n} \cdot \frac{m}{a+c} - Q = \frac{a}{m} \cdot \frac{b}{n} \cdot \frac{m}{a+c}, \text{ außerdem gilt}$$

$$P + Q$$

$$\text{ist in dem Balken die Druckkraft } H = \frac{m}{a} + \frac{n}{c}$$

Das Moment infolge der Zwischenlasten wird am besten wie für einen einfachen Balken berechnet, dessen Spannweite gleich der Strecke zwischen den Knoten ist. Die Sätze über den durchgehenden Träger sind für die Momente nicht ohne weiteres anwendbar, da die Stützen nicht als starr angesehen werden können.

Sehr einfach gestaltet sich die graphische Berechnung. Von einem beliebigen Pol aus Fig. 256 zieht man Strahlen, welche parallel zu den drei Zugstangen laufen, und schneidet sie durch eine beliebige Senkrechte, auf welcher die Strecken C und D

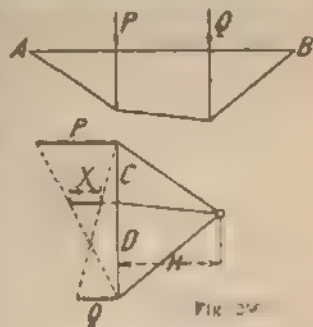


FIG. 256

in einem vorläufig unbekannten Maßstabe erscheinen. Darauf ermittelt man X , wie aus der Figur hervorgeht, indem man P und Q im richtigen Maßstab aufträgt. Man muß aber $C = P - X$ und $D = Q + X$ sein, aus diesen Bedingungen läßt sich der Maßstab des Diagramms ableiten, falls man nicht vorzieht, durch eine neue Senkrechte die Figur in einem bequemen Maß-

stab umzuzeichnen. Nun kann man H ermitteln, da die Längen der Strahlen geben die Kräfte der Zugstabe der Strecken C und D diejenigen der Pfosten an. Die externen lastet man meist in den Drittelpunkten des Balkens angreifen und nimmt ihre Länge gewöhnlich gleich $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{10}$ der ganzen Länge des Balkens, sodann ist die angenäherte Berechnung genügend.

Bleibt man wesentlich unter dieser Trägerhöhe, so ist die genaue Berechnung durchzuführen. Als statisch nicht bestimmbar Grösse wird am besten die überall gleiche Horizontalprojektion H der Kraft in dem Zugband gewählt. Man setzt sie gleich eins, berechnet die auftretenden Kräfte und die Verschiebung des Systems in der Richtung von H . Alsdann ermittelt man die Biegelinie des Balkens, dessen Momentenfläche durch den Längenzug des Zugbandes gegeben ist, und die eine weitere Verschiebung des Systems in der Richtung von H bewirkt. Die Ordinaten der Biegelinie, durch die Gesamtverschiebung des Systems in der Richtung von H dividirt, geben die entsprechenden Werte von H für Belastung durch Einzellasten gleich einer Tonne.

Im Fig. 10, 11. gesehen bei dem in Fig. 2. skizzierten Bock. Man hat ein System mit 12 Stützen und 12 Stützungen mit je zwei Winkeln, also 24 Stützen, der Balken hat zwei \square AP 20 gebildet, demnach sind die Stützenabstände 10 bzw. 10 m.

Bezieht man $x = 0$ auf den unteren Zugstang, so ist die Verschiebung y der Stützen auf die Einspannung mit der Kraft $H = 1$ berechnet. Mit der Kraft $H = 1$ schwingen je 100 t. in den Knoten je 10 m. in den Balken. 1000 t. Mit Hilfe der Formel auf Seite 203 findet man für die Gesamtverschiebung der Knotenpunkte bei $H = 1$ die in Abb. 10, 11. von $E = 1$.

$$\text{Bis } 10,7 + 48 \frac{1 + 100}{300} + \frac{300}{21} + 8 \frac{190}{90,5} = 18,9 \text{ cm}$$

Der Bock wird sich wegen der Belastung durchbiegen und die in der Figur angegebenen f zu nehmen, die eingezeichneten Stützen sind mit Hilfe der Formel auf Seite 109 berechnet, bei 100 t. $f = 1$ und $J = 2048$ cm⁴ zu setzen ist. Infolge dieser Durchbiegung ist die Kraft $H = 1$ eine weitere Arbeit von $2 \frac{726 \cdot 130}{300} = 1 \cdot 494 \text{ tcm}$ zu leisten. Die Kraft $H = 1$ ist also $494 + 49 = 543 \text{ tcm}$

Diese ist die 1. Funktion der Einflussgröße H , deren Or-Konten über
 die Platten bzw. in der Mitte des Balkens die Werte $\frac{720}{453} = 1,592$ bzw.

• 1. Untersuchungen: Die Zugrundelegung der eigenkürlichen Theorie wurde

[illegible]

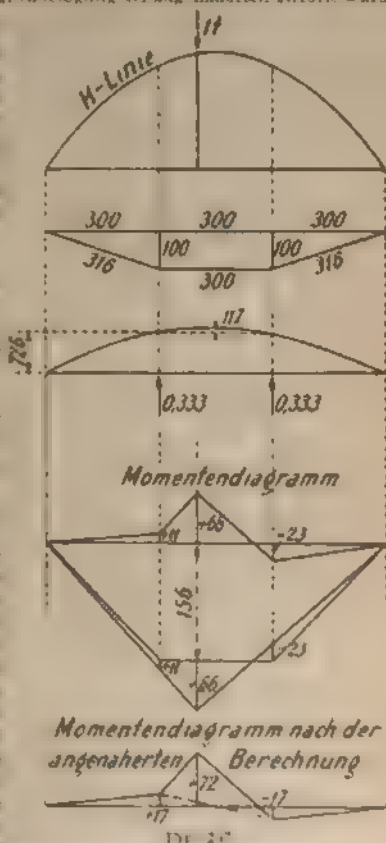
22 12 14 16 18
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036

Für ein Jahr ist
 ein neues Gesetz und die
 große Mehrheit ist
 die große Mehrheit der
 gebildeten Klasse

μ \rightarrow M \rightarrow α (trivial)

Für eine Last P an der Mittel-
 stütze des Balkens der Breite
 b und h ist σ_{max} an der Ober-
 seite an der stützenden Theilung
 dergerade σ_{max} ist. Man
 sieht also, daß nicht nur die
 Lasten, sondern auch die Form
 des Querschnitts in den
 verschiedenen Theilen nur ein
 bestimmtes σ_{max} bewirkt. In
 einem bestimmten Momente
 ist der Balken nicht belastet
 werden, also das σ_{max} ist
 gleich 0. In einem anderen
 Momente ist der Balken

Die beiden ersten Absätze eines konstanten Quotienten erhält er ist es
 eine Menge das mittlere Teil ohne Dargestalt zu konstruieren. Die
 eine oder Theorie liefert keine sehr guten von Beobachtung das man aber in
 der Praxis in den meisten Fälle, gemacht werden.



III. Der dreifach armierte Balken.

Erhalt ein dreifach armerter Balken in den Mittel
feldern Diagonalen, so kann er als ein Dreiecksträger

oder als ein unregelmäßiger Parabelträger behandelt werden. Der Einfluss der Kontinuität des Baukens spielt hier eine wesentlich geringere Rolle als bei dem einfach und doppelt armierten Balken. Für den Träger ohne Diagonalen muß dagegen auch der Einfluss der Kontinuität des Baukens berücksichtigt werden, denn es ergeben sich dadurch für diesen nicht unbetrachtliche Biegemomente. Trotzdem erscheint diese Anordnung in solchen Fällen gerechtfertigt, in denen der Balken einen unveränderlichen Querschnitt hat, da die Momente infolge der Belastungen zwischen den Knoten mindestens ebenso groß sind als diejenigen in den Knotenpunkten.

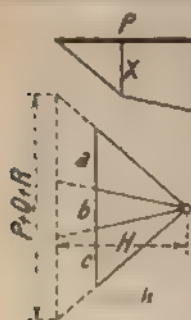


Fig. 258

Die Behandlung des allgemeinen Falles geschieht am besten graphisch. Man nimmt als

Unbekannte die Druckkräfte in den Pfosten an. Schneidet man einen Strahlenbuschel, dessen Strahlen parallel zu den Zugstangen verlaufen, mit einer beliebigen Senkrechten (Fig. 258), so erhält man die drei Strecken a, b, c , welche proportional den drei Unbekannten sind. Da der Balken an 12 m

für sich keine Lasten zu tragen, sondern nur die Aufgabe hat, sie in einem bestimmten Verhältnis zu teilen und den wagerechten Druck H aufzunehmen, so muß sein $P + X + Q + Y + R + Z = 0$. Hierin

$$\text{ergibt sich } X = \frac{P + Q + R}{a + b + c} a, \quad Y = \frac{P + Q + R}{a + b + c} b, \\ Z = \frac{P + Q + R}{a + b + c} c, \quad H = \frac{P + Q + R}{a + b + c} h.$$

Darnach ist der Balken für die drei Lasten $P - Q = Y$ und $R - Z$ und für die Druckkraft H zu rechnen, die Armierungsstäbe für die sich aus den Strahlen des Strahlenbuschels ergebenden Kräfte, welche durch die in richtiger Entfernung vom Pol liegen

Senkrechte punktiert gezeichnet geschnitten wird. Das größte Moment über X ergibt sich, wenn Q möglichst groß und in zweiter Linie auch R möglichst groß wird. Über Y tritt das größte Moment auf, wenn P gleich Null und R möglichst groß ist, oder umgekehrt. Am günstigsten liegen die Ecken des Tragwerkes im allgemeinen auf einer Parabel. Liegt dagegen das System der Zugstange auf zwei Geraden, die sich unter Y schneiden, so ist auf alle Fälle $X = 0$, $Z = 0$, d. h. die beiden Streben kommen gar nicht in Tätigkeit, wenn die Mittelfelder keine Diagonalen erhalten.

Die gegebene Berechnungsart ist auch nur eine angenäherte; sie kann aber hier noch besser verwendet werden als für den doppelt armierten Balken.

63. Träger mit Kreuzdiagonalen.

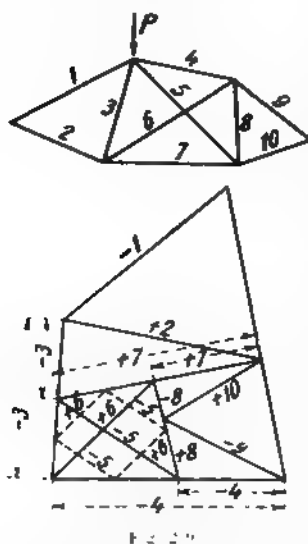
Die Anwendung von Kreuzdiagonalen ist theoretisch niemals nötig. Führt man die Diagonalen schlaff aus, so bleibt das System statisch bestimmt, erleidet aber infolge seiner wechselnden Gliederung starke Stöße bei wandernden Lasten. Aus diesem Grunde sind solche Gitterwerke möglichst zu vermeiden, besonders für Brückenträger.

Vielfach versteht man das Mittelfach eines Trägers mit Kreuzdiagonalen lediglich der Symmetrie und Regelmäßigkeit wegen; zur Vermeidung überzahliger Stäbe ist hier die Anordnung von beiden Diagonalen angebracht. Träger, in denen alle Felder Kreuzdiagonalen aufweisen, sind zurzeit weniger beliebt als früher, selbst bei Parabelbrücken werden einfache steife Diagonalen vorgezogen, am häufigsten findet man diese Anordnung bei Bogenbrücken und Dachbindern, meistens aus ästhetischen Rücksichten.

Durch die Anwendung von drucksicheren Kreuzdiagonalen werden die Gurtungen entlastet, die Drahtgurtungen werden

gonalen mehr belastet; letztere werden meistens bei Fachwerkbalken, die eine auf Druck, die andere auf Zug beansprucht, bei Bogen und Pfeilern oft beide auf Druck. Das System wird statisch unbestimmt und lässt sich nur mit Hilfe der Elastizitätstheorie genau berechnen.

1. Fall. Der Träger hat nur in einem Feld Kreuzdiagonalen. Zur ersten Annäherung ermittelt man die Spannkraften unter einer vereinfachenden Annahme am besten mit Hilfe eines Cremona-Planes (Fig. 259).



Man setzt voraus, daß erst die eine, dann die andere der gekreuzten Diagonalen vorhanden ist; so gelangt man zum gezeichneten Kräfteplan. Aus demselben ist ersichtlich, innerhalb welcher Grenzen die Kräfte 3, 4, 7 und 8 sich ändern, während sich die Diagonalen in verschiedenem Maße an der Übertragung der Kräfte beteiligen. Die zusammengehörigen Werte der sechs Kräfte werden durch die Konstruktion eines Parallelogramms festgestellt, dessen Seiten parallel zu den Diagonalen laufen und die betreffenden Spannkraften darstellen.

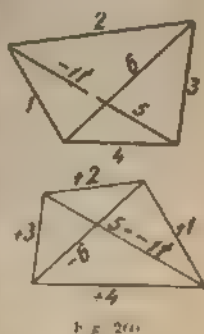
In dem Kräfteplan kommen nur die Kräfte der Kreuzdiagonalen je zweimal vor.

Im allgemeinen zeichnet man das Parallelogramm, das die Mittelpunkte der Seiten des Vierecks verbindet.

Rechnerisch kommt man zu diesem Resultat, wenn man von dem Vorhandensein der Diagonalen vollständig absieht und die Gurtkräfte aus den Momenten in bezug auf die Punkte D und D_a (Fig. 261) bestimmt. Die Kräfte der Diagonalen und der Pfosten werden an

ersten nach den Gleichgewichtsbedingungen der Knotenpunkte ermittelt. Nun kann man die vorläufige Querschnittsbestimmung und damit, soweit dies erforderlich, eine genaue Untersuchung vornehmen.

Zu diesem Zweck denkt man sich eine Diagonale geschnitten (Fig. 260) und läßt in ihr eine Kraft gleich -1 wirken. Die entstehenden Spannkkräfte seien mit T bezeichnet, sie sind alle positiv mit Ausnahme von T_6 .



Sind nun S_i die Kräfte infolge der Belastung des Bauwerkes, so sind die endgültigen Stabkräfte durch die Gleichung $S = S_0 + k T$ gegeben, wo k ein noch zu bestimmender Koeffizient ist. Da die Kräfte T (wozu auch die Kraft -1 gehört) unter sich im Gleichgewicht sind, so muß nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen $\sum S_i \delta s_i = 0$ sein. Hier sind die δs_i die Längenänderungen der sechs Stäbe $\delta s_i = \frac{(S_0 + k T) l_i}{E F}$, folg

$$\sum \frac{T S_i l_i}{E F}$$

Esch wird $k = -$

$$\sum \frac{T_i l_i}{E F}$$

Die Berechnung muß für die ungünstigsten Belastungsfälle aller Stäbe durchgeführt werden, im allgemeinen wird es genügen, einen Fall für die beiden Gurtungen und einen für die Diagonalen und Ständer näher zu betrachten. Nur bei Bogenbrücken und ähnlichen Systemen, wo für die Gurtungen außer dem Moment noch eine Achsenkraft in Frage kommt, wird man drei Belastungsfälle untersuchen müssen, zwei für die Gurtungen und einen für die Füllungsstäbe.

2. Fall. Alle Felder haben Kreuzdiagonalen.

Bei der ersten angenäherten Berechnung der Stabkräfte resp. Querschnittsverfährt man wieder wie vorher

Um die Spannkraft eines Gurtstabes zu erhalten, denkt man sich in dem betreffenden Felde erst die eine und dann die andere Diagonale wirksam, ermittelt dann für beide Fälle die auftretenden Gurtspannungen und nimmt von diesen Werten das Mittel. In Fig. 261 wurden die

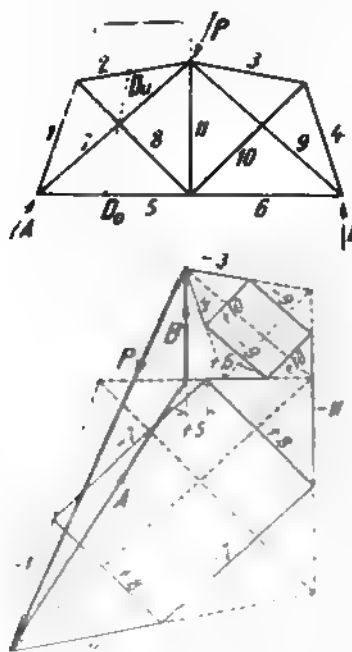


Fig. 261

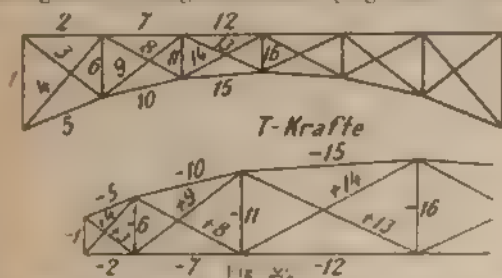
Kräfte auf graphischem Wege ermittelt. Die Arbeit kann durch folgendes Verfahren etwas abgekürzt werden: man verlängert für jedes Feld die Pfosten bis zu ihrem Schnittpunkte und verbinde diesen mit dem Kreuzungspunkte der Diagonalen. Die Punkte D_0 bzw. D_n in denen diese Verbindungslinie die Gurtlinie schneidet, stellen die Drehpunkte für die Gurtungen dar, d. h. stellt man für diese Punkte die Momentengleichungen auf, so ergeben sich für die Gurtstäbe ohne weitere die gemittelten Spannkraft.

Zur vorläufigen Berechnung der Diagonalen wird angenommen, daß alle Mittelpfosten spannungslos bleiben was annähernd zutrifft; dadurch ist man in der Lage, die Diagonalkräfte rechnerisch oder graphisch festzustellen.

Für jeden Endpfosten nimmt man den Wert, der sich aus seinem oberen Knotenpunkte ergibt. Sollte die Endfelder je aus einem Dreiecke bestehen, so hat man für den letzten Pfosten den Mittelwert der von dem unteren bzw. oberen Knotenpunkte abgeleiteten Spannkraft anzunehmen.

Auf grund dieser angenäherten Berechnung kann man alle Querschnitte bestimmen mit Ausnahme derjenigen der Mittelständer, für welche konstruktive Rücksichten maßgebend sind. In vielen Fällen, z. B. bei großen Dachbindern kann man sich auf diese Berechnung beschränken, bei Portalen, hohen Pfeilern u. dgl. ist eine genauere Untersuchung nötig.

Nachdem durch Ausschalten einer Anzahl Stäbe das System statisch bestimmt gemacht wurde, zeichnet man mit den gegebenen Belastungen einen Cremona Plan; die so ermittelten Spannkraftse seien mit S' bezeichnet. Nun wird für jedes Feld, unabhängig von der äußeren Bedingung, ein Kräfteplan konstruiert, wobei man jedesmal eine Stabkraft beliebig annimmt. Dabei verfährt man jedoch praktisch so, daß Stäbe, die in verschiedenen Diagrammen vorkommen, — wie die Pfosten — die gleichen Länge erhalten (Fig. 262). Auf diese



Weise erhält man die T -Kräfte, mit deren Hilfe für jeden Stab die Größe $\frac{T^2}{P}$ berechnet wird.

Bei der nun möglichen Ermittlung der Koeffizienten für die verschiedenen Felder ist zu beachten, daß die Spannkraften der Pfosten von zwei dieser Koeffizienten abhängen; für die Stäbe eines Feldes ergeben sich folgende Spannkraften:

Für den linken Ständer $S_l = S'_l + k_n T_l + k_{n-1} T_{l-1}$,

für den rechten Ständer $S_r = S'_r + k_n T_r + k_{n+1} T_{r+1}$,

für alle anderen Stäbe $S = S' + k_n T$

Die allgemeine Gleichung der virtuellen Arbeit lautet $\sum T \cdot \delta s = 0$. Werden die Längenänderungen mit Hilfe der betreffenden Kräfte ausgedrückt, so wird man auf eine Reihe von Gleichungen geführt, deren jede eine Unbekannte enthält mit Ausnahme der ersten und der letzten, wo nur zwei vorkommen.

Es ist indes selten nötig, diese äußerst komplizierte Berechnung durchzuführen, vielmehr empfiehlt es sich, die Formänderung der Ständer zunächst zu vernachlässigen, die einzelnen Koeffizienten k ergeben sich aus dann aus Gleichungen, die nur je eine Unbekannte enthalten; man berechnet sie nach der für den ersten Fall angegebenen Formel und benutzt dann die so gefundenen Werte zur Ermittlung der Kräfte der Ständer. Diese Berechnungsart genügt fast für alle Fälle. Es bietet aber keine Schwierigkeit, eine weitere Annäherung zu erreichen, indem man die auf Grund der ersten Berechnung erhaltenen Stabkräfte anstatt der N Kräfte einsetzt und dasselbe Verfahren noch einmal anwendet. Die neuen Werte der Koeffizienten k sind jetzt so klein, daß das Resultat schon viel näher an das richtige kommt, eine dritte Berechnung (die nach demselben Verfahren durchzuführen wäre) wird wohl kaum erforderlich sein, was man daraus erkennt, daß die neuen Werte der Kräfte sehr wenig von den zuerst ermittelten abweichen. Eine allzugroße Genauigkeit in dieser Untersuchung ist gar nicht am Platz, weil die unberechenbaren Montierungsspannungen einen nicht geringen Einfluß auf die Verteilung der Kräfte ausüben.

Die ungünstigsten Belastungen kann man als wesentlichen Fehler wie für einen Träger mit einfachen eventuell halben Diagonalen annehmen. Es ist auch nicht nötig, für jeden Belastungszustand die ganze Berechnung durchzuführen, denn man wird bald einsehen, in welchem Verhältnis die zur vorläufigen Dimensionierung ermittelten Stabkräfte geändert werden müssen.

Bei der Ausführung der Konstruktionszeichnungen sollte man immer darauf achten, daß die Anschlüsse der Diagonalen genau zentrisch erfolgen, indem durch die Verbindung in dem Kreuzungspunkt weder die Normalspannungen noch die Kneiflänge der Stäbe merklich verringert werden, weil die gezogene Diagonale sich nach derselben Seite auslegt wie die gedruckte.



Fig. 263

Eine passende Konstruktion ist in Fig. 263 angegeben. Noch einfacher gestaltet sich die Lösung, wenn jede Diagonale aus zwei über Kreuz stehenden Winkeleisen gebildet wird.

64. Der durchgehende Träger.

Die Vorteile der durchgehenden Träger bestehen hauptsächlich in der Ersparnis an Material¹⁾ (bis 20% gegenüber Einzelträgern mit parallelen Gurtungen), in der geringen Durchbiegung unter der Last und in der Stetigkeit der elastischen Linie, daher stoßfreiem Fahren. Als Nachteil gilt die meist überschätzte Empfindlichkeit gegen unbeabsichtigte Senkungen der Stützen, so, daß eine geringe Abweichung von der geplanten Lagerhöhe nicht unbedeutende Änderungen der Momente und Kräfte hervorruft. Aus diesem Grunde und wegen der komplizierten Berechnung werden sie als Hauptträger für Brücken nur noch selten gebraucht, obwohl sie nicht schlimmer als andere statisch unbestimmte Systeme sind z. B. zweigelenkige Bogen, bei denen eine Nach-

¹⁾ H. Gerbetscher: Träger über einer Last, gegeben durch Parabel-Last, gestalten sich, wenn die Stützen nicht genau in der Mitte der Spannweite stehen, so, daß die Kräfte zu einem, so großen Spalten, wie man sich leicht überzeuge kann.

giebigkeit der Stützen ebenso schädlich und dabei vielschwieriger zu beobachten und zu beseitigen ist. Trotzdem sind die Fälle, wo der Einfachheit halber durchgehende Träger (z. B. Walzeisen) verwendet werden noch heute sehr häufig. Viele Quer- und Zwischenkonstruktionen im Brückenbau sowie im Hochbau werden als durchgehende Träger ausgeführt, die Behandlung von vielen Aufgaben der Statik, wie u. a. die Untersuchung der Nebenspannungen, erfordert die Kenntnis der betreffenden allgemeinen Theorie.

Ein durchgehender Träger auf n Stützen ist $(n-2)$ -fach statisch unbestimmt und wird am besten nach der Momententheorie berechnet, nur der Balken über zwei- oder drei Öffnungen kann mit Vorteil nach einer einfacheren Methode behandelt werden, bei der ein oder zwei Stützendrücke als statisch unbestimmbare Größen eingeführt werden.

I. Der Träger auf drei Stützen.

a) Der vollständige Träger.

Das System ist einfach statisch unbestimmt und erfordert also die Aufstellung einer Elastizitätsgleichung, welche die Bedingung ausdrückt, daß die Biegelinie durch die drei Auflagerpunkte gehen muß. Als statisch nicht bestimmbarer Größe kann man irgendeinen der drei Stützendrücke oder ein beliebiges Moment wählen (am besten dasjenige über der Mittelstütze).

Einfach und schnell führt die graphische Behandlung zum Ziele. Als statisch nicht bestimmbarer Größe wählt man meistens den Stützendruck B (Fig. 264), denkt sich die Stütze entfernt, läßt an deren Stelle eine Kraft gleich eins wirken und zeichnet die Biegelinie. Ist das Trägheitsmoment konstant und will man den Einfluß der Querkraft nicht berücksichtigen, so leistet das auf Seite 278 angegebene Verfahren vorzügliche Dienste, um so mehr, weil es gestattet, von vornherein einen bequemen Wert für J einzuführen.

Diese Kurve liefert sämtliche Einflußlinien. Sie liefert die Einflußlinie für den Druck auf die Mittelstütze; die Einheit ist f , eine Last P ergibt also den Stützendruck

$$B = P \frac{f}{l}$$

Die schraffierte Fläche gehört zur Einflußlinie des Stützendruckes C ; die Einheit dazu ist h , es ist also

$$C = P \frac{h}{k}$$

Eine ähnliche Form liefert die Einflußlinie für den Stützendruck A , wozu die Einheit h gehört. Bei Anwendung der erhaltenen Konstruktion der Biegelinie kann man die beiden letzten Einflußlinien auch direkt konstruieren.

Der untere Teil der Linie stellt die Einflußlinie der Biegemoment im Querschnitt G dar und zwar ist $Q = P \frac{f}{h}$.

Im oberen Teil der Fig. 265 ist die Einflußfläche des Momentes M_n über der Mittelstütze dargestellt. Zu beachten ist, daß der Multiplikator für

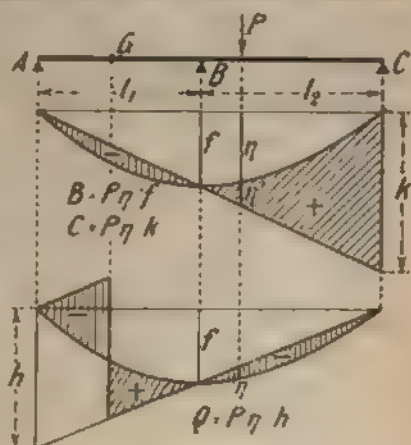


Fig. 264

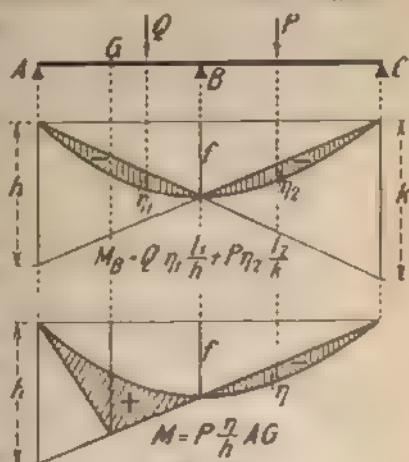


Fig. 265

den linken Teil $\frac{l_1}{h}$ ist, für den rechten dagegen, das ist die Folge des Umstandes, daß die Biegelinie nicht aus einer einzigen Kurve besteht, sondern aus zwei unter B aneinander gefügten Ästen. Für alle anderen Einflußlinien ist dieser Umstand belanglos.

Der untere Teil der Figur stellt die Einflußlinie des Momentes im Querschnitt G dar, der zugehörige Multiplikator ist $\frac{AG}{h}$.

Wie aus der Figur ersichtlich, sind die Momente durch kleine Ordinaten dargestellt, zu welchen ziemlich große Multiplikatoren gehören. In den meisten Fällen ist trotzdem die Genauigkeit genügend; will man sie

aber steigern, so empfiehlt sich folgendes Verfahren, welches keine größere Arbeit erfordert.

Als statisch nicht bestimmbar wird das Moment über der Mittelstütze gewählt, man den sich dort ein Gelenk eingeschaltet und

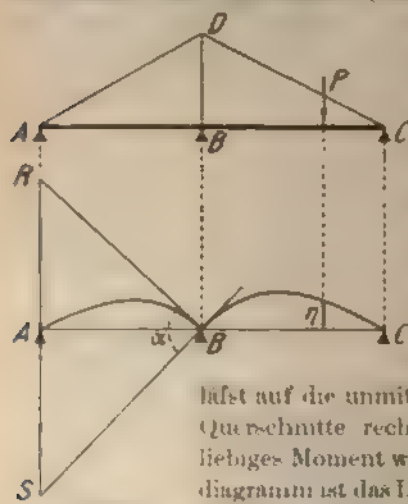


Fig. 266.

läßt auf die unmittelbar anschließenden Querschnitte rechts und links ein beliebiges Moment wirken. Das Momentendiagramm ist das Dreieck ACD Fig. 266.

Die beiden Teile des Trägers, ursprünglich gerade, gehen in die gezeichneten Kurven über, welche die Einflußlinie für das Moment M_B darstellen. Die Einheit ist der Winkel α der Endtangente bei B im Sinne der graphischen Statik verstanden, d. h. $\alpha = \frac{RS}{AB}$ es ist dabei angenommen, daß die beiden Schlüs-

durch Schraffirung gekennzeichnet, die Einheit ist $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$. Aus dieser Fläche ergibt sich auf sehr einfache Weise die Einflußfläche des Momentes im Querschnitt G .

(Fig. 269). Der Multiplikator ist $\frac{A G}{A E}$. Die Einflußlinie

der Querkraft in dem Querschnitt G folgt unmittelbar

aus derjenigen der Auflagerkraft der nächsten Aufsenstütze, in

z. B. zieht $A H$ parallel zu $E B$ (Fig. 270

und durch G die Senkrechte $G H$. Die

Einheit ist $A E$. Die Strecke $A E$ der

Fig. 268 wird im all

gemeinen Fall (Fig.

266). $A E = a$ $A B = b$

RS.



Fig. 269

Der Einfluß der Senkung einer Stütze ergibt sich aus der Betrachtung eines Balkens auf zwei Stützen, der

in einem gegebenen Punkt durch eine

Kraft von solcher Größe beansprucht

wird, daß eine gegebene Senkung

entsteht.

Sollte z. B. eine Senkung der Stütze C

(Fig. 264) um eine

gegebene Strecke u

berücksichtigt wer

den, so ermittle man

die Kraft C , die dort

wirkt bei der Belastung, für welche die

Biegelinie gezeichnet wurde, alsdann er

hält man den dort entstehenden Auflager

druck (bei sonst unbelastetem Träger) einfach nach der

Formel $A = \frac{C''}{\lambda}$. Aus der Kraft A kann man die

anderen Auflagerdrücke und die Momente berechnen.

Eine Aufgabe dieser Art kommt vor bei der Unter

suchung von Drehbrücken.

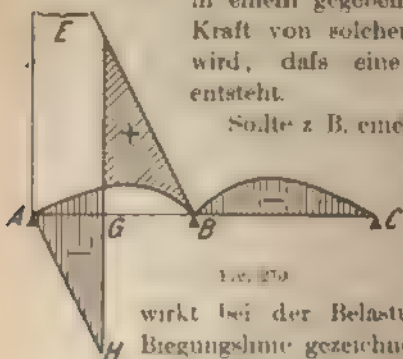


Fig. 270

zu der gezeichneten Einflußlinie muß man also die Einflußlinie des mittleren Stützendruckes addieren, nachdem sie vorher in passendem Verhältnis reduziert wurde. Es empfiehlt sich, von der letzteren auszugehen und zu dieser die erstere hinzuzufügen, nachdem man deren Ordinaten im richtigen Verhältnis geändert hat. Die Berechnung dieses Verhältnisses ist aber entbehrlich, denn eine Last über der Mittelstütze kann keine Kraft in dem betrachteten Stab hervorrufen; folglich müssen sich die beiden Einflußlinien unter der Mittelstütze schneiden, so daß dort ein Nullpunkt entsteht. Es erübrigt nur noch die Einheit zu ermitteln.

Um die Einflußlinie für den Stab GE zu finden (Fig. 271), zieht man die Gerade $C_1 B_1$ (die für alle Einflußlinien der linken Öffnung unverändert bleibt) und vervollständigt den Linienzug $A_1 D_1 E_1$, indem man den Punkt F_1 unter T oder den Nullpunkt F_1 der Einflußlinie des einfachen Balkens AC benutzt.

Die Einheit, durch welche die gemessenen Ordinaten dividiert werden, ergibt sich aus der Betrachtung einer in A wirkenden Kraft zu $\frac{z \cdot h}{l}$. Die Werte welche in

dieser Formel vorkommen, werden am besten durch Rechnung ermittelt. Zur Bestimmung der Einheit kann man auch das Prinzip benutzen, daß das Dreieck $D_1 E_1 E_2$ die Einflußlinie der Diagonalkraft darstellt, für den Fall, daß die Scheibe AGD fest ist und die Last in irgend einem Punkt zwischen D und E angreift. Liegt eine Last 1 in E , so ist die Diagonalkraft $D = \frac{EG}{l}$ und wird durch die Strecke $F_1 E_2$ dargestellt. Danach ist die Einheit $\frac{F_1 E_2 \cdot G L}{E_1 E_2}$.

c. Einige Ergebnisse der Theorie.

Für den vollwandigen Träger mit konstantem Trägheitsmoment liefert die analytische Behandlung folgende

Formeln, wo

$$x = \frac{l_1}{l_2} \quad (\text{Fig. 272})$$

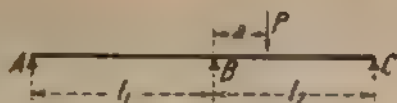


Fig. 272

1 Eine Einzellast.

Mit $\frac{a}{l_2} = x$ sind die Auflagerdrucke

$$A = \frac{1}{2} P \left(\frac{2}{z} + 1 \right) (x(1-x) - 2 - x);$$

$$B = \frac{P}{2} \left(\frac{x-1}{z+1} \right) \left(x^2 - x - 2 + \frac{1}{z} x^2 - 2x - 2 - 2x^2 \right)$$

$$C = \frac{P}{2} \left(\frac{x}{z+1} \right) (2z + 3x - x^2)$$

$$\text{Mittelstützenmoment } M_B = -P \frac{l_2 x}{2(z+1)} (1-x)(2-x).$$

$$\text{Max für } x = 0,423, \quad M_{B \max} = -0,385 P \frac{l_2}{2(z+1)}.$$

Das Moment unter der Last wird zum Maximum

$$\text{für } x = \frac{0,512 z^2 + 0,074 z - 0,018}{z^2}.$$

Wenn $z = 1$, so wird $x = 0,568$ und $M_{\max} = 0,315 P l$.

Hat man in jeder Öffnung eine Last P , und ist außerdem $z = 1$ d. h. $l_1 = l_2$, so sind die drei Stützendrucke gleich, wenn für jede Last $x = 0,774$.

2 Gleichmäßig verteilte Last p_1 bzw. p_2 t/m Auflagerdrucke.

$$A = \frac{3}{8} p_1 l_1 + \frac{1}{8} \frac{p_1 l_1^2}{l_1} + \frac{p_2 l_2^2}{l_2},$$

$$B = \frac{5}{8} p_1 l_1 + \frac{p_2 l_2}{2} + \frac{l_1}{8} \frac{l_2}{l_1} \frac{p_1 l_1^2}{l_1} - \frac{p_2 l_2^2}{l_1 l_2},$$

$$C = \frac{3}{8} p_2 l_2 + \frac{1}{8} \frac{p_1 l_1^2}{l_1} + \frac{p_2 l_2^2}{l_2}.$$



Fig. 273

Für $p_1 = p_2 = p$ sind die drei Stützendrücke gleich, wenn $x = 0,3955 l$; $y = 0,6945 l$ (Fig. 273).

3. Dreiecksbelastung, mittlere Belastungshöhe (Fig. 274)

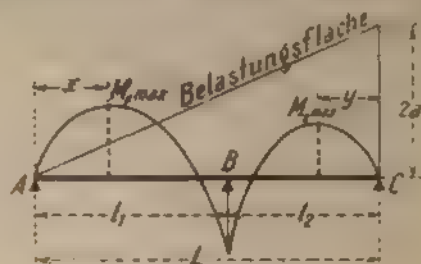


Fig. 274

Mit $\frac{l_1}{l_2} = z$ hat man:

| Dr. | z | M_A
- l_1^2 | A
- $z L$ | B
- $a L$ | C
- $a L$ | x
- L | y
- L |
|------------------|-------|--------------------|----------------|----------------|----------------|--------------|--------------|
| $M_A = \min.$ | 1,310 | 0,0294 | 0,0551 | 0,6421 | 0,3025 | 0,235 | 0,0090 |
| $M_{\max} = M_B$ | 1,669 | 0,0308 | 0,0818 | 0,6738 | 0,2444 | 0,286 | 0,0156 |
| $A = C$ | 2,529 | 0,0400 | 0,1154 | 0,7692 | 0,1154 | 0,3385 | 0,0261 |
| $M_A = M_C$ | 1,095 | 0,0307 | 0,0312 | 0,6301 | 0,3387 | 0,1715 | 0,0011 |

Anwendungen für polygonale Dächer, Versteifungen ebener Wände von Wasserbehältern u. dgl. m.

1. Träger mit überkragendem Arm. (Fig. 275)

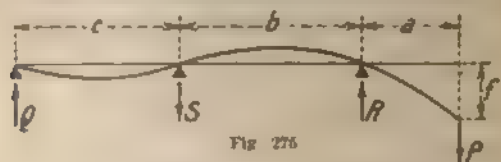


Fig. 275

$$M_A = \frac{P a^2}{3 E I} \left[(a + b) - \frac{b^2}{b + c} \right],$$

$$B = P \left[\frac{a^2}{b} + \frac{a}{2(b + c)} \right], S = P \left[\frac{a}{b} + \frac{a}{2c} \right],$$

$$Q = P \frac{a}{2(b + c)},$$

Es sei zum Schlusse noch erwähnt, daß die genaue Behandlung der Aufgabe in vielen Fällen durch die rechnerische Ermittlung der Biegelinie erleichtert wird, was nach den Fällen Nr 1 und Nr 4, Seite 276, zu sehen kann, wenn man die dort gemachten Voraussetzungen gelten läßt. Zur Berechnung der Werte von $\frac{r^3}{l}$ ist die Tabelle auf Seite 331 zu benutzen.

dh Zweckmäßigste Höhenlage der Stützen.

Wie aus der Tabelle auf Seite 359 ersichtlich, gestattet der durchgehende Träger auf drei Stützen bei gleichen Öffnungen, konstantem Querschnitt und gleichmäßig verteilter Last keine Materialersparnis gegenüber zwei getrennten Trägern, indem das größte Moment, welches hier über der Mittelstütze vorkommt, genau denselben absoluten Wert hat wie das Moment in der Mitte eines einfachen Balkens, der nur eine Öffnung überbrückt. Man hat aber ein Mittel an der Hand, das Resultat zu verbessern: durch eine Senkung der Mittelstütze wird das Moment über derselben verringert. Die größten Biegemomente in den beiden Öffnungen werden aber nicht in demselben Maße vergrößert. Senkt man die Mittelstütze um

$$w = \frac{p + q}{24 EJ} \sqrt{\frac{0.163 + 0.151}{p + q}}$$

so werden die absoluten Werte der größten Momente voneinander gleich und zwar um 16 bis 31% kleiner als bei gleicher Höhenlage der Stützen, je nachdem sich der Bruch $\frac{q}{p + q}$ den Grenzwerten 0 bzw 1 nähert. Die Ermittlung der zweckmäßigsten Senkung wird etwas umständlich bei ungleichen Öffnungen und beweglichen Einzellasten, sowie bei Gitterträgern allgemeiner Form. Erfordert aber beim Gebrauch des Momentendiagramms für die Senkung der Mittelstütze nur wenige Versuche. Dieses Mittel, die größten Momente zu verringern, ist

umso mehr zu beachten, weil eine gleiche Höhenlage der Stützen keineswegs leichter herzustellen ist als eine beliebige andere. Man hat außerdem den Vorteil, die Last etwas gleichmäßiger über die Stützen zu verteilen, was in vielen Fällen wünschenswert erscheint.

Hinsichtlich der zur Sicherheit in die Rechnung einzuführenden zufälligen Senkung einer Stütze verweisen wir auf Seite 355.

II. Der Träger auf vier Stützen.

a) Der vollwandige Träger.

Das System ist zweifach statisch unbestimmt und fordert also die Aufstellung von zwei Elastizitätsgleichungen. Die analytische Behandlung des allgemeinen Falles führt zu unverhältnismäßig verwickelten Formeln, in den meisten Fällen wird man zur Berechnung ein rein graphisches oder ein gemischtes Verfahren benutzen, das eine einfache und übersichtliche Lösung der Aufgabe gestattet.

Man denkt sich die zwei Außenstützen A und D (Fig. 276) entfernt und belastet das Ende A mit einer beliebig großen senkrechten Kraft, für diesen Zustand zeichnet oder berechnet man die Biegelinie, welche in C_1 in die Tangente $C_1 D_1$ übergeht. Ähnlich ermittelt man die Biegelinie, welche entsteht, wenn in D eine beliebig große senkrechte Kraft wirkt, diese zweite Kurve geht in B_2 in die Tangente $B_2 A_2$ über. Nun vergrößert man die Ordinaten einer der so erhaltenen Biegelinien in einem solchen Verhältnis, daß die Ordinate unter D gleich der betreffenden Ordinate der anderen Biegelinie wird, durch Subtraktion der übereinander liegenden Ordinaten der beiden Kurven voneinander erhält man die Ordinaten der Einflußlinie für den Stützendruck A ; als Einheit gilt die Strecke A . Auf gleiche Art verfährt man, um die Einflußlinie des Stützendruckes D zu erhalten. Aus diesen beiden Einflußlinien werden alle übrigen abgeleitet.

Bei der Ermittlung der Biegelinien kann man den Einfluss des veränderlichen Trägheitsmomentes sowie der Querkkräfte bzw. bei Fachwerken die Formänderung der Wandglieder berücksichtigen. Da man für

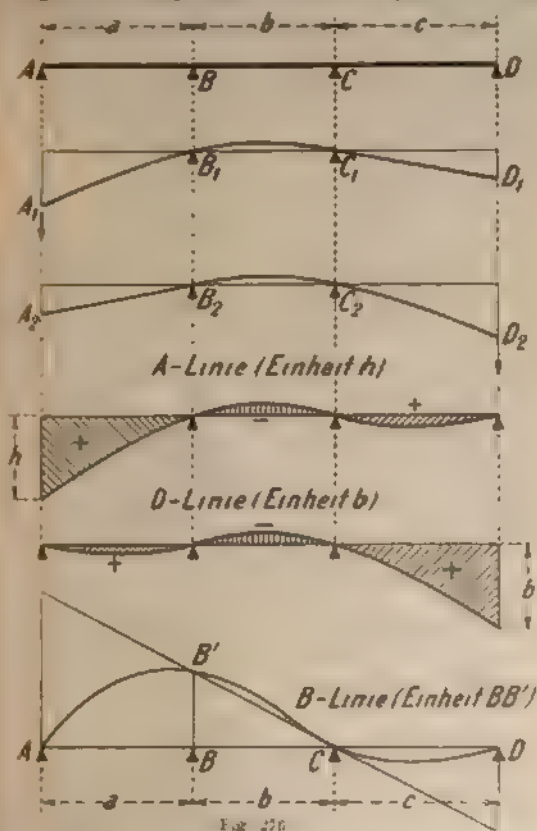


Fig. 276

die erste Berechnung die Querschnitte im allgemeinen nicht kennt, so wird man sich darauf beschränken können, die eventuelle Veränderlichkeit der Höhe des Trägers in Rechnung zu stellen, es ist aber gut, auf Grund der vorläufig gewählten Querschnitte eine genauere Untersuchung vorzunehmen.

Es ist immer empfehlenswert, die Biegungen nur durch Rechnung zu ermitteln um nicht groben Fehler ausgesetzt zu sein, denn die endgültigen Ordinaten ergeben sich immer aus Differenzen, bei konstantem Trägheitsmoment sind die Formeln auf Seite 277 No 4 daher geeignet¹⁾

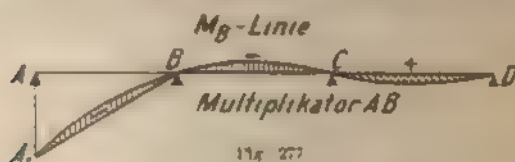
B Linie. Nennt man B den Auflagerdruck für B , Fall, daß die beiden Endstützen entfernt sind, so ist

$$B = B_0 - A \frac{a+b}{b} + D \frac{c}{b}$$

Nun ist die Einflußlinie für B_0 die Gerade CB wo $BB' = 1$ t, von den Ordinaten derselben nach die Ordinaten der A Linie nach Multiplikation mit $\frac{a+b}{b}$ abgezogen und die Ordinaten der D Linie nach

Multiplikation mit $\frac{c}{b}$ hinzu addiert. So entsteht die B Linie, die naturgemäß durch A und D gehen muß. Ganz ähnlich wird die C Linie konstruiert.

Einflußlinie für M_B . Die M_B Linie Fig 277 fällt zwischen B und D mit der A Linie zusammen, in der



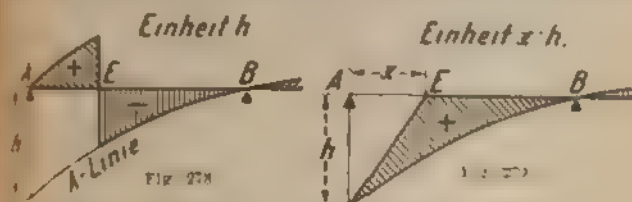
ersten Öffnung hat sie die Ordinaten der A Linie auf die Sehne A, B bezogen. Der Multiplikator ist $AB = 1$. Man ersieht auch hier wieder die Notwendigkeit der Einflußlinien rechnerisch zu ermitteln, um mit der erforderlichen Genauigkeit arbeiten zu können.

Nach einem ähnlichen Verfahren wird die M Linie aus der D Linie abgeleitet. Die Einflußlinien für

¹⁾ Man ersieht aus der Formel, daß die Biegungen für den Balken mit EI proportional sind, wenn man die Biegungen für den Balken mit EI betrachtet. Die Biegungen für den Balken mit EI sind proportional zu den Biegungen für den Balken mit EI .

Momente und Querkrafte in beliebig gewählten Querschnitten werden nach dem allgemeinen Verfahren (Seite 340) mit Hilfe der M_B - und M_C -Linien ermittelt.

Für die Endfelder kann man die Momente und die Querkrafte durch den Auflagerdruck der Endstütze ausdrücken, also auch die entsprechenden Einflussslinien aus der A bzw. D -Linie ableiten. Die Einflussslinie für die Querkraft in E (Fig. 278) wird konstruiert indem man die A -Linie parallel zu sich selbst um h verschiebt



und die zwei Äste durch eine Senkrechte durch E verbunden ist. In der zweiten und dritten Öffnung ist die A -Linie allein maßgebend. Fig. 279 stellt die Einflussslinie für das Biegemoment in E dar. Auch hier ist in der zweiten und dritten Öffnung die A -Linie gültig. Die Konstruktionen sind für die Endöffnungen jedes durchgehenden Trägers ganz allgemein gültig.

Berücksichtigung der Senkung einer Stütze.

Das allgemeine Verfahren (Seite 316) ist auch hier anwendbar; man kommt aber auf andere Weise schneller zum Ziel. Man beseitigt zwei Stützen z. B. die mittleren, läßt an Stelle von B eine senkrechte Kraft $= 1$ wirken und berechnet oder konstruiert die Durchbiegungen in B und C . Dasselbe macht man für eine Belastung durch eine senkrechte Kraft $= 1$ in C . Bezeichnet man die Durchbiegungen mit δ_B , δ_C und δ_C' , die in B und C wirkenden Kräfte mit B und C so lauten die Bedingungen, damit der Punkt B sich nicht

Die Durchbiegung in B infolge der Kraft $C = 1$ ist gleich der Durchbiegung in C infolge der Kraft $B = 1$ (s. Seite 316).
 oder: $\delta_B = \delta_C'$

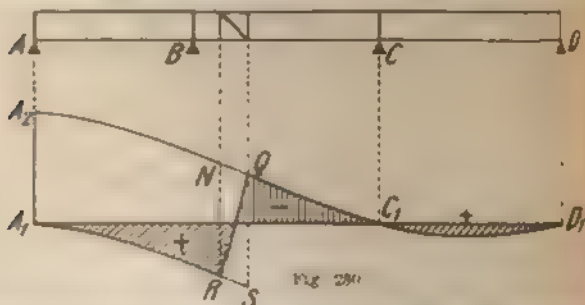
senkt $B = -C \frac{\partial_{BC}}{\partial_B}$ und für $C = -B \frac{\partial_{BC}}{\partial_C}$. Die Senkung des anderen Punktes ist:

$$B \left(\partial_B - \frac{\partial_{BC}^2}{\partial_C} \right) \text{ bzw. } C \left(\partial_C - \frac{\partial_{BC}^2}{\partial_B} \right).$$

Indem man der Senkung eines der beiden Punkte einen bestimmten Wert zuschreibt, ist es möglich die beiden Kräfte B und C , sowie die entsprechenden A und D und die in dem Balken auftretenden Momente zu berechnen. Der Senkung einer der beiden Stützen A und D entspricht eine Hebung sowohl von B als von C ; man behandelt sie getrennt und addiert am Schluss die zugehörigen Stützendrücke. Es ist nun leicht ein Diagramm zusammenzustellen, in welchem die Einflüsse der einzelnen Senkungen getrennt dargestellt sind und die ungünstigste Kombination derselben zu wählen.

b) Der Fachwerkträger.

Für den Fachwerkträger gilt ohne weiteres das oben angegebene Verfahren. Für die Gurtstäbe sind die Einflüsse der Momente für die betreffenden Drehpunkte maßgebend, bei Parallelträgern gelten für die Füllstäbe



gheder die Einflüsse der Querkraft. Wie diese aus den bereits ermittelten Liniens abgeleitet werden, zeigt Fig. 290.

Die Querkraft zwischen B und C ist gleich $A + B$ oder $A + B - P$. Man braucht also nur die beiden Einflüsse der Stützendrücke A und B zu addieren.

so erhält man eine Kurve, welche für die ganze Öffnung BC gültig ist. Den einen Teil der Kurve verschiebt man parallel zu sich selbst, so daß er durch A_1 geht, und zieht die kürzeste Diagonale des Parallelogramms $NQRS$ für den vollwandigen Träger wäre dagegen eine Senkrechte nötig. Die Einheit ist die Strecke $A_1A_2 = h$. Sind die Gurtungen nicht parallel, so ist eine besondere Konstruktion erforderlich. Am einfachsten kommt man zum Ziel, wenn man die Einflüsse der Momente benutzt. Es ist nach Fig. 281

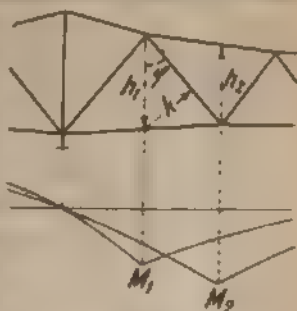


Fig. 281

$$D = \frac{1}{\sin \varphi} \left(\frac{M_1}{h_1} - \frac{M_2}{h_2} \right) \text{ oder } D = - \frac{1}{k} \left(M_1 - M_2 \frac{h_1}{h_2} \right)$$

Es genügt demnach, die M_2 -Linie im Verhältnis h_1/h_2 zu reduzieren und sie von der M_1 -Linie abzutrennen. Die Einheit ist k .

c. Einige Ergebnisse der Theorie.

Für den Fall konstanten Tragheitsmomentes lassen sich einige Aufgaben mit Vorteil auf rechnerischem Wege behandeln.



Fig. 282

Bei dem in Fig. 282 skizzierten Träger sind die vier Stützendrücke gleich wenn

$$2(x^2 + y^2 - 6xyx + 1) + 3y^2 = 0, \text{ wo } x = \frac{a}{b}, y = \frac{a}{l}$$

Annäherungsweise ist $x = 0,05 + 0,62 y$

Der Träger der Fig. 283 übt bei vollständiger gleichmäßiger Belastung gleiche Stützendrücke aus, wenn

$$a^2 + a^2(4y - 2) + a(6y^2 + 6y - 3) + 6y^2 + 1 = 0,$$

$$\text{wo } a = \frac{y}{2z} \text{ und } y = \frac{x}{z}.$$

Eins dieser Verhältnisse kann nach Belieben gewählt werden. Annäherungsweise ist

$$q = 0.34 + 0.11 a + 0.01 a^2$$

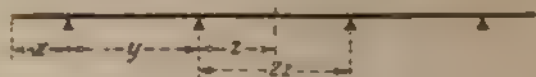


Abb. 24

Durchgehende Träger über drei Öffnungen, als Brückenträger weisen den kleinsten Materialbedarf auf, wenn sich die einzelnen Spannweiten ungefähr wie 7 : 8 : 7 verhalten, man kann aber bedeutend von diesen Zahlen abweichen ohne wesentlichen Mehraufwand an Material.

d) Zweckmäßigste Höhenlage der Stützen

Ähnlich wie beim Träger auf drei Stützen kann man durch eine passend gewählte Senkung der Mittelstützen eine nicht unwesentliche Verminderung der Stützenmomente erzielen, während die größten positiven Momente nicht in gleichem Verhältnis zunehmen. Ist die Anordnung des Trägers symmetrisch, und verhalten sich die drei Öffnungen zueinander wie 8 : 2 : 8, bis 6 : 7 : 6, so kann man durch Senkung der beiden Mittelstützen um die Größe $w = \frac{L^2}{5900} \frac{p + 1.8 q}{E I}$ die größtmöglichen Biegemomente einander gleich machen.

$$\text{Es wird also dann } M_{\text{Stütze}} = \frac{L^2}{118} (1.35 p + q) \quad l = z$$

In diesen Formeln bedeuten L die ganze Länge des Trägers, q und p die ständige bzw. die Verkehrslast gleichmäßig verteilt. Im allgemeinen Fall kann man die zweckmäßigste Höhenlage der Stützen mit Hilfe der Momentendiagramme für deren Senkungen leicht ermitteln.

III. Der Träger auf beliebig vielen Stützen.

Es treten ebensoviele statisch nicht bestimmbar Großen auf, als Mittelstützen vorhanden sind. Zweckmäßig werden als Unbekannte die Momente über den mittleren Stützen eingeführt, bei Gitterträgern die Spannkraft der entsprechenden Gurtstabe.

a) Der vollwandige Träger mit konstantem Querschnitt.

Denkt man sich den Träger über jeder Mittelstütze durchgeschnitten, so biegen sich alle die Tragerteile infolge der Belastung durch, und ihre Endquerschnitte nehmen eine geneigte Lage an, deren Abweichung von der ursprünglichen nach den Formeln auf Seite 278 ermittelt werden kann. Durch eine Änderung der Stützenhöhe entstehen weitere Neigungen, deren Größen aus dem Höhenunterschied durch die jeweilige Stützweite dividiert ausgedrückt werden. Die Stützenmomente lassen sich durch die Bedingung bestimmen, daß zwei zusammengehörige Querschnitte dadurch so weit zurückgedreht werden müssen, daß sie sich wieder vollständig berühren. Auf jeden Tragerteil über einer Mittelloffnung wirken also zwei unbekannte Momente, auf jeden Teil über einer Endöffnung nur eins.

Die Neigungen der Endtangentialen bzw. der Endquerschnitte eines geraden Balkens infolge dieser Momente lassen sich nach der Formel auf Seite 278 berechnen, falls der Einfluß der Querkraft vernachlässigt wird.

Für jede Mittelstütze läßt sich also eine Gleichung auf-

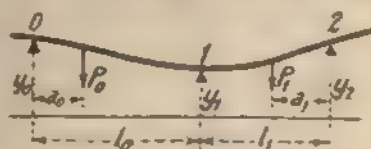


Fig. 134

stellen, welche ausdrückt, daß die zusammengehörigen Querschnitte eine gleiche Neigung gegen die Vertikale aufweisen, nur ist der Winkel für die eine als positiv, für die andere als negativ zu betrachten. So erhält man

die Clapeyronschen Gleichungen¹⁾, deren allgemeine Form ist

$$M_0 l_0 + 2 M_1 (l_0 + l_1) + M_2 l_1 + N + 6 E J \left(\frac{y_1 - y_0}{l_0} - \frac{y_2 - y_1}{l_1} \right) = 0$$

Das Glied N berücksichtigt die Belastung, aus Σ für Einzellasten Fig. 284

$$N = \Sigma P_0 l_0^2 \left(\frac{a_0}{l_0} - \frac{a_0^3}{l_0^3} \right) + \Sigma P_1 l_1^2 \left(\frac{a_1}{l_1} - \frac{a_1^3}{l_1^3} \right)$$

für partielle gleichmäßige Belastung (Fig. 285).

$$N = \frac{P_0 l_0^3}{2} \left[\frac{a_0^2}{l_0^2} - \frac{1}{2} \frac{a_0^4}{l_0^4} - \left(\frac{m_0^2}{l_0^2} - \frac{1}{2} \frac{m_0^4}{l_0^4} \right) \right] + \frac{P_1 l_1^3}{2} \left[\frac{a_1^2}{l_1^2} - \frac{1}{2} \frac{a_1^4}{l_1^4} - \left(\frac{m_1^2}{l_1^2} - \frac{1}{2} \frac{m_1^4}{l_1^4} \right) \right]$$

für gleichmäßige totale Belastung:

$$N = \frac{1}{4} P_0 l_0^3 + \frac{1}{4} P_1 l_1^3$$

Eine trapezförmige Belastung entspricht einer gleich-



Fig. 285

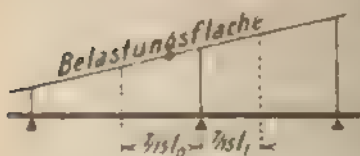


Fig. 286

mäßigen mit dem Wert der Ordinate auf $\frac{1}{2}$ (Fig. 286). Wenn $l_1 = l_0$ so ist der Wert der Mittelstütze in die Formel für totale gleichmäßige Belastung für beide Felder einzuführen.

Andere stetige Belastungen reduziert man zu einer passend gewählten Anzahl von Einzellasten.

Zur leichteren Berechnung des Gliedes N dienen folgende Tabellen, wenn man $q = \frac{a}{l}$ oder $q = \frac{h}{l}$ setzt.

¹⁾ So genannt nach dem französischen Ingenieur, in dem Berechnungspunkt (N) angegeben hat.

Werte von $q - q^3$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,000 | 0,010 | 0,020 | 0,030 | 0,040 | 0,050 | 0,060 | 0,070 | 0,080 | 0,089 |
| 0,099 | 0,109 | 0,118 | 0,128 | 0,137 | 0,147 | 0,156 | 0,165 | 0,174 | 0,183 |
| 0,192 | 0,201 | 0,209 | 0,218 | 0,226 | 0,234 | 0,242 | 0,250 | 0,258 | 0,266 |
| 0,273 | 0,280 | 0,287 | 0,294 | 0,301 | 0,307 | 0,315 | 0,319 | 0,325 | 0,331 |
| 0,336 | 0,341 | 0,346 | 0,351 | 0,355 | 0,359 | 0,363 | 0,366 | 0,369 | 0,372 |
| 0,375 | 0,377 | 0,379 | 0,381 | 0,383 | 0,384 | 0,384 | 0,385 | 0,385 | 0,385 |
| 0,384 | 0,383 | 0,382 | 0,380 | 0,378 | 0,375 | 0,373 | 0,369 | 0,366 | 0,362 |
| 0,357 | 0,352 | 0,347 | 0,341 | 0,335 | 0,328 | 0,321 | 0,314 | 0,305 | 0,297 |
| 0,288 | 0,279 | 0,269 | 0,258 | 0,247 | 0,235 | 0,224 | 0,212 | 0,199 | 0,185 |
| 0,171 | 0,156 | 0,141 | 0,126 | 0,109 | 0,093 | 0,075 | 0,057 | 0,039 | 0,020 |

Werte von $q^2 - 1/2 q^4$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,002 | 0,003 | 0,004 | 0,005 | 0,006 | 0,008 |
| 0,010 | 0,012 | 0,014 | 0,017 | 0,019 | 0,022 | 0,025 | 0,029 | 0,032 | 0,035 |
| 0,039 | 0,043 | 0,047 | 0,052 | 0,056 | 0,061 | 0,065 | 0,070 | 0,075 | 0,080 |
| 0,086 | 0,091 | 0,097 | 0,103 | 0,109 | 0,115 | 0,121 | 0,127 | 0,133 | 0,140 |
| 0,147 | 0,154 | 0,161 | 0,168 | 0,175 | 0,182 | 0,189 | 0,196 | 0,204 | 0,211 |
| 0,219 | 0,226 | 0,234 | 0,241 | 0,249 | 0,256 | 0,264 | 0,272 | 0,280 | 0,287 |
| 0,295 | 0,303 | 0,310 | 0,318 | 0,326 | 0,333 | 0,341 | 0,348 | 0,356 | 0,363 |
| 0,370 | 0,377 | 0,384 | 0,391 | 0,398 | 0,405 | 0,411 | 0,418 | 0,424 | 0,430 |
| 0,435 | 0,441 | 0,447 | 0,452 | 0,457 | 0,462 | 0,466 | 0,470 | 0,474 | 0,478 |
| 0,482 | 0,485 | 0,488 | 0,491 | 0,493 | 0,495 | 0,497 | 0,498 | 0,499 | 0,500 |

Es lassen sich eben so viele Clapeyronsche Gleichungen aufstellen, als Mittelstützen vorhanden sind, & der gleichen Anzahl von Unbekannten, da die Momente der Endstützen meist gleich Null sind, oder, falls dies nicht der Fall ist, wegen ihrer statischen Bestimmtheit ohne Schwierigkeit berechnet werden können.

Nach Auflösung der Gleichungen Seite 34 ist es oft bequem, die Stützendrucke gleich zu ermitteln. Dies kann mit Hilfe der schon berechneten Momente geschehen, indem man für diese je einen Ausdruck schreibt, wo die Lasten als bekannte, die Auflagedrucke als unbekannte Kräfte alle mit dem betreffenden Hebelarm

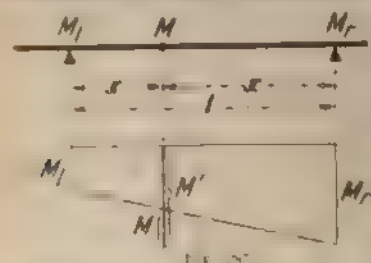
und passendem Vorzeichen, eingeführt werden. Die Querkraften lassen sich jetzt von einem Ende des Trägers ausgehend, ohne weiteres bestimmen. Es ist ratsam, diese Berechnung bis zum anderen Ende durchzuführen.

Man kann aber auch einen anderen Weg einschlagen (Fig. 287).

Die Querkraft in einem beliebigen Querschnitt ist $Q = Q_0 + \frac{M_r - M_l}{l}$, wo Q_0 die Querkraft für den einfachen Balken darstellt. Da die Momente M und M_r im allgemeinen negativ sind, so gibt ein größerer absoluter Wert von M_r einen Zuschlag für Q .

Nun kann man zur Ermittlung der Momente für alle wichtigen Querschnitte übergehen, indem man entweder alle Kräfte auf einer Seite des betreffenden Querschnittes bis zum Trägerende berücksichtigt, oder das in Frage kommende Feld ausschneidet und die Stützmomente und die Querkraft in die Rechnung einführt, oder die Formel $M = M' + \frac{c}{l} M_l + x H$ benutzt (Fig. 287), wo M' das Moment für den einfachen Balken bezeichnet.

Die Auflösung der Clapeyronschen Gleichungen, besonders wenn sie in großer Anzahl sind, ist eine sehr unständliche Arbeit, um so mehr, weil die numerischen Werte ziemlich genau bestimmt werden müssen. Es sei im allgemeinen das Verfahren von Eliminationskoeffizienten empfohlen (Seite 34). Man multipliziert die erste Gleichung mit α , die zweite mit β usw., wo α, β vorläufig unbestimmt bleiben. Nun addiert man alle Gleichungen und bestimmt die Werte von α, β, \dots , so daß in der entstehenden Gleichung alle Koeffizienten



Die Auflösung der Clapeyronschen Gleichungen, besonders wenn sie in großer Anzahl sind, ist eine sehr unständliche Arbeit, um so mehr, weil die numerischen Werte ziemlich genau bestimmt werden müssen. Es sei im allgemeinen das Verfahren von Eliminationskoeffizienten empfohlen (Seite 34). Man multipliziert die erste Gleichung mit α , die zweite mit β usw., wo α, β vorläufig unbestimmt bleiben. Nun addiert man alle Gleichungen und bestimmt die Werte von α, β, \dots , so daß in der entstehenden Gleichung alle Koeffizienten

Die Auflösung der Clapeyronschen Gleichungen, besonders wenn sie in großer Anzahl sind, ist eine sehr unständliche Arbeit, um so mehr, weil die numerischen Werte ziemlich genau bestimmt werden müssen. Es sei im allgemeinen das Verfahren von Eliminationskoeffizienten empfohlen (Seite 34). Man multipliziert die erste Gleichung mit α , die zweite mit β usw., wo α, β vorläufig unbestimmt bleiben. Nun addiert man alle Gleichungen und bestimmt die Werte von α, β, \dots , so daß in der entstehenden Gleichung alle Koeffizienten

der Unbekannten gleich Null werden, mit Ausnahme desjenigen der Unbekannten, die man berechnen will und welcher den Wert -1 erhält. Der Wert dieser Unbekannten ist alsdann $\alpha R_1 + \beta R_2 + \gamma R_3 + \dots$, wo R immer das jeweils bekannte Glied jeder Gleichung darstellt. Die Hilfsgleichungen sind leicht zu lösen, da die Arbeit, die man für eine Unbekannte ausgeführt hat, zum großen Teil wieder für die nächste zu benutzen ist. Die Koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ werden um so kleiner, je weiter die mit ihnen multiplizierten Gleichungen von der Gleichung entfernt liegen, welche -1 gesetzt wurde (es empfiehlt sich, sie als echte Brüche, nicht als Dezimalbrüche darzustellen, um Fehler zu vermeiden), und können bald vernachlässigt werden. Das Verfahren ist besonders bequem für den Fall, daß man mehrere Belastungsfälle untersuchen will, da die Hilfskoeffizienten immer zu benutzen sind und unverändert bleiben. Man tut gut, jede Unbekannte für sich zu ermitteln, nicht eine aus der anderen abzuleiten.

Bei symmetrischen Anordnungen des Trägers gelingt es oft, die Gleichungen einfacher dadurch zu lösen, daß man als neue Unbekannte die Summe der ersten und der letzten, der zweiten und der vorletzten, der dritten und der drittletzten Unbekannten usw., ferner die entsprechenden Differenzen einführt. Aus den gegebenen Gleichungen eliminiert man die alten Unbekannten durch Addition bzw. Subtraktion und Einführung der neuen, wodurch die Gleichungen auf zwei voneinander ganz unabhängige Gruppen reduziert werden.

Die Werte der Stützenmomente sind im allgemeinen negativ, d. h. über den Stützen werden die oberen Fasern des Trägers auf Zug beansprucht die unteren auf Druck, während in der Mitte der Felder das Umgekehrte geschieht.

Sind die Stützenmomente bekannt, so ist es leicht das Momentendiagramm für den ganzen Träger zu konstruieren. Man zeichnet es zunächst für jedes Träger

feld wie für einen einfachen Balken auf zwei Stützen alsdann braucht man nur die Stützenmomente auf den Stützenvertikalen von der Nulllinie aus abzutragen mit Rücksicht auf das Vorzeichen und die Endpunkte durch Geraden zu verbinden, um das Diagramm der Momente für den durchgehenden Träger zu erhalten.

Aus diesem ersieht man gleich, daß die Momente in der Nähe der Stützen schnell abnehmen, was eine Folge des verhältnismäßig hohen Wertes des Stützendruckes ist. Da dieser jedoch in der Praxis nicht in einem mathematischen Querschnitt konzentriert sein kann, sich vielmehr vgl Lagerkonstruktion auf eine gewisse Länge verteilen muß, so ist es gerechtfertigt die Spitze des Momentendiagramms innerhalb dieser Länge parabolisch abzurunden, was mitunter eine gewisse Materialersparnis mit sich bringt.

Die im Vorigen beschriebene Methode eignet sich zur Untersuchung des Trägers bei einer festen Belastung wie z. B. Eigengewicht, Wind oder Schneebelastung usw. Bei Einzellasten konstruiert man Seilpolygone bei gleichmäßig verteilter Last Parabeln.

Für eine veränderliche Belastung genügt es, wenn sie gleichmäßig verteilt ist, die ungünstigsten Laststellungen mit Hilfe der später angegebenen Sätze zu bestimmen und die einzelnen Fälle rechnerisch zu untersuchen, für bewegliche Einzellasten muß man mit den Einflußlinien arbeiten, da die Einführung einer gleichförmigen gleichwertigen Belastung unzulässig ist.

Die Fixpunkte.

Sind in einem durchgehenden Träger einige Felder von einem Ende ab unbelastet, so lauten die Clapeyron'schen Gleichungen (Fig. 258)

$$2 M_1 l_1 + l_2^2 + M_2 l_2 = 0$$

$$M_1 l_2 + 2 M_2 l + l_3 + M_3 l_1 = 0$$

$$M_2 l_1 + 2 M_3 l_2 + l_4 + M_4 l_3 = 0$$

$$M_3 l_1 + 2 M_4 l_2 + l + M_5 l_4 = 0 \text{ usw.}$$

sie enthalten also nur Stützenmomente mit ihren Koeffizienten. Die erste Gleichung enthält nur zwei Unbekannte, deren Verhältnis also gleich bestimmt werden kann, führt man den berechneten Wert in die zweite Gleichung ein, so kann das Verhältnis zwischen zwei

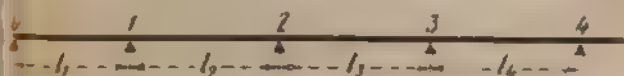


Fig. 286

weiteren Unbekannten bestimmt werden usw. Nimmt man an, daß die Belastung erst auf oder nach der letzten Stütze anfangt, Belastung durch ein Moment oder Belastung des Kragarmes, so lassen sich alle Verhältnisse zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Momenten berechnen.

Es wird also

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{1/2 l_2}{l_1 + l_2}$$

$$\frac{M_1}{M_2} l_2 + 2(l_1 + l_2) + \frac{M_3}{M_2} l_3 = 0.$$

$$\frac{M_2}{M_3} l_3 + 2(l_3 + l_4) + \frac{M_4}{M_3} l_4 = 0 \text{ usw.}$$

Teilt man nun jedes Feld in dem Verhältnis der beiden angrenzenden Stützenmomente, so ist der jedesmalige Teilpunkt allgemein Fixpunkt genannt, nur von der Länge der betreffenden Felder abhängig. Auf diese Weise erhält also jedes Feld einen Fixpunkt, in dem letzten Feld fällt er mit der Außenstütze zusammen; um den Fixpunkt für das letzte Feld zu erhalten, muß man voraussetzen, daß das Moment über der rechten Außenstütze einen von Null verschiedenen Wert hat. In man muß in der letzten Clapeyron'schen Gleichung ebenfalls drei Momente einführen, als ob der Träger noch weiter verlängert wäre. Derselbe Berechnung führt man, von dem andern Ende beginnend,

durch und erhält so für jedes Feld einen zweiten Fixpunkt. Die Lage der Fixpunkte kann mit Hilfe der Formel berechnet werden (Fig. 289):

$$y = \frac{1-x}{3+2\eta-3x(1-\eta)}, \text{ wo } \eta = \frac{l_1}{l_2}$$

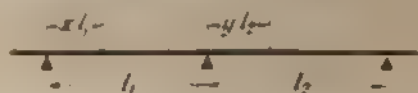


Fig. 289

Für die erste Öffnung ist $x = 0$ zu setzen, der erhaltene Wert von y wird als x für die zweite benutzt usw. Die Konstruktion der Fixpunkte ist in Fig. 290 angegeben.

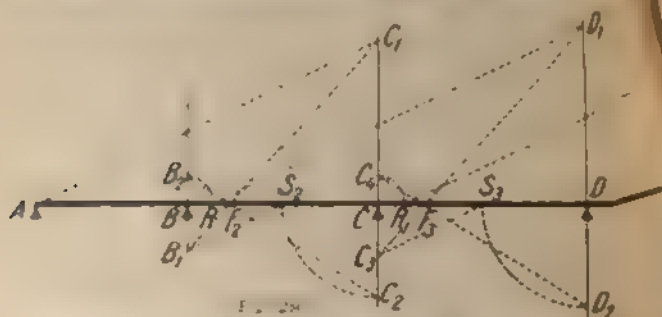


Fig. 290

Das Verfahren wird aus den vorseitigen Gleichungen wie folgt abgeleitet. Die zweite Gleichung liefert:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{1/2 l_1}{1/2 l_2} \frac{M_1}{M_2} + \frac{l_2 + l_1}{1/2 l_2}$$

der Wert von $\frac{M_1}{M_2}$ ist negativ, der Zähler ist also in der ersten eine Differenz, nicht eine Summe. Man bestimmt die Mittelpunkte S der Mittelöffnungen, zieht $A C_1$ beliebig und $S_2 B_1$ ($C_1 A$). Die Gerade $B_1 C_1$ schneidet die Tragsachse in dem Fixpunkte F_2 . Nun macht man $C_2 C_1 S_1$, zieht $C_2 F_2 B_2$, macht $B B_2 = B B_2$, zieht $R D$

beliebig und $\Sigma C_1 D_1 R$. Die Gerade $C_1 D_1$ bestimmt den Fixpunkt F_1 usw. Eine ähnliche Konstruktion macht man von dem rechten Ende ab.

Die Fixpunkte liegen alle außerhalb des mittleren Drittels jedes Feldes (vgl. Gleichung auf Seite 336).

Will man nur einige Öffnungen eines Trägers auf vielen Stützen untersuchen, so ist es zulässig, einen Fixpunkt nach Gutdunkem anzunehmen und von dort die folgenden zu ermitteln, der Fehler verliert sich bald.

Die Fixpunkte drücken die Abhängigkeit der einzelnen Felder voneinander aus. Ist eine einzige Öff-

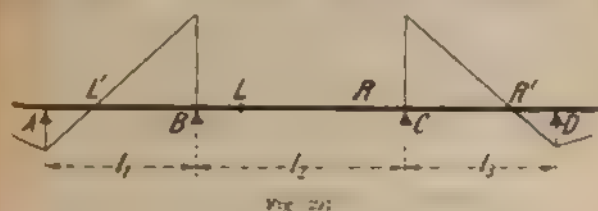


Fig. 291

nung belastet, z. B. die BC (Fig. 291), so lauten die Clapeyronschen Gleichungen:

$$l_1 M_A + 2 l_1 + l_2 M_B + l_2 M_C + N_1 = 0$$

$$l_2 M_B + 2 l_2 + l_3 M_C + l_3 M_D + N_2 = 0.$$

Ferner ist, wenn L' , L und R , R' Fixpunkte sind

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{B L'}{A L'} \quad \text{und} \quad - \frac{M_C}{M_D} = \frac{C R'}{D R'}$$

So kann man die zwei Unbekannten M_A und M_B gleich eliminieren, wodurch die Aufgabe auf die Lösung von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten zurückgeführt ist. Ist ein Stützenmoment bekannt, so erhält man alle übrigen Stützenmomente auf der unbelasteten Seite, indem man den Linienzug zeichnet (oder rechnet), der auf der betreffenden Stützenvertikalen das gegebene Moment schneidet und durch die Fixpunkte aller Öffnungen geht.

Ungünstigste Belastungen bei gleichmäßig verteilter Last.

Für jeden Querschnitt zwischen den Fixpunkten einer Öffnung wird das positive Moment zum Maximum, wenn die betreffende Öffnung ganz belastet ist und die übrigen abwechselnd belastet und unbelastet sind (Fig. 292). Für alle Querschnitte einer Öffnung wird



Fig. 292

das negative Moment am größten, wenn die Öffnung selbst unbelastet ist, alle übrigen abwechselnd belastet und unbelastet sind (ähnlich wie oben).

Ein Stützenmoment wird am größten negativ, wenn die beiden angrenzenden Öffnungen belastet, die übrigen abwechselnd belastet und unbelastet sind. Im umgekehrten Fall wird das Moment zum positiven Maximum. Die Querkraft in einem beliebigen Quer-



Fig. 293

schnitt wird zum Maximum, wenn die Strecke auf einer Seite desselben bis zur nächsten Stütze belastet ist, die anderen Öffnungen abwechselnd belastet und unbelastet sind, auf der anderen Seite muß das Umgekehrte stattfinden (Fig. 293).

Zu einer angenäherten Berechnung genügt die Annahme der Belastung jeder Öffnung für sich und vor je zwei aufeinanderfolgenden Öffnungen. So wäre z. B. für einen Träger über vier Öffnungen sieben Fälle zu untersuchen. Durch die Addierung der Wirkungen reduziert sich die Anzahl auf vier, die nachher zu je zwei vereinigt werden. Für die Querkraft genügt die sehr ungünstige Annahme, daß die größte positive Querkraft bei einer Stütze geradlinig zur kleinsten positiven bei der nächsten übergeht, ähnlich für die negativen.

Für eine genauere Untersuchung darf man die Belastung von ferner liegenden Öffnungen vernachlässigen; es genügt, nur eine auf jeder Seite der betrachteten zu berücksichtigen.

In den Punkten auf etwa 0,2 l von beiden Stützen ist das mögliche Moment ein Minimum und kann einen ebenso großen positiven als negativen Wert annehmen. Eine Ausnahme machen die Endöffnungen, wo das Maximum nur in einem Punkt auftritt, der etwa 0,6 l vor der Außenstütze liegt.

Diese Minimumpunkte sind für die Anordnung der Stöße geeignet. Das Diagramm der größten Querkraft (entsprechend für die Netteilung) besteht aus flachen, gegen die Nullachse konvexen Kurven.

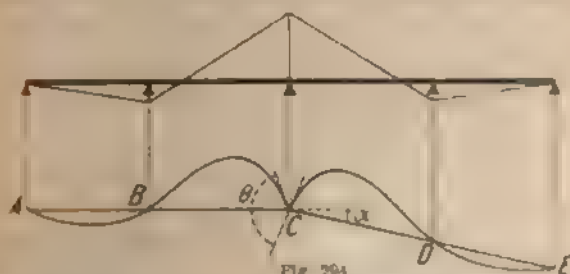
Einflusslinien.

Dieselben erstrecken sich alle über die ganze Länge des Trägers.

Einflusslinie für ein Stützenmoment.

Man denkt sich über der Stütze ein Gelenk vorhanden und lastet auf beiden Seiten desselben ein beliebig gewähltes Moment wirken.

Das Momentendiagramm ist mit Hilfe der Fixpunkte leicht zu zeichnen; dazu konstruiert man die



Wegangshilfe, die die gesuchte Einflusslinie darstellt. Am besten wählt man zwei Pole in gleicher Entfernung von der Geraden der Kräfte. Die Punkte A, B, C

nachem Maßstab zu konstruieren wie die M_A - und M_B -Linien, und deren Ordinaten mit den Ordinaten der M_A - und M_B -Linien abgetrausch zu addieren, nachdem man diese mit $\frac{BC}{AB}$ bzw. $\frac{AC}{AB}$ multipliziert hat. Sind in der Öffnung AB immer negativ, man zieht sie also von den Ordinaten der M' -Linie ab.

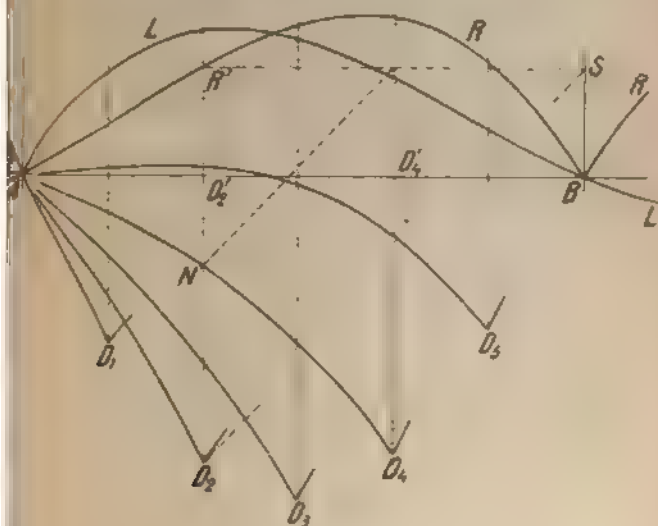


Fig. 296

Reduktion führt man am besten graphisch mit Hilfe besonders konstruierter Winkel aus wie aus der Fig. 296 ersichtlich. Außerhalb der Öffnung AB fällt die M' -Linie fort, und die M_A und M_B -Linien haben immer entgegengesetztes Vorzeichen.

Will man für eine Reihe von Querschnitten die Einflusslinien der Momente konstruieren, so ist ein anderes Verfahren vorteilhafter.

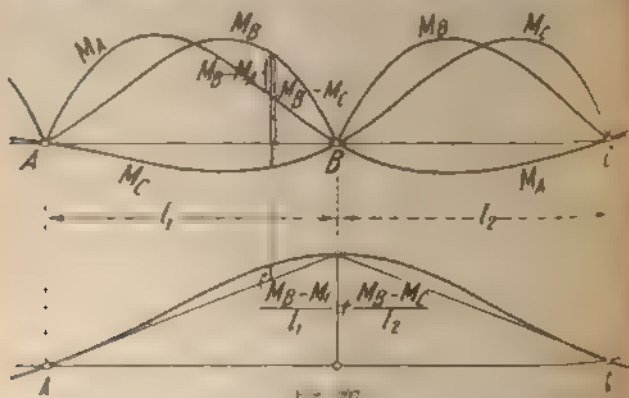
Es seien R und L (Fig. 296) die Einflusslinien für das rechte bzw. linke Stützmoment, D_1, D_2, D_3 usw.

die Spitzen der Einflußlinien, die man eben konstruieren will, welche nach der Gleichung auf Seite 332

$$M = M' + \frac{x}{l} M_R + \frac{x'}{l} M_L$$

bestimmt werden. Teilt man nun die Strecke l in N so, daß $\frac{D_2 N}{N R} = \frac{D_1 B}{D_2 D_1}$, so ist N ein Punkt der Einflußlinie D_1 . So erhält man bald eine genügende Anzahl von Punkten, um alle Einflußlinien zu zeichnen.

Liegen die gewählten Querschnitte gleich weit entfernt voneinander, so werden alle Teile der Strecken zwischen D und R gleich, und zwar sind auf D_1 fünf, auf D_2 vier gleiche Teile usw. Analog für die Strecken zwischen D und L sind auf D_2 zwei Teile, auf D_3 drei usw.



im Sinne der graphischen Statik gemessen denselben Wert haben.

Einflusslinie für einen Stützendruck.

$$\text{Aus der Gleichung } S = S_0 - \frac{M_B - M_A}{l_1} - \frac{M_B - M_C}{l_2}$$

lässt man folgende Konstruktion ab. Man zieht zwei Geraden, welche auf der Stützenvertikalen durch B (Fig. 297) die Strecke lt in beliebigem (aber bequemen!) Maßstab abschneiden und durch A und C gehen. Zu den Ordinaten dieser Geraden fügt man die Strecken $\frac{M_A}{l_1}$ und $\frac{M_C}{l_2}$ hinzu. In keinem Punkt darf die Kurve gebrochen erscheinen. Außerhalb der Strecke AC fällt das Glied S_0 fort, und damit auch die beiden geneigten Geraden.

Für die Endfelder vereinfacht sich die Sache, man braucht nur die Endstütze zu beseitigen und dort eine

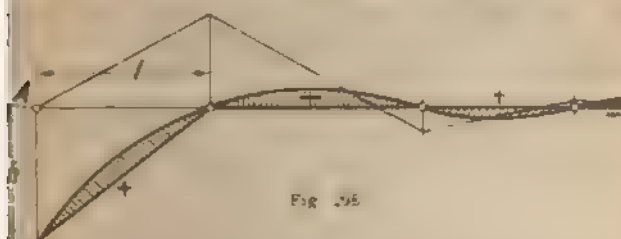


Fig. 295

beliebige Last anzubringen (Fig. 298). Das Momentendiagramm ist mit Hilfe der Fixpunkte schnell gezeichnet. Die erste Ordinate kann willkürlich gewählt werden. Man konstruiert man die Biegelinie, welche die Einflusslinie des Stützendruckes A darstellt. Die Einheit ist die Ordinate h . Die schraffierte Fläche ist die Einflussfläche des ersten Stützenmomentes; auf den weiteren Feldern fällt sie mit der Einflusslinie des Stützendruckes an der Endstütze zusammen. Die Einheit ist $\frac{l}{h}$. Es ist dann, diese Linie durch Rechnung zu ermitteln, da

sonst die kurzen Ordinaten mit dem großen Multiplikator leicht zu groben Fehlern führen können.

Umgekehrt kann man die A Linie aus der Einflußlinie des ersten Momentes ableiten, und zwar mit jeder gewünschten Genauigkeit.

Einflußlinie für eine Querkraft.

Nach der Formel $Q = Q_0 + \frac{M_1 - M_0}{l} M_0$ konstruiert man die Linie für irgendeinen Querschnitt der Öffnung

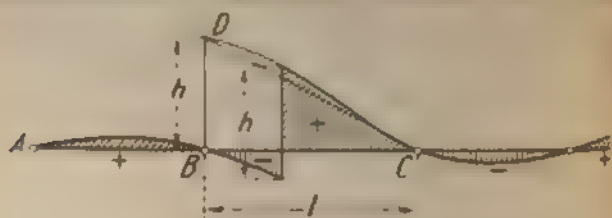


Fig. 299

BC Fig. 299 indem man zu den Ordinaten der Geraden CD die Größe $\frac{M_C - M_B}{l}$ addiert. Für alle anderen Felder bleibt nur dieses letzte Glied zu berücksichtigen. Verschiebt man nun parallel zu sich selbst einen Teil der Kurve so erhält man die gesuchte Einflußlinie. Die Einheit ist A .

Alle diese Kurven sind als Biegelinien des Balkens aufzufassen. So kann man z. B. die Einflußlinie für das Moment in einem beliebigen Querschnitt erhalten, indem man dort ein Gelenk einschaltet, ein willkürlich angenommenes Moment auf beide Seiten des Gelenkes wirken läßt und die Biegelinie für diesen Belastungszustand zeichnet. Zum Momentendiagramm kommt man am schnellsten, wenn man Fig. 300 einen behelzten auf der Senkrechten durch G gewählten Punkt S mit den nächsten Stützen verbindet; so bestimmt man auf der Senkrechten durch die Fixpunkte L und R die Punkte M und N . Die Momentenfläche in der Öffnung BC

ist durch die Gerade MN bis zu den Stützenvertikalen verlängert begrenzt und wird als positiv betrachtet. In den seitlichen Öffnungen gehen die Geraden, welche die Momentenfläche begrenzen, immer durch die am weitesten liegenden Fixpunkte. Die Biegelinie ist

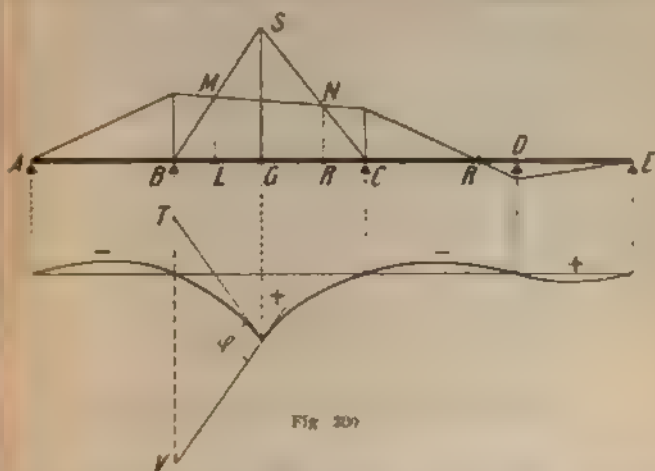


Fig. 207

die Einfluslinie für das Moment in G , als Einheit gilt der Winkel q der Tangenten unter G , im Sinne der graphischen Statik gerechnet; d. h. der Multiplikator ist $\frac{BG}{TV}$.

Für einen Stützendruck senkt man die betreffende Stütze um eine beliebige Strecke, ermittelt das Momentendiagramm (Seite 346) und zeichnet die Biegelinie, welche die Einfluslinie darstellt. Die Einheit ist die Strecke unter der betreffenden Stütze.

Für die Querkräfte senkt man um ein gleiches Maß alle Stützen auf derselben Seite vom gewählten Querschnitt, zeichnet das Momentendiagramm (s. unten) und die Biegelinie.

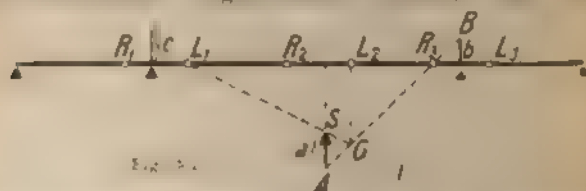
Zur Zeichnung der Biegelinien leistet das auf S. 277 angegebene Verfahren gute Dienste.

Alle diese Lamien sind dritten Grades, ihre Fläche kann also genau nach der Formel Nr. 6, S. 41 berechnet werden.

Einfluß ungleich hoher Stützen.

Derselbe wird mit Hilfe der Clapeyronschen Untersuchungen bestimmt. Es empfiehlt sich, jedesmal die Senkung nur einer Stütze anzunehmen und die verschiedenen Momentendiagramme in grossem Massstab aufzutragen, man übersieht alsdann am besten die günstigste Kombination von Senkungen.

Will man ein graphisches Verfahren verwenden, trägt man die mit k multiplizierte Senkung unter den betreffenden Stütze auf (k ist eine Zahl!). Sind I und A die Fixpunkte (Fig. 301), so zieht man $L_1 S$ bis G und dann $G R_2$, wodurch die Strecken a und b auf den Stützenvertikalen abgeschnitten werden. Diese stehen



die betreffenden Momente dar, und zwar werden erst mit dem Maßstab der Zeichnung und dann mit

der Kraft $H = \frac{6 E J}{\lambda l^2}$ multipliziert. Durch eine solche Konstruktion bestimmt man das Moment c , woraus sich eine Kontrolle für das Moment a ergibt. Das Momentendiagramm ist nun leicht zu vervollständigen.

[illegible]

b) Träger mit veränderlichem Trägheitsmoment.

Wird das Trägheitsmoment nur durch die Anzahl der Gurtplatten geändert, während die Höhe des Stahlbleches konstant bleibt, so ist der Einfluss der Veränderlichkeit nicht groß, der Fehler bei den Momenten beträgt 5 bis 6 %, Querkraft und Stützendrucke werden noch weniger beeinflusst.

Ändert sich dagegen die Höhe des Stahlbleches, so muß dies im allgemeinen berücksichtigt werden, wobei folgendes Verfahren gute Dienste leistet. Als Unbekannte nimmt man wieder die Stützenmomente an,

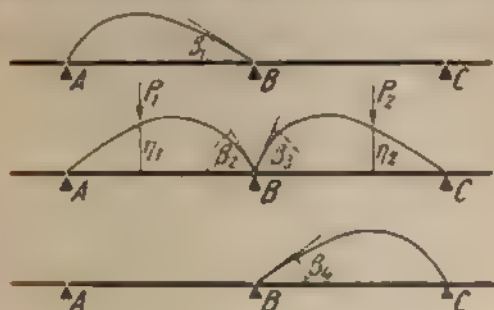


Fig. 302.

und denkt sich den Träger über jeder Stütze geschnitten. Nun schreibt man der Reihe nach jedem unbekannten Moment den Wert 1 zu, und ermittelt am besten graphisch die Biegelinien der jedesmal in Betracht kommenden Trägerstücke sowie die Neigungen der betreffenden Endtangente. Die Elastizitätsgleichungen müssen nun ausdrücken, daß der Knick über jeder Stütze infolge der Wirkung aller Stützenmomente gleich und entgegengesetzt ist dem Knick daselbst infolge der Lasten auf den beiden Öffnungen. Infolge der Wirkung der Momente M_A , M_B , M_C Fig. 302 hat der Knick des Trägers in B den Wert $\gamma_1 M_A + \gamma_2 + \gamma_3 M_2 + \gamma_4 M_C$. Dieser Wert muß entgegengesetzt gleich sein dem in B

entstehenden Knick infolge der Belastung der Strecken AB und BC , also gleich $(\beta_2' + \beta')$.

Betrachtet man z. B. den Belastungszustand $M_A = 1$, so lautet die Arbeitsgleichung der äußeren Lasten

$$1 \cdot (\beta_2' + \beta_3') + P_1 r_1 + P_2 r_2 = 0, \text{ folglich wird} \\ \beta_1 M_A + \beta_2' M_B + \beta_3' M_C + P_1 r_1 + P_2 r_2 = 0.$$

Auf ähnliche Weise lassen sich alle Clapeyronschen Gleichungen aufstellen. Die Einflussslinie jeder Unbekannten wird danach konstruiert, indem man die Ordinaten der einzelnen Biegemomente, jede mit dem betreffenden Eliminationskoeffizienten multipliziert, algebraisch addiert, was graphisch oder rechnerisch geschehen kann.

Die β und r können hier in einem beliebigen Maßstab derselbe für alle Gleichungen ausgedrückt werden; will man aber die Senkungen der Stützen mit in Rechnung ziehen, so müssen alle Werte in wirklicher Größe eingeführt werden.

Um nicht mit sehr kleinen Zahlen zu arbeiten, multipliziert man am besten alle Gleichungen mit EJ , wo E den bekannten Elastizitätsmodul, J ein ganz willkürliches Trägheitsmoment darstellt. Das Glied, das die Senkungen berücksichtigt, wird auch mit EJ multipliziert. Aus den Einflussslinien der Stützenmomente kann man alle anderen ableiten, und zwar mit Hilfe der bereits angegebenen Formeln und Konstruktionen, die eintastenden Kurven sind aber nicht mehr III. Grades.

Zur Bestimmung der Fixpunkte geht man von den Clapeyronschen Gleichungen aus, setzt alle Lasten $= 0$ und berechnet der Reihe nach die Werte M_2, M_1, M_4 usw., wodurch die Lage der Fixpunkte festgestellt ist. Will man sie graphisch ermitteln, so empfiehlt sich folgende Konstruktion (Fig. 303).

Sind die Gleichungen:

$$a_1 M_1 + a_2 M_2 = 0, \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{c_1}{b_1}$$

$$a_1 M_1 + b_2 M_2 + c_3 M_3 = 0; \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{a_1 M_2 + b_2}{c_2} = k + \frac{b_2}{c_2}$$

$$+ M_2 + b_3 M_3 + c_4 M_4 = 0; \quad \frac{M_2}{M_3} = \frac{a_2 M_3 + b_3}{c_3} = \dots$$

so trägt man c_1 und b_1 in beliebigem Maßstab und entgegengesetzter Richtung von B und C auf und verändert die Endpunkte, wodurch F_1 bestimmt wird. Nun wird aus a_2 die Strecke k mit Hilfe von F_1 konstruiert

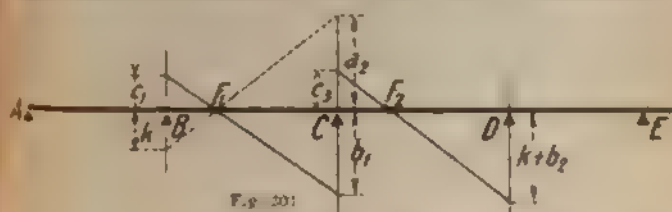


Fig. 201

und von D die alsdann bekannte Strecke $k + b_2$ aufgetragen, ferner von C die Strecke c_3 , wodurch sich F_2 bestimmt usw. Das Verfahren erklärt sich aus der zweiten Schreibart der Clapeyronschen Gleichungen.

Die Berücksichtigung der Formänderung des Stabes ist im allgemeinen nur dann nötig, wenn man mit veränderlichem Tragheitsmoment rechnet. Obiges Verfahren ist noch immer anwendbar, man braucht nur bei der Konstruktion der Biegemomente darauf Rücksicht zu nehmen.

b) Der durchgehende Fachwerkträger.

Die Behandlung des Fachwerkträgers lehnt sich strikt an diejenige des vollwandigen Trägers. Man pflegt im allgemeinen den Einfluß der Längenänderung der Füllungsstäbe außer acht zu lassen und für beide Gurtungen einen konstanten Querschnitt anzunehmen, das gibt vielfach eine genügende Annäherung, ist aber mitunter, besonders bei Trägern mit veränderlicher Höhe, unzulässig. Am zweckmäßigsten wählt man als statisch

nicht bestimmbare Größen die Spannkraft der Stäbe gegenüber den Mittelstützen. Man schaltet alle diese Stäbe aus und schreibt jeder Unbekannten der Reihe nach den Wert 1 zu, während unterdessen alle anderen gleich Null gesetzt werden. Nun ermittelt man für jeden Belastungszustand $X = 1, Y = 1, Z = 1$ usw. die Biegungslinie des belasteten Gurtes sowie die Änderung, welche die Entfernung der theoretischen Enden der ausgeschalteten Stäbe erleidet. Jede Elastizitätsgleichung drückt nun die Bedingung aus, daß die durch die betreffende Kraft hervorgerufene Längsänderung jedes ausgeschalteten Stabes gleich sein muß der Änderung der Entfernung seiner theoretischen Enden infolge der Belastung der benachbarten Öffnungen. Der Maxwell'sche Satz erlaubt dieses letzte Maß durch die Summe $P_1 \delta_{11} + P_2 \delta_{12}$ auszudrücken vgl. S. 242. Man erhält also eine Reihe von Gleichungen der Form

$$\alpha X + \beta Y + \gamma Z + \delta V + P_1 \zeta_1 + P_2 \zeta_2 = 0$$

Will man die eventuelle Senkung der Stützen mit berücksichtigen, so kommt noch ein Glied hinzu, das die dadurch verursachte Änderung der Länge des Stabes Δl mit passendem Vorzeichen berücksichtigt. Im übrigen bleibt das Verfahren wie für den vollwandigen Träger mit veränderlichem Tragheitsmoment. Die Fixpunkte lassen sich ebenso bestimmen und sind ebenso zu benutzen.

Die Größe der in Fig. 904 dargestellten Träger hängt von der Länge der zu tragenden Lasten ab. Die Lasten sind in der Abbildung in der Größe der Träger angegeben. Die Träger sind in der Abbildung in der Größe der Träger angegeben.

It is a very good idea to have a "State of the Union" or "State of the World" report. I have seen many of these reports and they are very interesting. I have also seen many of these reports and they are very interesting. I have also seen many of these reports and they are very interesting.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Die horizontale Verschiebung von Punkt 1 Angriffspunkt der Kraft X ist $-1,4$ auf den Knoten 0 bezogen, d. h. der Punkt 1 neigt sich um $-1,4$ dem Punkt 0.

Die horizontale Öffnung findet man die Ordinaten wieder auf die Gerade der Stützen bezogen:

$$\begin{array}{cccccccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \text{für } X & 5,92 & 12,63 & 14,71 & 15,513 & 16,114 & 13,784 & 11,530 & 9,697 & 8,20 & 1,619 & & \\ \text{für } Y & & & & & & & & & & & & \\ \text{für } Z & & & & & & & & & & & & \\ \text{für } V & & & & & & & & & & & & \\ \text{für } W & & & & & & & & & & & & \end{array}$$

Die horizontale Verschiebung von Punkt 1 ist $8,862$ auf den Knoten 0 bezogen, bezogen von 11 auf 12 bezogen ist $3,628$. Die gesuchte Länge des Stabes X wird also vergrößert infolge der Kraft X um $1,4$ auf den Knoten 0 und um $3,628$ auf den Knoten 12, also um $1,4 + 3,628 = 5,028$.

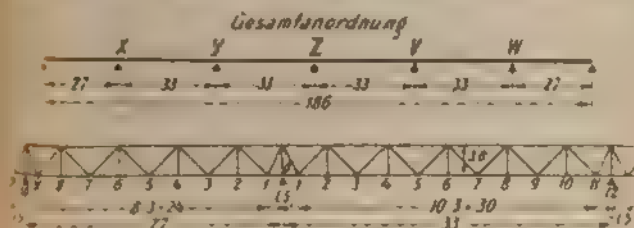


Fig. 234

Dieselben Zahlen wie für die zweite Öffnung und $X = 1$ nur ist unter Umständen die Reihenfolge umgekehrt. So ist bei dem Belastungsstand P_1 die Annäherung der beiden Knoten 1 der ersten und der zweiten Öffnung 7,014. Wirken beide Kräfte X und Y so ist die resultierende Annäherung des Stabes X $13,396 X + 2,628 Y$. In anderen Fällen haben wir keinen Grund, X liegt auf der ersten Öffnung die Last P_1 , auf der zweiten die Last P_2 , und sind die Ordinaten der Biegelinie u_1 , u_2 . Bei der Belastung $X = 1$, so ist nach dem Maxwelltheorem die Annäherung $P_1 u_1 + P_2 u_2$. Die erste Elastizitätsgleichung findet man also infolge der Annäherung, auf der eben gerechneten addiert man, gegebenfalls, also $13,396 X + 2,628 Y + P_1 u_1 + P_2 u_2 = 0$.

Ähnlich lautet die zweite Gleichung

$$\begin{aligned} 13,396 X + 1 + 3,662 + 6,962 Y + 3,662 Z + P_3 u_3 + P_4 u_4 &= 0 \text{ und weiter} \\ 3,662 Y + 14,724 Z + 3,662 V + P_5 u_5 + P_6 u_6 &= 0, \\ 3,662 Z + 14,724 V + 3,662 W + P_7 u_7 + P_8 u_8 &= 0, \\ 3,662 V + 1,396 W + P_9 u_9 + P_{10} u_{10} &= 0. \end{aligned}$$

Die Eliminationskoeffizienten ergeben sich für X z.

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{1}{13,42} & \frac{1}{47,04} & \frac{1}{15,71} & \frac{1}{1,668} & \frac{1}{24,07} & & \\ \text{Dadurch } X & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 \\ & 12,42 & 12,4 & -47,04 & +2,47 & 1,177 & \\ & -P_7 & -P_8 & -P_9 & -P_{10} & P_{11} & P_{12} \end{array}$$

Mit Hilfe der Tabellen der Ordinaten u (Mit auch Momenten M) kann man die Ordinaten für die Punkte 1 bis 12 berechnen.

Nach der Integration hat man jede mittlere Funktion η zu ermitteln, während man die Endglieder, gleich wie bei der Integration, aus den Endgliedern η X , Y ... heraus, aber auch die Endglieder

Einfluss der Senkung der Stützen.

Ist der durchgehende Träger statisch bestimmt, so hat man $\eta = 0$ an den Enden, also die Endglieder η X , Y ... heraus, aber auch die Endglieder

wird. Die Senkung η der Stütze η X hat eine Drehung η X an den Enden, also η X Y ...

Die Senkung η der Stütze η X hat eine Drehung η X an den Enden, also η X Y ...

Unter Berücksichtigung der Einflüsse der Senkung der Stützen hat man η X Y ...

c) Der durchgehende Träger auf elastisch senkbaren Stützen

In dem Falle, wo die Stützen nur wenig nachgiebig sind, ist folgende angenäherte Untersuchung zweckmäßig. Man belastet nur eine Öffnung, und zwar so, dass die größten positiven Momente entstehen. Dann berechnet man die benachbarten Stützendrücke im allgemeinen genau genug nach dem Gesetz des einfachen Trägers, ermittelt die Stützensenkungen und schließlich den Zuschlag zu den positiven Momenten, die dabei eintretende Entlastung der am stärksten beanspruchten Stützen wird außer Acht gelassen. Die größten negativen Momente, welche über den Stützen vorkommen, werden durch die Nachgiebigkeit derselben verringert, die Differenz kann nach dem eben angegebenen Verfahren ermittelt werden, wobei die Senkungen der drei hintereinander liegenden am stärksten belasteten Stützen in Rechnung zu ziehen sind. Die Verlastung der Entlastung dieser Stützen ergibt einen zu großen Wert für das Korrektionsglied, d. h. einen zu kleinen Wert für die größten negativen Momente. Man tut deshalb gut, nur einen Bruchteil, etwa 60–80 % des Abzugs einzuführen.

Bei einem Träger mit unendlich vielen gleich großen Feldern, der nur eine Einzellast in der Mitte eines der selben trägt, gibt dieses angenäherte Verfahren für das Moment unter Last einen um 1,4, 1,2, 7,3, 10,6 % zu großen Wert, je nachdem der Bruch $\omega = \frac{6 J k}{p}$, wo k die Senkung einer Stütze unter der Last 1 t mit $E = 1 \text{ t/cm}^2$ bedeutet, den Wert 0,2, 0,3, 0,4, 0,5 aufweist.

Im letzten Fall ist das Moment unter der Last 90% von dem Moment eines einfachen Balkens gleicher Länge während es bei starren Stützen nur 76% ausmachen würde.

Für die Stützenmomente ist zu beachten, daß die ungünstigste Laststellung sich mit dem Werte von ω stark ändert. So ist z. B. bei gleichen Feldern für $\omega = 0$ die ungünstigste Lage einer Einzellast auf 0,38 l von der Stütze, für $\omega = 0,18$ auf ca. 0,5 l, für $\omega = 0,54$ genau auf der nächsten Stütze.

Für die Werte von ω zwischen 0,35 und 0,55 ist das größte negative Moment infolge einer Einzellast ziemlich konstant und beträgt $\sim 60\%$ des Wertes für $\omega = 0$.

Für die genaue und allgemeine Behandlung der vorliegenden Aufgabe verweisen wir auf die besondere Abhandlung des Verfassers: »Der durchgehende Träger auf elastisch-senkbaren Stützen«, J. Springer, Berlin 1904.

d) Zweckmäßigste Höhenlage der Stützen.

Durch passend gewählte Höhe der Stützen ist ein Mittel geboten, die Momente zu ändern (die Querkraft und die Stützendrucke werden dabei wenig beeinflusst). Es läßt sich dadurch ein wesentlicher Vorteil besonders in dem Fall erzielen, wo das absolut größte Moment für die Querschnittsbestimmung maßgebend ist wie bei gewählten Trägern, zu diesem Zweck macht man die

größten positiven Momente den größten negativen gleich, wozu das Diagramm der größten Momente benutzt wird. Hat man das Diagramm konstruiert, welche die Wirkung der Senkung jeder Stütze der Reihe nach um einen Zentimeter darstellt, so ist es leicht, die Momente zusammenzustellen, die einer bestimmten Lage der Stützen entsprechen, und die passenden Senkungen zu ermitteln. Es wird sich dabei zeigen, daß die Stützen um so mehr gesenkt werden müssen, je weiter sie von den Tragerenden liegen, und daß einer kleineren Öffnung größere Senkungen beider zugehörigen Stützen entsprechen. Je größer die Standlast im Vergleich mit der Verkehrslast ist, desto größer wird der erzielte Vorteil.

Eine günstige Folge dieser Anordnung besteht in der Mehrbelastung der Außenstützen, was die Hebung des Trägers hindert und mehr Stabilität gegen die Wirkung von wagerechten Kräften bietet.

Eine Senkung der Stützen kann besonders da von Vorteil sein, wo es sich um Träger mit konstanten Querschnitten handelt. Erfolgt dagegen die Querschnittsbestimmung, wie meistens bei Blechträgern, genau nach den auftretenden größten Momenten, so soll man dahin streben die maßgebende Momentenfläche möglichst klein zu machen, wobei im Gegenteil eine Vergrößerung der negativen Stützenmomente durch Hebung der Stützen zweckmäßig sein kann. Der Mehraufwand an Material durch Vergrößerung der schnell abnehmenden Stützenmomente kommt, namentlich bei langen Trägern, kaum in Betracht gegenüber der Ersparnis bei dem Teil des Trägers, für den die positiven Momente maßgebend sind.

Man sollte daher, wo angängig, niemals versäumen die Vorteile einer passend gewählten Hebung oder Senkung der Stützen auszunutzen, um so mehr, da eine Aufstellung auf gleich hohen Stützen keineswegs einfacher oder billiger ist als eine andere. Um die Höhen der Stützen genau einzustellen und deren eventuelle

Nachgiebigkeit unschädlich zu machen, ist bei größeren Trägern die Anwendung von Keillagern unerlässlich.

Die gegenseitige Höhenlage der Stützen bezieht sich nicht auf irgend eine Gerade, sondern einzig und allein auf die Form des Trägers in spannungslosem Zustand. Eine solche Untersuchung ist bei kleinen Trägern ausführbar, indem man sie auf einer möglichst wagerechten Bühne flach niederlegt, bei größeren Trägern, wo dies nicht möglich ist, empfiehlt es sich, die einzelnen Lager mit Hilfe von hydraulischen Pressen abzuwiegen und die beobachteten Drücke mit den berechneten zu vergleichen.

Wird der Träger auf einem hinreichend starken Balgerüst zusammengestellt, so ist es möglich, die Lager so zu stellen, daß sie den Träger in spannungslosem Zustande satt berühren. Eine geplante Abweichung von dieser Höhenlage ist nun leicht auszuführen, indem man z. B. unter einigen Lagern Blechplatten von passender Stärke einschiebt und sie nachtraglich herausnimmt. Die Kontrolle der richtigen Höhenlage der Stützen erfordert eine sorgfältige Nivellierung. Letztere soll, mindestens in der ersten Zeit nach der Aufstellung, häufig wiederholt werden.

Um eine unbeabsichtigte Senkung der Stützen unschädlich zu machen, empfiehlt es sich in der Berechnung immer eine solche zu berücksichtigen wie groß das Maß derselben anzunehmen ist, hängt von vielen Umständen ab, man sollte aber niemals unter dem Maß bleiben, das bei einer nicht allzu feinen Nivellierung mit Sicherheit festzustellen ist z. B. zwischen 5 und 20 mm je nach der Spannweite.

e) Durchbiegung von durchgehenden Trägern

Die Konstruktion der Biegezugseine geschieht nach dem allgemeinen Verfahren auf Grund des Momentendiagramms. Die Vernachlässigung der Formänderung des Stahlbleches bzw. der Gitterstäbe, hat hier weniger

Einfluß als bei einfachen Trägern. Man denkt stets den Träger über den Stützen geschnitten zu untersuchen die Durchbiegung jedes einzelnen Feldes etc. Sehr oft ist es vorteilhaft, die Berechnung der Durchbiegung für die einfache Momentenfläche dazu zu führen und diejenige der negativen Momentenfläche davon abzuziehen.

IV. Der durchgehende Träger mit unendlich vielen gleichen Feldern.

Die Clapeyronschen Gleichungen lauten

$$M_0 + 4M_1 + M_2 - P_1 l \left(\frac{l}{l} - \frac{l}{l} \right) - P_2 l \left(\frac{a_1}{l} - \frac{a_1^2}{l^2} \right) = 0$$

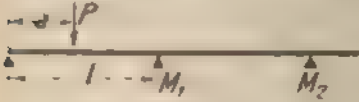
$$M_1 + 4M_2 + M_3 - P_2 l \left(\frac{a_1^2}{l} - \frac{a_1^3}{l^2} \right) - P_3 l \left(\frac{a_2}{l} - \frac{a_2^2}{l^2} \right) = 0 \text{ usw.}$$

Die Eliminationskoeffizienten sind

$$\frac{1}{3464} + \frac{1}{1295} - \frac{1}{484} - \frac{1}{180} - \frac{1}{671} + \frac{1}{2504}$$

Das Verhältnis dieser Zahlen zu einander ist ≈ 378

Von der Stütze an, wo die unbelasteten Felder anfangen, ist das Verhältnis zwischen zwei aufeinander folgenden Stützenmomenten konstant und beträgt

$$= 0,268 = \frac{1}{378}$$


Sind nur in der Endab-
nung Lasten vorhanden
so ist:

$$M_1 = 0,268 \geq P l \left(\frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2} \right),$$

$$M_2 = 0,268 M_1, M_3 = 0,072 M_1 \text{ usw.}$$

Eine einzige Last im ersten Felde Fig. 305

Das Moment unter der Last wird zum Max für $\frac{a}{l} = 0,427$, es ist dann $M_{\max} = 0,205 Pl$. Das erste Stützenmoment wird zum Max für $\frac{a}{l} = 0,577$ und ist $M_{1\max} = 0,103 Pl$

Liegen dagegen einige Lasten nur in einer Mittellage (Fig. 306), so lassen sich die beiden Stützenmomente aus folgenden Gleichungen bestimmen

$$M_1 - M_2 = \sum Pl \left(\frac{a}{l} - \frac{a'}{l'} \right) + \sum Pl \left(\frac{b}{l} - \frac{b'}{l'} \right) \quad (1)$$

$$M_1 + M_2 = \sum Pl \left(\frac{a}{l} + \frac{a'}{l'} \right) + \sum Pl \left(\frac{b}{l} + \frac{b'}{l'} \right) \quad (2)$$

Es ist nun leicht, das Momentendiagramm zu vervollständigen

Für eine einzige Last in der Mitte sind die Stützenmomente:

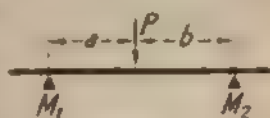


Fig. 306

$M_1 = M_2 = \frac{Pl}{12.6}$ und das Moment unter der Last

$$M = \frac{7}{11} Pl$$

Für die zweite Öffnung sind diese Gleichungen nicht anwendbar, für die dritte aber bereits angenähert genug

Die größten Momente kommen im allgemeinen in der ersten Öffnung bzw. über der ersten Stütze vor, weshalb mit dieser Untersuchung anzufangen ist

Liegt eine Last P in der Mitte jeder Öffnung so sind die Momente unter den Lasten $M = \frac{1}{10} Pl$ und die Stützenmomente $M' = \frac{1}{10} Pl$

Liegt dagegen eine Last in jeder zweiten Öffnung, so ist $M = \frac{2}{11} Pl$ und $M' = \frac{1}{11} Pl$

Ein Mittelstützenmoment infolge von zwei Lasten P wird am größten, wenn jede derselben um 0,380 l von der Stütze entfernt ist, und hat alsdann den Wert $M' = 0,1700 Pl$

Für gleichförmig verteilte Last sind folgende Fälle von Bedeutung (Fig. 307):

Alle Felder belastet

$$M_1 = -0,1067 pl^2 \quad M_2 = 0,0774 pl^2$$

$$M_{\text{mitte}} = 0,0778 pl^2$$

$$M_n = -0,0813 pl^2 \quad M_{n+1} = -0,112 pl^2$$

$$M_n = +0,121 pl^2$$

Nur das erste Feld belastet

$$M_1 = -0,0670 pl^2; M_2 = +0,0180 pl^2; M'_2 = +0,0938 pl$$

Nur das zweite Feld belastet

$$M_1 = -0,0713 pl^2; M_2 = -0,0816 pl^2; M'_2 = +0,0219 pl$$

Ein Mittelfeld belastet

$$M_n = -0,0528 pl^2; M_m = +0,0722 pl^2$$

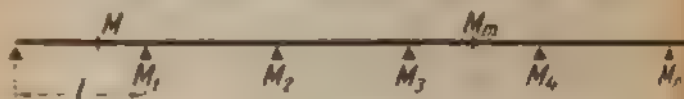


Fig. 597

Wird eine Mittelstütze um l cm gesenkt, so entsteht dort das Moment $M_n = 4,392 \frac{EJ}{l^2}$. Die benachbarten Momente sind $M_{n-1} = 2,785 \frac{EJ}{l^2}$. Die anderen Momente verlaufen wie gewöhnlich. Die Stützendrücke sind:

$$S_c = 14,35 \frac{EJ}{l^3}$$

$$S_1 = +10,71 \frac{EJ}{l^3}$$

$$S_2 = 4,48 \frac{EJ}{l^3}$$

$$S_3 = -0,268 S_2$$

$$S_4 = -0,268 S_3 \text{ usw.}$$

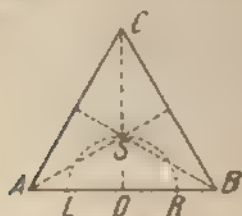


Fig. 598

Konstruktion der Fixpunkte (Fig. 598)

ABC gleichseitig, S = Schwerpunkt, $DS = DL = DR$. Rechnersmäßig findet man $AL = 0,2113 l$.

In den ersten drei Öffnungen ist nur einer der beiden Fixpunkte L und R richtig, der zweite muß, vom Anfang des Trägers ausgehend, nach dem allgemeinen Verfahren konstruiert werden.

Nebenstehende Tabelle enthält die Werte der Stützmomente M_2, M_3, \dots , der Stützdrücke S_1, S_2, \dots sowie der größten positiven Momente M' im letzten

II Tabelle

zur Berechnung durchgehender Träger mit gleichen Feldern

| Erläuterung | Gleichmäßig verteilte Last | | | | | Punktlast | | | | |
|-------------|----------------------------|--------|--------|--------|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| M_1 | 0,1250 | 0,1000 | 0,1071 | 0,1053 | 0,1038 | 0,1027 | 0,1250 | 0,0444 | 0,0446 | 0,0325 |
| M_2 | — | 0,1000 | 0,0714 | 0,0720 | 0,0702 | 0,0774 | — | 0,1556 | 0,0711 | 0,0390 |
| M_3 | — | — | 0,1071 | 0,0780 | 0,0865 | 0,0819 | — | — | 0,1696 | 0,0800 |
| M_4 | — | — | — | 0,1053 | 0,0729 | 0,0829 | — | — | — | 0,1790 |
| M_5 | — | — | — | — | 0,1058 | 0,0835 | — | — | — | — |
| S_1 | 0,6750 | 0,4000 | 0,3829 | 0,3917 | 0,3942 | 0,3943 | 0,0417 | 0,0957 | 0,0387 | 0,0441 |
| S_2 | 1,2500 | 1,1000 | 1,1428 | 1,1317 | 1,1365 | 1,1310 | 1,2500 | 0,0000 | 0,5179 | 0,8352 |
| S_3 | 0,7500 | 1,1000 | 0,6290 | 0,6736 | 0,6546 | 0,6470 | 0,7085 | 1,0000 | 0,0286 | 0,8192 |
| S_4 | — | 0,4000 | 1,1428 | 0,6436 | 1,0192 | 1,0007 | — | 0,1533 | 1,7678 | 1,1952 |
| S_5 | — | — | 0,3929 | 1,1317 | 0,6446 | 0,6974 | — | — | 0,7170 | 1,8679 |
| S_6 | — | — | — | 0,3947 | 1,1348 | 1,0007 | — | — | — | 0,1554 |
| S_7 | — | — | — | — | 0,3942 | 0,6908 | — | — | — | — |
| M | 0,0704 | 0,0600 | 0,0772 | 0,0779 | 0,0777 | 0,0778 | 0,1340 | 0,1405 | 0,1442 | 0,1405 |
| σ | 0,2500 | 0,2000 | 0,0600 | 0,0059 | 0,0058 | 0,0057 | 0,0073 | 0,6077 | 0,0072 | 0,0069 |

Feld der linke Teil der Tabelle berücksichtigt den Fall gleichmäßig verteilter Last p auf die Längeneinheit, der rechte Teil enthält die Zahlen für Dreieckslast, bis auf den Wert $2p$ auf der rechten Endstütze nimmt, p ist also die mittlere Belastung. Das größte positive Moment M kommt immer in dem letzten Feld vor, und zwar in der Entfernung x vom Endauflage.

Für den Fall der Trapezlast hat man nur die entsprechenden Ergebnisse für Dreieckslast und gleichmäßig verteilte Last zu addieren, für die größten Momente ist das allerdings nicht streng genau, jedoch meistens genügend angenähert, jedenfalls zu ungünstig.

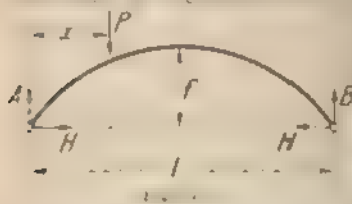
65. Der Zweigelenkbogen.

Das System ist einfach statisch unbestimmt. Als Unbekannte nimmt man am besten den horizontalen Schub H , wobei als statisch bestimmtes System ein einfacher Balken entsteht. Alle Momente und Querkraften lassen sich ausdrücken als Funktion der Momente und Querkraften M und Q_0 dieses einfachen Balkens und der Kraft H , die Einflusssummen können auf diesem Wege leicht ermittelt werden.

I. Der stabförmige Bogen.

a) Flacher Parabelbogen mit konstantem Querschnitt.

Die Elastizitätsgleichung soll ausdrücken, daß die Entfernung der beiden Kampfgelenke bei der Formänderung des Bogens um eine Größe H ab- oder zunimmt:



die einer Temperaturänderung oder der elastischen Dehnung einer Zugstange, die die Lager verbindet, oder einer Nachgiebigkeit der Lager entspricht. Sind die Lager starr, so ist

$H = 0$. Fig. 309. Nimmt man an, daß jedes Element des Bogens mit seiner horizontalen Projektion

auszuweichen darf¹, ersetzt man ferner die wenig
 anderliche Funktion $1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}$ durch den Wert
 so kommt man auf folgende Form der Elastizitäts-
 Gleichung

$$H \left(1 + \frac{15}{8} \frac{J}{F l^2} \right) + \frac{15 E J H}{8 l^3} - \frac{3}{4} P \frac{x l}{f l} = x$$

Ist eine Zugstange mit Querschnitt F_1 vorhanden,

$$H = \frac{H l}{E F_1} \quad \text{Mit der Abkürzung}$$

$$\frac{15}{8} \frac{J}{F_1 l^2} = z \quad \text{erhält man} \quad H = \frac{3}{4} P \frac{x l}{l (1 + z)}$$

Einer Längenänderung der Sehne um H entspricht die

$$\text{Kraft } H_1 = H \frac{E J}{8 l f^2 + F l} \quad \text{Diese Gleichung liefert}$$

den Temperaturschub, wenn man $H = \frac{x l}{2100}$ setzt, was

einer Temperaturänderung von $+ 40^\circ \text{C}$ entspricht. Beim

Bogen mit elastischer Zugstange ist $H_1 = 0$; man tut

aber gut, mit einem eventuellen Montagefehler zu

rechnen, etwa in der Grösse $\frac{l}{3000}$ bis $\frac{l}{5000}$. Ist keine

Zugstange vorhanden, dafür beide Kampfergelenke fest

so ist $F_1 = \infty$ zu setzen. In solchem Fall ist meistens

plausibel $z = 0$ zu setzen was indes keine grosse Ver-

einfachung gibt.

Wie aus der obigen Gleichung ersichtlich, ist die

Einflusslinie für H eine Parabel mit der Pfeilhöhe

$\frac{3}{16} \frac{P l}{1 + z}$. Die Ordinaten haben als Einheit die Länge

welche die Kraft H darstellt. Die Lagerreaktionen sind

senkrecht gerichtet und schneiden sich in einem Punkt

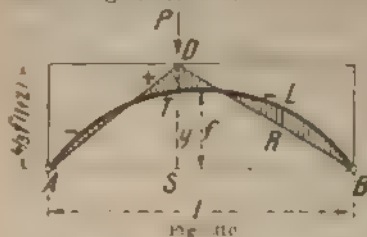
der Wirkungslinie der Angriffskraft, ist diese vertika-

l gerichtet, so heisst der Ort der Schnittpunkte die

Kampferdrucklinie. Sie ist mit gleicher Annäherung,

¹ oder, falls das Produkt J ausser Acht gelassen werden kann, $H = \frac{x l}{2100}$.

wie die H -Linie parabolisch angenommen wird eine Gerade, welche in der Höhe $\frac{1}{2}f(1+z)$ über der Bogenachse liegt (Fig. 310). Sie kann benutzt werden, um H



zu bestimmen, und zwar durch Zerlegung der Kraft P nach DA und DB . Der Längenzug ADB gemeinschaftlich mit der Bogenachse stellt das Momentendiagramm dar für die Belastung durch

P , und zwar ist das Moment in einem Querschnitt L gleich der Ordinate LR multipliziert mit der entsprechenden Horizontalkraft H .

Ist die Form des Bogens eine Parabel, so hat man $H = P \frac{3}{16} \frac{l}{f^2 (1+z)}$, wo $y = TS$ Ordinate unter der Last. In der Nähe des Angriffspunktes von P sind die Momente positiv.

Für gleichmäßige totale Belastung ist $H = \frac{pl^2}{8f(1+z)}$ für Belastung der einen Hälfte nur halb so groß. In dem ersten Fall ist das Biegemoment für alle Punkte des Bogens gleich Null, vorausgesetzt, daß seine Form parabolisch und die Belastung stetig ist.

Bei gleichmäßig verteilter Last kommt annäherungsweise das größte Moment auf $\frac{1}{4}$ der Spannweite vor und zwar in dem Fall, daß nur die eine Hälfte des Bogens belastet ist. $M = \frac{1}{8} p l^2$ und ist + oder - je nachdem der betrachtete Querschnitt zur belasteten oder zur unbelasteten Hälfte gehört. Zur vorläufigen Dimensionierung empfiehlt es sich, mit dem etwas größeren

Wert $M = \frac{pl^2}{60}$ und der entsprechenden Normalkraft

$N = \frac{pl^2}{8f} + \frac{pl^2}{16f}$ zu rechnen

Zur genauen Berechnung der vorkommenden Spannungen bzw. der erforderlichen Querschnittsbemessungen benutzt man die Einfluslinien für die Kernpunkte. Man kann ungefähr setzen

$$Ok_o \approx Ok_u = \frac{1}{3,2} h \text{ bis } \frac{1}{4,2} h$$

(Fig. 311), je nachdem die Gurtungen schwach oder stark sind, im Mittel $Ok = 0,3 h$, wo h die Höhe des Stehbleches bedeutet. Für die Spannungen des Obergurtes ist das Moment aller äußeren Kräfte in bezug auf den unteren Kernpunkt k_o maßgebend, für den Untergurt kommt k_u in Betracht.

Will man die Spannungen einer Gurtung untersuchen, so zeichnet man die Einfluslinie des betreffenden Momentes. Es ist z. B. für den Obergurt $M = M_o - Hy$, wo y die Ordinate des unteren Kernpunktes darstellt (Fig. 312). Aus dieser Gleichung erhält man

$$M = y \left(\frac{M}{y} - H \right). \text{ Man macht } CD = \frac{x(l-x)}{l_u}, \text{ wobei}$$

als Einheit dieselbe Länge dient wie für die H -Linie,

und zieht die Ge-

raden CA und CB .

Die Differenz der

Flächen des Dre-

eckes und der H -

Linie ist die Ein-

flussfläche für das

gesuchte Moment;

der Multiplikator

ist y . Als Kontrolle

kann man die Null-

punkte, die sog.

Belastungsebenen

(eventuell sind zwei

vorhanden) ermit-

teln, indem man den

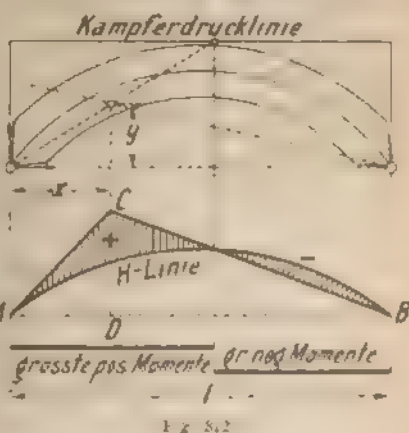
Kernpunkt mit dem

Gelenk ver-

bundet und diese

Gerade zum Schnitt

mit der Kampfer



drucklinie bringt.¹⁾ Handelt es sich nur um gleichmäßig verteilte Last, so kann man die ungünstigste Laststellung mit Hilfe der Scheiden allein bestimmen und darnach die Spannungen berechnen, die Einflußlinie ist jedoch bequemer

Einflußlinie einer Querkraft. Es ist im allgemeinen

$$\text{Fig 313 } Q = Q_0 \cos q - H \sin q = \sin q (Q_0 \operatorname{ctg} q - H)$$

Darnach erhält man die Einflußlinie, indem man $AC = ED = \operatorname{ctg} q$ aufträgt, und zwar nach derselben Einheit wie für die H -Linie, und AE, CB zieht. Die Einflußfläche ist die schraffierte, der Multiplikator ist $\sin q$.

Zieht man von einem Auflagergelenk eine Parallele zur Tangente in T , so schneidet man die Kampferdrucklinie in einer Belastungsscheide, was zur Kontrolle dienen kann. Eine zweite Belastungsscheide entspricht immer dem Querschnitt T .

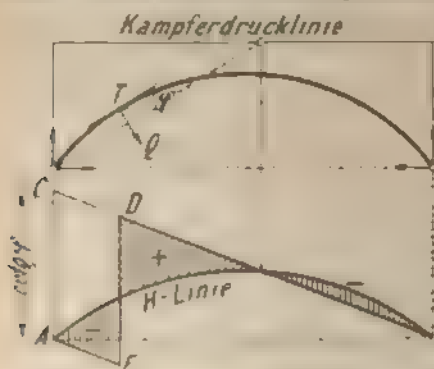


Fig 313

Die Querkraft maßgebend für die Nietteilung sind stets sehr klein. Werden die Lasten durch senkrechte Pfosten auf den Bogen übertragen, so muß diese Kraft durch den Fuß auf eine

solche Länge verteilt werden, daß die darin sitzenden Nieten nicht zu hoch beansprucht werden. Liegt die Verbindungslinie der Kampfer nicht horizontal, so ist

¹⁾ H. v. S. 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

es, bei geringer Neigung, zulässig, davon ganz abzusehen und den Bogen als einen symmetrischen zu betrachten.

Diese einfache Theorie des Bogens ist nur eine angenäherte, die wohl für die meisten Fälle genügt, mit Rücksicht auf andere Fehlerquellen. Jedenfalls empfiehlt es sich, das Glied, welches die Temperaturänderung u. dgl. berücksichtigt, reichlich zu schätzen, um gegen eventuelle Ungenauigkeiten in der Ausführung bzw. Nachgiebigkeit der Lager gesichert zu sein.

Brüser ist es, für H die genauere Formel

$$H = \frac{5}{1 + \omega \cdot 8 f l} P x (1 - x) \left(1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right)$$

zu verwenden, wo $\omega = \frac{15}{8} \frac{J}{E} \frac{1}{f^2} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{f^2}{l^2} \right) \cdot \frac{E}{8 f^2} \cdot \frac{f}{2}$

und $H_1 = \frac{15 E J}{1 + \omega \cdot 8 f l} \frac{1}{l}$ nach Weyrauch

Die Ordinaten der Kampferdrucklinie sind alsdann mit der Formel $y = \frac{8}{5} \frac{1 + \omega \cdot f}{1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}}$ zu berechnen.

Das Momentendiagramm für eine Einzellast kann, wie auf Seite 362 angegeben, konstruiert werden, nur ist die Kraft H nicht mehr proportional der Ordinate einer Parabel. Der Gang der Berechnung bleibt wie oben, man kommt zu Resultaten im allgemeinen bis auf 5% verschieden von denen der ersten Berechnungsart.

b) Kreisförmiger Bogen.¹

Mit $z = \frac{J}{P f^2} 1,27 + 0,6 \cos \alpha$ ist die Lage der Kampferdrucklinie durch $k = \left(1,38 + \frac{3}{4} \frac{f^2}{l^2} \right) f (1 - z)$ gegeben. Für den Horizontalschub hat man $H = P \frac{x l - x^2}{l^2}$.

Fig. 311. Für den Temperaturschub kann die Formel für den parabolischen Bogen gebraucht werden.

¹ Nach Koch.

Die Genauigkeit dieser Formel entspricht ungefähr der für den parabolischen Bogen.

Einflußlinie für horizontale Kräfte W (Länge E_1E_2) für die Praxis genügende Annäherung gibt folgende:

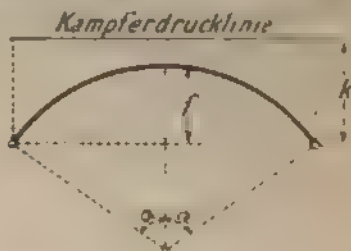


Fig. 314

Verfahren. Macht man (Fig. 315) $AC = 1$, $CP = FA$, $DE_1 = DE_2 = \frac{1}{10} CA$, so besteht die Einflußlinie aus zwei Parabeln, die durch die Tangenten AE_1 bzw. CE_2 und DF und die Berührungspunkte C bzw. A und B gegeben sind. Die Lage von D auf der Wagerechten durch den Scheitel ist gleichgültig. Die Nulllinie ist

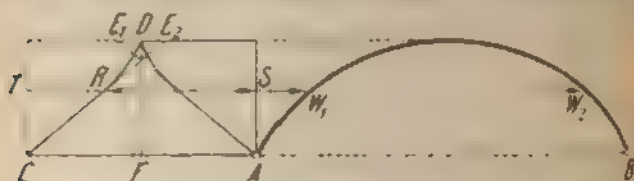


Fig. 315.

die durch C bzw. A parallel zu FD liegende Gerade. Von der Kraft W_1 wird der Teil RS in A und RT in B aufgenommen, von W_2 umgekehrt. Es genügt, die Hälfte der Einflußlinie zu zeichnen.)

c) Bogen allgemeiner Form.

Man denkt sich das eine Lager auf einer wagerechten Bahn geführt und läßt dort die Kraft H wirken, deren Horizontalprojektion 1 ist. (Fig. 316.) Nach dem allgemeinen graphischen Verfahren (Seite 255) bestimmt man die Formänderung des Bogens sowohl

b) Der Zwickelbogen.

Zur Konstruktion der Einflußlinien empfiehlt sich folgendes Verfahren. Man ermittelt die in dem betrachteten Stab von der Kraft $H = 1$ hervorgerufene Spannkraft, es ist klar, daß die H Linie als Einflußlinie dieser Kraft betrachtet werden kann, und daß der Multiplikator die eben gerechnete Spannkraft bei $H = 1$ ist. Nun zeichnet man die Einflußlinie für den betreffenden Stab gerade so, als ob er einem einfachen Balken angehörte, d. h. unter der Annahme, daß ein Lager in der Richtung der Kämpfergelenke verschieblich ist, als Maßstab wählt man den für die H Linie angenommenen. Die Differenz der Fläche der H -Linie und der eben gezeichneten Einflußlinie stellt die gesuchte Einflußfläche dar.

Beispiel: Es soll für den in Fig. 117 dargestellten Zwergelbogen Lager die Einflußlinie für die Diagonale CD gezeichnet werden. Für

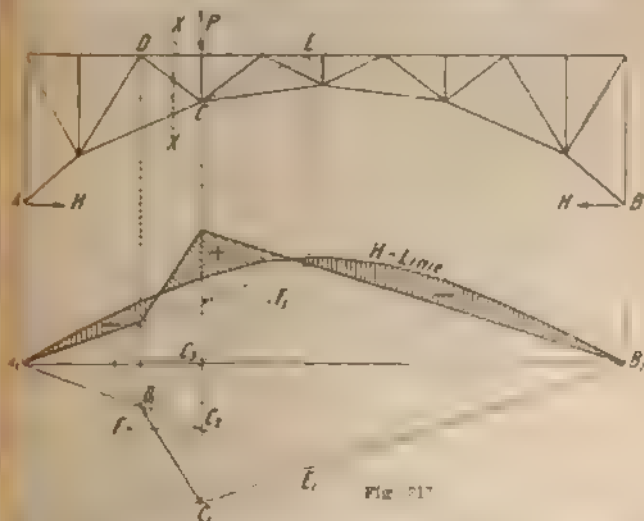


Fig. 117

$H = 1$ t ergibt sich die betreffende Spannkraft $D = 1$ t. t., und man für die H Linie den Maßstab $2 \text{ cm} = 1$ t gewählt, so ist für die D Linie $2 \text{ cm} = 1,4$ t. Die Einflußlinie der Kraft D im einfachen Balken ist (vgl. Fig. 12) der Längenzug A, D, C, E, B die ganze Fläche ist positiv. Vervielfache der Einheitslast.

Betrachtet man den Teil des Trägers links von dem Schnitt X als fest eingespannt, und legt die Last P über C , so ergibt sich die Stabkraft $D_0 = +0,63$ t, welche durch die Strecke $C_1 C_2$ dargestellt ist; der Linienzug $A_1 D_1 C_1 B_1$ muß aber jetzt damit umgezeichnet werden, daß diese Strecke in demselben Maßstab abgemessen ist wie die Ordinate der H -Linie, d. h. sie soll $0,63 \frac{2,00}{1,46} = 1,14$ cm groß werden. Zu diesem Zwecke macht man $C_2 F = C_1 C_2$, zieht $F C_3 F_1$ und wählt auf dieser Geraden den Punkt F_1 , dessen Abstand von der $C_1 C_2$ eben gleich 1,14 cm ist. Durch die aus der Figur ersichtliche Konstruktion (nach dem Prinzip der Affinität) wird nun die Einflußlinie vervollständigt; der Maßstab ist 2 cm = 1,46 t.

Bei stark überhöhten Bögen kann es vorkommen, daß die H -Linie vollständig innerhalb der Einflußlinie für den Stab des einfachen Balkens liegt; bei sehr flachen Bögen kann das Umgekehrte geschehen. In beiden Fällen hat die ganze endgültige Einflußfläche das gleiche Vorzeichen.

Die Formänderung der Füllungslieder hat einen gewissen Einfluß auf das Endresultat, weil die H -Linie spitzer wird; in der Nähe des Scheitels erhält man für den Obergurt etwas zu kleine Kräfte, für den Untergurt etwas zu große; der Fehler kann unter Umständen 6 bis 8 % und mehr betragen; für die anderen Glieder des Bauwerkes ist er unbedeutend. Bei der Annahme starrer Wandglieder findet man einen zu großen Temperaturschub, wodurch diese Differenz gedeckt wird. Eine genaue Berechnung erscheint aber unerläßlich, wenn die Verkehrslast aus sehr schweren Einzellasten besteht.

Zur Bestimmung der Formänderung eignet sich vorzüglich ein Williot-Plan, wobei die Formänderung der Füllungsstäbe ohne große Mühe berücksichtigt werden kann.

Man ist oft gezwungen, ein oder mehrere mittlere Felder vollwandig herzustellen, um eine allzu flache Lage der Diagonalen zu vermeiden. Die Formänderung dieses Teiles des Bauwerkes muß genau gerechnet werden, denn sie ist von sehr großem Einfluß für die Kräfte des ganzen Systems. Wie man am besten verfährt, ist aus folgendem Beispiel ersichtlich.

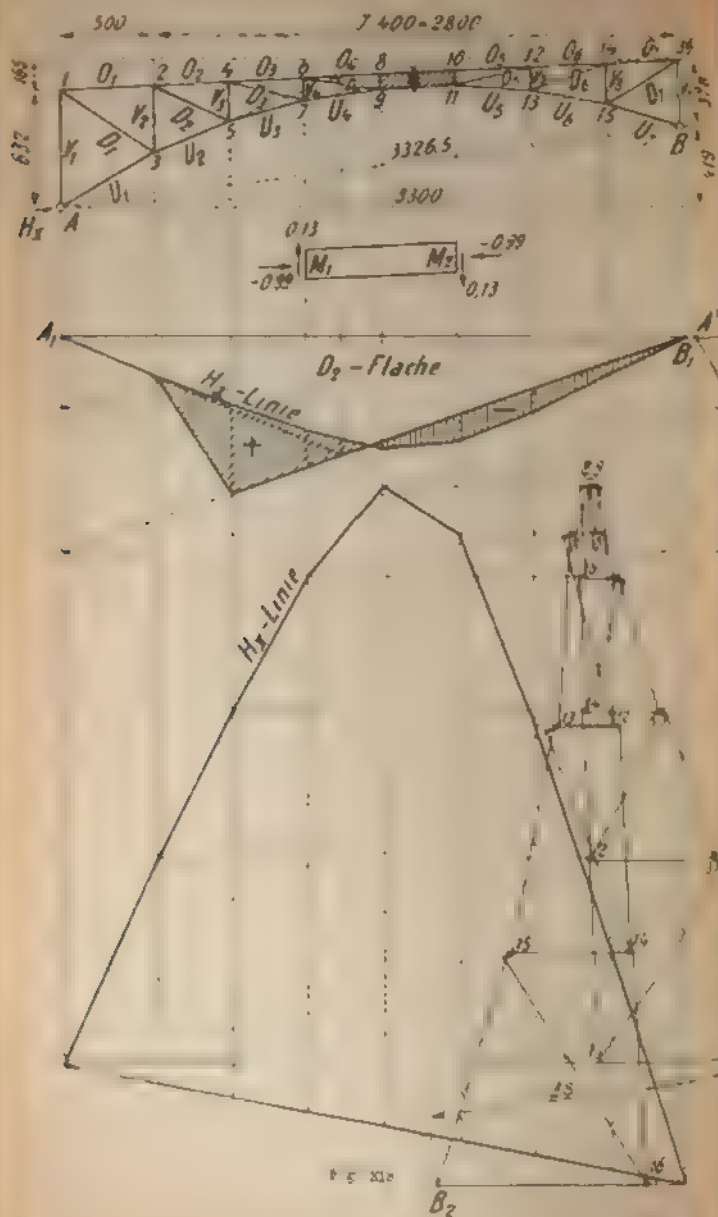


Tabelle der Längenänderungen unter der Wirkung von
 $H_1 = 1.008 \text{ t (E = 1)}$.

| Stab | Länge
cm | Kraft
t | Querschnitt
cm ² | Δl
cm | Δl t
E 1000
Kontrolle |
|-------|-------------|------------|--------------------------------|------------------|-------------------------------------|
| O_1 | 500 | + 0,5 | 170 | 2,12 | 1,17 |
| O_2 | 400 | + 1,38 | 130 | 4,25 | 6,96 |
| O_3 | 430 | + 2,79 | 180 | 6,49 | 18,41 |
| O_4 | 470 | + 4,71 | 208 | + 9,05 | 42,64 |
| O_5 | 480 | + 4,10 | 208 | + 8,27 | 33,56 |
| O_6 | 480 | + 2,20 | 169 | 8,21 | 11,46 |
| O_7 | 400 | + 0,15 | 130 | 2,71 | 1,73 |
| U_1 | 671 | 1,13 | 130 | - 4,97 | 5,62 |
| U_2 | 436 | 1,66 | 130 | 5,57 | 9,25 |
| U_3 | 418 | 2,46 | 169 | 6,08 | 14,96 |
| U_4 | 492 | 3,93 | 208 | 7,60 | 29,67 |
| U_5 | 400 | 3,19 | 208 | 6,13 | 19,56 |
| U_6 | 492 | 1,77 | 169 | 4,23 | 7,46 |
| U_7 | 436 | 1,02 | 130 | 3,74 | 1,41 |
| D_1 | 511 | - 0,69 | 31,6 | 11,69 | 9,38 |
| D_2 | 653 | 0,92 | 45,1 | 9,18 | 8,44 |
| D_3 | 416 | 1,56 | 50,2 | 12,93 | 20,17 |
| D_4 | 404 | 1,85 | 49,4 | 11,68 | 21,61 |
| D_5 | 416 | 2,16 | 50,4 | 15,05 | 32,61 |
| D_6 | 429 | 1,54 | 50,2 | 15,16 | 20,27 |
| D_7 | 469 | 0,99 | 46,4 | 9,22 | 8,24 |
| V_1 | 632 | 0,43 | 70,1 | + 3,88 | 1,67 |
| V_2 | 376 | + 0,17 | 40,4 | + 2,98 | 1,40 |
| V_3 | 232 | + 0,51 | 45,4 | + 2,61 | 1,35 |
| V_4 | 136 | 0,46 | 46,4 | + 1,29 | 0,48 |
| V_5 | 136 | 0,46 | 45,4 | + 1,56 | 0,81 |
| V_6 | 234 | + 0,19 | 46,4 | + 2,42 | 1,19 |
| V_7 | 378 | + 0,45 | 46,2 | + 3,24 | 1,25 |

 $\Sigma = 245,69$

Zuschlag : 142,5

Gesamte Längenänderung der Sehne $\Delta l = 481 \text{ cm}$

Hat man nun den linken Endquerschnitt fest, so hat man folgende Aushebungen des oberen bzw. unteren Punktes (s. v. und gen. Teller) im rechten Ende:

$$x_0 = 0,82 + 0,231 \cdot 42,5 = + 9,0 \text{ cm}$$

$$y_0 = + 1,19 + 46,18 = + 47,4 \text{ cm}$$

$$z_0 = 0,82 + 0,131 \cdot 42,5 = + 11,6 \text{ cm}$$

$$y_0 = + 1,19 + 46,18 = + 47,4 \text{ cm}$$

Diese Werte dienen dazu, bei Verschiebungsplan zu zeichnen. Die Veränderung der Bogensehne infolge der Kräfte H_1 und Z zusammen mit der Aushebung des Mittelfeldes ist $0,231 \cdot 140 + 0,82 = 102,5 \text{ cm}$, welcher Wert zur Summe der Zahlen in der letzten Spalte obiger Tabelle addiert

wurde. Das Endresultat stellt die Verschiebung des Punktes 4 in der Richtung der Kraft H , bei $F = 1$ dar.

Es wurde nun ein Winkelplan unter der Annahme gemacht, daß der Punkt 4 fest und die Richtung des Stabes 4-9 immer wieder die gleiche als die auf den rechten Teil des Trages übergeben zu können. Es wurde nach den oben bestimmten Koordinaten x_2, y_2, z_2, \dots die Verschiebungen für die Punkte 10 und 11 aufgetragen, scharf inkliniert (s. Fig. 10).

Die parallel zur Kämpferlinie gemessene Längenänderung Δl war $\Delta l = 0,0001$ cm. Es gab eine sehr gute Übereinstimmung mit der gerechneten Verschiebungsplan ist also zuverlässig.

Durch Projektion der Punkte des Übergangs im Versuchsbau auf die Vertikalen durch die entsprechenden Punkte des Systems ergab sich die Reihe der H -Linie. Die Richtung ist die berechnete der gemessenen Verschiebung Δl von 4 in der Richtung von H . Inwieweit sie mit der erhaltenen Längenänderung durch Δl so hat, kann durch einen Vergleich für die H -Linie, welche in dem Maßstab 2 cm = 1 t aufgetragen wurde.

Hierzu ist die Aufgabe im wesentlichen gelöst, indem man jede Belastung des Horizontalschub ermittelt und danach die statische Berechnung kann. Die D eine wagerechte Last, gleich der Last H über dem ab 2 B. n. 1 so muß man in dem Versuchsbau die Entfernung des Punktes 4 von dem Senkrechten der A_2 zu 8 cm annehmen. Kraft verteilt sich dann auf die Gewichte A und B . Im Verhältnis der Strecken A_2 zu A_3 .

Es ergibt sich noch zu zeigen, wie man die Einflußlinie für eine Kraft konstruiert. Wir wählen hierzu die Diagonale D_2 , in welcher der Schub $H_2 = 1$ t eine Kraft von $0,92$ t hervorruft. Wir schreiben demnach die Längenänderung Δl und zeichnen hierauf einen Winkelplan, so wird nur zu zeigen, daß die ganze schließliche H für den D Projektion auf die Punkte 1, 2, 4 und 8 mit wagerechten Geraden auf die betreffenden Senkrechten senkrecht mit den Ecken der Einflußlinie auf einer Linie festgelegt ist. Durch die schließliche horizontale Linie und die D -Linie liegen die Punkte des Versuchsbauplanes auf einer Linie. Durch den Kämpfer A übertragen und von dort durch schiefen H , so, so, daß der Punkt B , auf die Wagerechte durch A_2 zu.

Es ist bequem, die Größe 1 so zu wählen, daß ein Umrechnen der H -Linie nicht nötig ist. Die D -Linie der betrachteten Diagonale D_2 ist $D_2 = 0,92$ t. Die H -Linie kann auch als D -Linie aufgetragen werden, nachdem ist aber der Maßstab ein anderer, denn 1 cm H = $0,92$ t.

Es ist 1 t = 1000 kg. In diesem Maßstab muß auch die D -Linie aufgetragen werden. 1 t = 1000 kg. $0,92$ t = 920 kg. 1 cm H = 920 kg.

Die Ordinaten der D -Linie entstehen nun als Differenz der beiden Ordinaten, die die ersten H -Linie, so erhält man für D_2 die schließliche Einflußlinie. Der Multiplikator ist $\frac{1}{2,274} = 0,0439$ d. h. 1 cm D gleich $0,0439$ t. Man kann bemerken, daß die Figur für die Verfertigung geeignet auf der Hälfte verkleinert werden ist.

III. Der Bogen mit überhöhtem Zugband.

Zur Aufhebung des Horizontalschubes beim Zweigelenkbogen ist das einfache Zugband, wie es auf Seite 361 besprochen, nicht immer zu verwenden. In manchen Fällen kann man dasselbe nach dem Vorschlag von Geusen höher als den Bogen selbst anordnen, wie Fig 319 schematisch dargestellt. Durch die Dreiecke $A'CD$ und BFE sowie die Verankerungen der Punkte C und F wird der Horizontalschub auf die Stange DE übertragen. Von den beiden Auflagern A und B wird das eine fest, das andere beweglich gemacht.

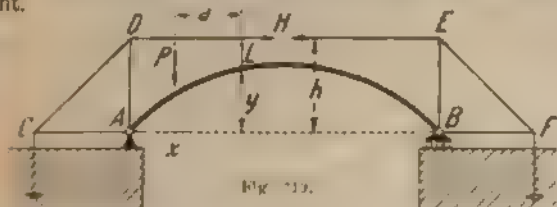


Fig. 319.

Die Berechnung erfolgt genau wie beim Zweigelenkbogen mit Zugband, z. B. hat das Moment im Querschnitt Z den Wert mit $\alpha = \text{Winkel } EFB$

$$M = -Pa + Ax + H(h - y) - Hh \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \operatorname{ctg} \alpha$$

$$= -Pa + Ax - Hy$$

Wie für einen Bogenträger mit festen Kamplergelenken muß die Formel, welche den Horizontalschub angibt, etwas geändert werden, um die Längenänderung sämtlicher Stäbe bis auf die Ankerplatten zu berücksichtigen. Man denkt sich aus der Zugstange DE ein Stück herausgeschnitten und die beiden Enderschnitte mit je einer Zugkraft 11 belastet und ermittelt deren Annäherung ϵ infolge der Längenänderung der Hilfsstäbe und der Anker bei dieser Belastung.

Für die Formel auf Seite 361 ist zu setzen

$$\epsilon = \frac{15}{8} \frac{J}{F l^2} + \frac{15}{8} \frac{E J}{F l^2} \epsilon$$

Ganz ähnlich berechnet man das in Fig. 32) dargestellte System, welches die Überbrückung einer Stille mittels einer Bogenbrücke auf Pendelsäulen ermöglicht. Sind die Seitenöffnungen groß genug, so kann je Verankerung fortbleiben. Das Zugband kann mit d-Pfosten verbunden werden, falls diese nicht allzu weit in keinem Felde des Bogenträgers sollen diagonal angeordnet werden. Bei der Berechnung dieses Systems ist auch die Formänderung der Parallelträger



Fig. 32)

bei der Belastung $H = 1$ zu berücksichtigen, denn die Einflußlinien für H erstrecken sich auch auf die beiden Seitenöffnungen. Desgleichen ist für diese außer der sonst in Betracht kommenden Belastung das Moment Hh mit in Rechnung zu ziehen. Zur Ermittlung der geraden Form der Einflußlinie ist am besten das graphische Verfahren geeignet, wodurch die vollständige Biegelinie des ganzen Systems sowie die als Einheit geltende Annäherung der durch Pfeile gekennzeichneten Querschnitte leicht zu ermitteln sind. Die erhaltene Biegelinie ist ohne weiteres die Einflußlinie der Kraft H .

IV. Praktische Angaben.

Bogenträger von nicht allzu großer Spannweite werden am besten vollwandig gemacht. Man wählt meistens die Pfeilhöhe $\frac{1}{12}$ der Spannweite l , die Höhe h des Stiehbogens $l_{\text{St}} = \frac{h}{200}$ die Stärke desselben etwa $\delta = 0,8 + \frac{h}{200}$ cm.

Mit der Höhe des Stiehbogens wachsen die Herstellungskosten, man sollte also nicht mehr als etwa $h = 40$ cm. wählen. Für größere Spannweiten ist ein Fachwerkbogen in Betracht.

stetig verwendet man doppelwandige Träger. Die Mittellinie wird oft aus ästhetischen Gründen nach einem Kreisbogen geformt; nur für stark überhöhte Bogen nimmt man die Parabel als Mittellinie. Eine kleine Abnahme der Höhe des Stahlbleches nach den Kämpfern (bis auf etwa $90^{\circ}/_{10}$) ist vorteilhaft.

Der Zwickelbogenträger ist theoretisch vorteilhafter als der stahlförmige Bogen, in der Praxis jedoch nur für Pfeilhöhen kleiner als $1/_{10}$ gut anwendbar.

Für stark überhöhte Bogen ist der Sichelträger (etwa von zwei Parabeln begrenzt) wiederholt angewendet worden, es ist auf alle Fälle ratsam, die Gurtlinien so zu führen, daß sie sich bei den Kämpfern unter einem nicht zu spitzen Winkel schneiden.

Um die Temperaturkräfte von vornherein zu berücksichtigen, kann man das Trägheitsmoment im Scheitel

$$\text{etwa setzen } J_{cm^4} = \frac{1000 h^2 l^2}{f \sigma - \frac{3}{14} h} p + 1,15 p).$$

Das Eigengewicht einer Brücke mit zweigelenkigen Bogenträgern, einschl. Fahrbahn, Windverbände usw., ist nach Krohn:

$$10000 \sigma f b + 3,55 p \left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1,07 \frac{h l^2}{4 f \sigma - 3 h} \right) + 10000 \sigma f - 2,29 \left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1,50 \frac{h l^2}{4 f \sigma - 3 h} \right) \quad \text{t m}$$

Hierin bedeuten:

σ die zulässige Beanspruchung in t/cm^2 ,

l die Spannweite in m,

f die Pfeilhöhe in m,

h den Abstand der Schwerpunkte der Gurtungen im Scheitel in m,

b das Gewicht der Fahrbahn (ev. einschl. Pfosten) in t/m

p die Verkehrslast (gleichmäßig verteilt) in t/m

Der Berechnung des Wertes von p ist die halbe Spannweite $l/2$ zugrunde zu legen. Um die Stöße zu

berücksichtigen empfiehlt es sich, den ermittelten Wert mit 1,2 zu multiplizieren vgl. Kap. 95

Für das Gewicht der Hauptträger von Eisenstrahlenbrücken (einschl. Windverband, gibt Engesser die Formel $g = 150 + 30/l$ kg/m. Da die neueren verkehrsmässigen Belastungen wesentlich höher als die alten sind, werden rd. 10% zuzuschlagen sein

Für Straßenbrücken kann man setzen

$$g = 70 + \left[20/l + \frac{l^2}{60} \right] \text{ kg/m, wo } l = \text{Brückenbreite}$$

in Meter. Ist die Fahrbahn leichter Bauart (doppelter Bohlenbelag), so kann man diesen Umstand berücksichtigen, indem man die Breite b mit $\frac{1}{2}$ multipliziert. Hat man mehr als zwei Hauptträger, so schlägt man für jeden hinzugekommenen 35 kg/m dem oben gerechneten Gewicht zu

66. Der Bogenträger ohne Gelenke.

I. Flacher, stabförmiger Bogen.

Ein gelenkloser Bogen an beiden Kämpfern fest eingespannt, ist dreifach statisch unbestimmt.

Ist die Mittellinie desselben nach einer flachen Parabel gestaltet, sodass man die Bogenlänge mit ihrer Projektion vertauschen und $N = H$ setzen darf, und ausserdem das Tragheitsmoment konstant, so führt die Berechnung der statisch nicht bestimmbarcn Größen auf verhältnismässig einfache Formeln

Als Unbekannte wählt man den Horizontalschub, die senkrechte Auflagerkraft und das Einspannungsmoment am linken Kämpfer. Die drei Elastizitätsgleichungen drücken nun aus, dass unter der Wirkung einer Last und der statisch unbestimmbaren Größen die wagerechte sowie die senkrechte Verschiebung des linken Kämpfers gleich Null werden und die Drehung des Endquerschnittes daselbst ebenfalls gleich Null sein muss.

Für die Belastung durch eine Einzellast findet man (Fig. 321):

$$A = P \frac{l - x}{l}, \quad H = \frac{15}{4} P \frac{(l - x)^2 x^2}{l^3 + x^3};$$

$$M_A = P x \frac{(l - x)^2}{l^3} \left(l - \frac{5}{2} x \right).$$

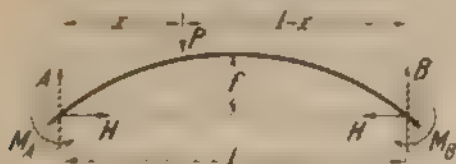


Fig. 321

Hier ist $z = \frac{45}{4} \frac{J}{P f^2}$; dieses Glied berücksichtigt die Verkürzung des Bogens unter der Normalkraft. Dieser Einfluss, der beim Zweigelenkbogen ohne wesentlichen Fehler (über auch ohne grosse Arbeitersparnis) vernachlässigt werden kann, spielt hier eine viel wichtigere Rolle, darf also niemals außer acht bleiben.

Die Werte von B und M_B ergeben sich aus den obigen Formeln durch Vertauschung von x mit $l - x$.

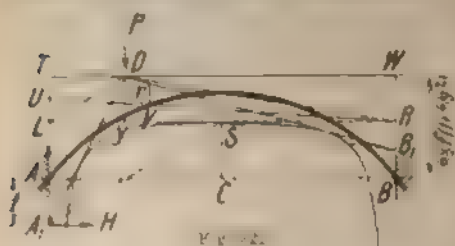
Die senkrechten Auflagerreaktionen A und B sind dieselben wie bei dem wagerechten beiderseits eingespannten Balken (Seite 283). Vereinigt man alle in einem Kämpfer wirkenden Kräfte, so erhält man eine Mittelkraft, die nicht durch den Mittelpunkt des Kämpfers selbst geht, sondern die Vertikale durch denselben um die Strecke $t = \frac{M}{H}$ tiefer schneidet. Die Reaktionen,

nach Grösse und Lage konstruiert, müssen sich über P schneiden. Der Ort der Schnittpunkte der Kämpferdrucklinie ist eine horizontale Gerade, welche in der Höhe $\frac{6}{5} f \left(1 + \frac{1}{9} z \right)$ über der Bogenscheitel liegt.

Für eine Einzellast P lassen sich die Lager-Senkenkräfte DA_1 und DB_1 wie folgt ermitteln (Fig. 9). Ist C der Mittelpunkt der Sehne, $CS = \frac{1}{2}l$, $f = \frac{1}{4}l$, so zieht man SA_1 und SB_1 parallel zu DL bzw. DR , wodurch die Punkte A_1 und B_1 bestimmt sind.

Die Geraden DA_1 und DB_1 gehen beim Warten des Punktes D nicht durch feste Punkte, sie umhüllen zwei Hyperbeln, welche beide durch S gehen und die gemeinschaftliche Tangente LR haben.

Der Mittelpunkt U von TL ist der Mittelpunkt der linken Hyperbel, deren Asymptoten TR und TA_1 sind.



Die Gerade TA_1 ist eine Tangente zum zweiten Ast dieser Hyperbel. Ähnliches gilt für die rechte Hyperbel. Es ist also leicht, diese Kurven durch

Tangenten oder durch Punkte zu konstruieren (vgl. S. 31). Für die vorliegende Untersuchung gebraucht man die Kurven nur etwa in den äußersten Vierteln.

Der Linienzug A_1DB_1 gestattet die Berechnung des Momentes für einen beliebigen Querschnitt des Bogens, indem man die entsprechende Ordinate z mit dem Horizontalschub H multipliziert, es ist also $M_1 = z \cdot H$, unter D stets positiv. Die Normal- und Querkraften lassen sich leicht konstruieren durch Zerlegung der Kraft DA_1 in eine Parallele zur Tangente in V und eine Senkrechte dazu.

Die für A_1 , H und M_A zu Anfang gegebenen Formeln gestatten, die Einfluslinien für H , A , B , M_A und M_B zu konstruieren, wodurch die Lösung aller Aufgaben auf einfache Weise ermöglicht ist. Dagegen lassen sich die Einfluslinien für Moment, Quer- und Normalkraft eines bestimmten Querschnittes nicht so einfach ab-

teilen wie beim Zweigelenkbogen, vielmehr ist man gezwungen, immer drei Einflußlinien zu benutzen, z. B. diejenige für H , A und M_A .

Die Untersuchung mit Hilfe der Kernpunkte und Seitenkräfte geschieht ähnlich wie beim Zweigelenkbogen unter Benutzung der Umhüllungskurven. Ist die eine Hälfte des Bogens gleichmäßig belastet (Fig. 323), so erhält man



$$A = \frac{1}{32} pl, B = \frac{3}{32} pl, H = \frac{pl^2}{16f} \frac{1+z}{1+z^2}$$

$$M_A = \frac{pl^2}{64} \frac{1+\frac{11}{3}z}{1+z^2}, M_B = -\frac{pl^2}{64} \frac{1+\frac{5}{3}z}{1+z^2}$$

Im Scheitel ist das Moment:

$$M_0 = \frac{pl^2}{48} \frac{z}{1+z^2}$$

Die Angriffspunkte des Horizontalschubes sind bestimmt durch

$$l_a = \frac{f}{4} \left(1 + \frac{11}{3}z \right), l_b = \frac{f}{4} \left(1 + \frac{5}{3}z \right)$$

$$c = f \frac{z}{3}$$

Legt man das Seilpolygon der Belastung durch diese drei Punkte, so hat man die Drucklinie, aus welcher die einzelnen Momente leicht abzuleiten sind. Die größten Momente sind an den Kämpfern.

Für totale gleichmäßige Belastung erhält man

$$B = \frac{1}{2} pl, H = \frac{pl^2}{8f} \frac{1+z}{1+z^2}, M_A = M_B = \frac{pl^2}{12} \frac{z}{1+z^2}$$

$$l_a = l_b = \frac{2}{3} fs, M_0 = \frac{pl^2}{24} \frac{z}{1+z^2}, c = \frac{1}{3} fs$$

Hat man die ständige Last g auf der ganzen Länge und die veränderliche p auf der linken Hälfte, so ist

$$H = \frac{l^2}{16 f (1+z)} (2g + p); \quad M_A = \frac{1}{64} p l^2 + \frac{2}{3} H f; \\ M_B = \frac{1}{64} p l^2 + \frac{2}{3} H f z; \quad M_0 = Hc = \frac{1}{3} H l;$$

Einfluss von Temperaturänderungen

Bewirkt eine Temperaturänderung eine Zunahme oder Abnahme der Sehne um Δl , oder ändert sich die Entfernung der Kämpfer um Δl , wobei dieselben sich parallel zu sich selbst verschieben, so ist

$$H_0 = \frac{45}{4} \frac{EJ \Delta l}{l f^2 (1+z)}; \quad M_0 = \frac{15}{2} \frac{EJ \Delta l}{l f (1+z)}; \\ M = \frac{15}{4} \frac{EJ \Delta l}{l f (1+z)}.$$

Hienach greift die Kraft H in der Höhe $\frac{2}{3} f$ an; sie ist etwa sechsmal so groß als für den Bogen mit zwei Gelenken. Überhaupt haben Temperaturänderungen bei dem gelenklosen Bogen im allgemeinen einen so großen Einfluss, dass seine Verwendung nur bei großer Spannweite (etwa 50 m und darüber) und nicht zu kleiner Pfeilhöhe vorteilhaft ist. Auch sind die Kosten zur Herstellung einer wirksamen Einspannung so hoch, dass mancher Vorteil dadurch aufgehoben wird.

Die gegebene Berechnungsart ist nur eine angenäherte. Für eine sorgfältige Untersuchung sowie für den Bogen allgemeiner Form ist das graphische Verfahren zu empfehlen.

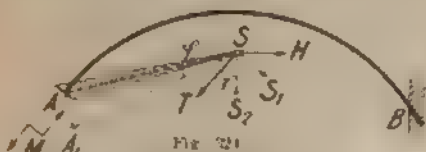
II. Allgemeine Behandlung.

a. Verfahren von Müller-Breslau

Man denkt sich das Auflager A (Fig. 324) beseitigt und an dieser Stelle eine starre Scheibe mit dem Bogen verbunden. Lässt man nun in A das Moment $M = 1$ einwirken und ermittelt rechnerisch oder graphisch die

Formänderung des Bogens, so findet man für den Punkt A eine gewisse Verschiebung AA_1 und einen Drehungswinkel φ .

Zieht man nun AS rechtwinklig zu AA_1 und macht den Winkel $ASA_1 = \varphi$, so erfährt der Punkt S



der starren Scheibe keine Bewegung (nur eine Drehung) während der Formänderung. Eine in S angreifende Kraft leistet also gar keine Arbeit, sie bewirkt folglich keine Drehung des Endquerschnittes und ist ohne Einfluß auf das Moment M . Läßt man nun eine horizontale Kraft H in S angreifen, so erfährt dabei der Querschnitt A keine Drehung, der Punkt S verschiebt sich nach S_1 . Läßt man schließlich eine Kraft T rechtwinklig zu SS_1 wirken, so ist die hervorgerufene Verschiebung SS_2 rechtwinklig zu H . Die Arbeit jeder der drei Größen M , H , T ist somit unabhängig von den beiden andern. Die Biegelinien sind die betreffenden Einflußlinien, zu denen φ , SS_1 und SS_2 als Einheiten gehören. Am besten zeichnet man gleich für jeden dieser Belastungszustände zwei Biegelinien, eine vertikale und eine horizontale, und erhält dadurch die Einflußlinien für vertikale bzw. horizontale Lasten. Aus diesen Einflußlinien kann man diejenigen für M , H und A ohne Schwierigkeit ableiten und schließlich die Einflußlinien für Moment, Normal- und Querkraft in einem beliebigen Querschnitt konstruieren.

Für den Fachwerkbogen konstruiert man die Einflußlinien der Spannkraft für jeden einzelnen Stab. Zu diesem Zweck stellt man zuerst eine Gleichung auf, welche den gesuchten Einfluß als Funktion der drei statisch unbestimmbaren Größen und einer Einzellast

ausdrückt. Diese Gleichung zeigt, wie man die Auflinie konstruiert.

Beispiel Fig. 323. Eine Last über dem linken Kämpfer der

$M = + H \cdot h + T \cos \varphi = P$, es muß also sein:

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{5} \cdot h \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \cos \varphi = 1$$

Die Spannkraft in der geschultenen Lage nach:

$$S_0 = S_0 + \frac{M + H \cdot h + T \cdot l}{d}$$

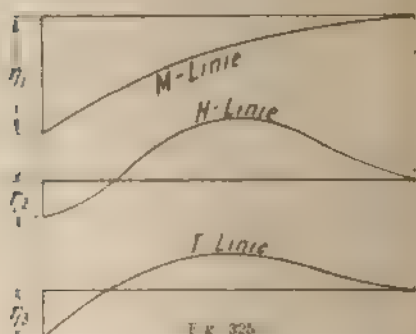
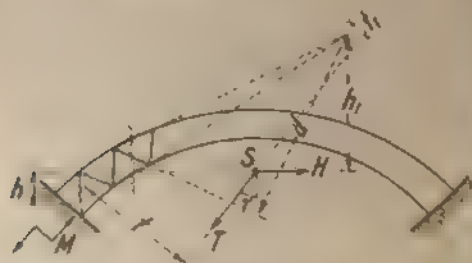


Fig. 323

S_0 ist hier die Kraft, die in dem betreffenden Glied auftritt, das System so statisch bestimmt gemacht wird, wie bei der Berechnung der ersten M , H und T vorausgesetzt wurde. Mit Hilfe der bekannten Einflußlinien können diese drei Größen für jede beliebige Stellung der veränderlichen Kräfte leicht ermittelt werden, so daß die Berechnung von S_0 keine Schwierigkeit bietet. Will man die Ein-

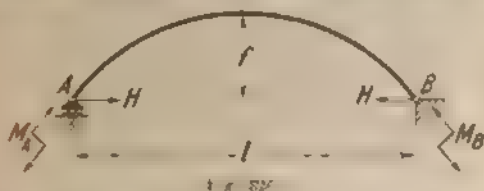
¹ Wegen der Bezeichnung von φ SS_1 und SS_2 vgl. Fig. 324

Der so definierte σ geht nun am besten vor der oben aufgestellten Bedingung, dass σ nicht größer als σ_0 ist, ein. Es ist leicht zu zeigen, dass die so definierte σ auch die oben aufgestellte Bedingung erfüllt. Es gilt dann $\sigma \leq \sigma_0$ und $\sigma \leq \sigma_0$.

b) Allgemeines Verfahren.

Für einen Bogen beliebiger Form ist die Untersuchung nach jedem Verfahren ziemlich umständlich und erfordert eine sehr sorgfältige Behandlung, damit die Endergebnisse infolge der eventuellen Ungenauigkeiten nicht unzuverlässig werden. Scheinbar vereinfachte Verfahren sind in dieser Hinsicht nicht besser als das ganz allgemeine, das wir hier angeben, auch fordern sie im ganzen nicht weniger Arbeit.

Als statisch nicht bestimmbar² wdhlt man praktisch die beiden Einspannungsmomente und den Horizontalschub Fig. 326, dabei denkt man sich den



Bogen auf einer Seite auf einem Gelenklager, auf der anderen Seite auf einem Rollenlager liegend. Für den Belastungszustand $M_A = 1$ ermittelt man am besten graphisch, siehe S. 254, die Biegelinie, die Längsänderung δ_A der Sehne und die Drehungen der beiden Endquerschnitte η_A und ψ_A . Da es meistens nur darauf ankommt, den Einfluß von Vertikalkräften zu untersuchen, so fassen wir die Ordinaten η_A der senkrechten Biegelinie ins Auge. Die Berücksichtigung der waagrechten Verschiebungen geschieht ganz ähnlich und bietet keine Schwierigkeit.

Die erste Voraussetzung ist mit Vorteil anzunehmen, da die Bildung der
fachstatistisch überprüften Systeme, die dem es die Flusstafeln bilden
haben, die es je eine unbekanntes erhalten.

Auf gleiche Weise ermittelt man für den Belastungszustand $M_B = 1$ die Biegelinien, deren Ordinaten mit τ_B bezeichnet seien, und die Größen η_A und δ_B . Bei symmetrischer Anordnung des Bogenspart man die Untersuchung für $M_B = 1$. Schließlich untersucht man den Belastungszustand $H = 1$ und ermittelt die Größen τ_H , η_H , ψ_H und δ_H .

Bei der Ermittlung der Formänderung in allen Belastungsfällen muß man auch die Wirkung der Norm- und Querkräfte berücksichtigen.

Die erste Elastizitätsgleichung drückt die Bedingung aus, daß die Länge der Sehne unter der Wirkung der Vertikallasten und der statisch nicht bestimmbarer Momente bzw. Kräfte unverändert bleibt. Außer der bereits ermittelten Längenänderungen δ_A , δ_B und δ_H kommt noch diejenige in Betracht, welche von einer Einzellast P verursacht wird, nach dem Maxwell'schen Satze ist sie $\delta = P \tau_H$.

Die erste Gleichung lautet also

$$H \delta_H + M_A \delta_A + M_B \delta_B + P \tau_H = 0$$

Die zweite Elastizitätsgleichung drückt die Bedingung aus, daß die Drehung des Endquerschnittes A gleich Null sein muß. Außer den Drehungen η_A , η_B und η_H hat man infolge einer Einzellast P , nach $\eta = P \tau_A$. Es ist also:

$$H \eta_H + M_A \eta_A + M_B \eta_B + P \tau_A = 0.$$

Ähnlich erhält man die dritte Elastizitätsgleichung

$$H \psi_H + M_A \psi_A + M_B \psi_B + P \tau_B = 0.$$

Die Auflösung dieser Gleichungen führt zu den Ausdrücken:

$$H = P a_1 \tau_H + b_1 \tau_A + c_1 \tau_B,$$

$$M_A = P a_2 \tau_H + b_2 \tau_A + c_2 \tau_B,$$

$$M_B = P a_3 \tau_H + b_3 \tau_A + c_3 \tau_B.$$

Die Buchstaben a , b , c stellen hier numerische Werte dar. Man ersieht also, daß die Einflußlinien der drei Unbekannten aus den Biegelinien abzuleiten

nd, indem man deren Ordinaten nach Multiplikation mit gewissen Koeffizienten zusammen addiert.

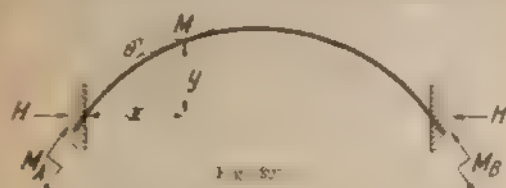
Zur Auflösung der drei Gleichungen kann das Verfahren der Eliminations-Koeffizienten (Seite 34 und Beispiel auf Seite 351) empfohlen werden.

Aus diesen Gleichungen erhält man die senkrechten Stützdrücke

$$A = (M_B - M_A) \frac{1}{l} + A_0, \quad B = (M_A - M_B) \frac{1}{l} + B_0$$

wo A_0 und B_0 die Stützdrücke für einen einfachen Balken bedeuten

Auch die Einflußlinien für das Moment für die Quer- bzw. Normalkraft in einem beliebigen Querschnitt



bedeutet man leicht zu konstruieren. Für das Moment ist man (Fig. 327)

$$M = M_0 + M_A + (M_B - M_A) \frac{x}{l} - H y$$

Für die Normalkraft

$$N = H \cos \theta + A_0 \sin \theta + (M_B - M_A) \frac{\sin \theta}{l}$$

Endlich für die Querkraft:

$$Q = Q_0 + M_B - M_A \frac{\cos \theta}{l} - H \sin \theta$$

Zur Ermittlung der ungünstigsten Belastung für die oberen bzw. unteren Fasern eines Querschnittes bestimmt man das Moment auf den betreffenden Kernpunkt (vgl. Seite 300). In vielen Fällen wird man wohl mit Hilfe der Kampfdrucklinie und der Umhüllungsamen der Lagerreaktionen vorgehen

Für eine Last in einem gegebenen Punkt hat man

$$\text{Fig. 328} \quad t_A = \frac{M_A}{H} \cdot t_B = \frac{M_B}{H} \cdot t = \frac{A}{B} \cdot t \quad t_B$$

Die Konstruktion der Einflußlinien kann auch aus der Drucklinie $A_1 P B_1$ für die einzelnen Lasten erfolgen.

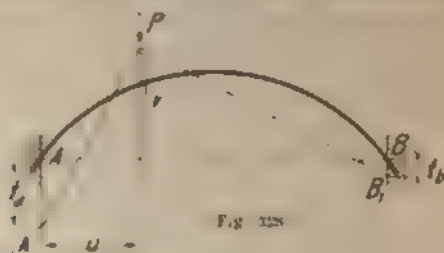


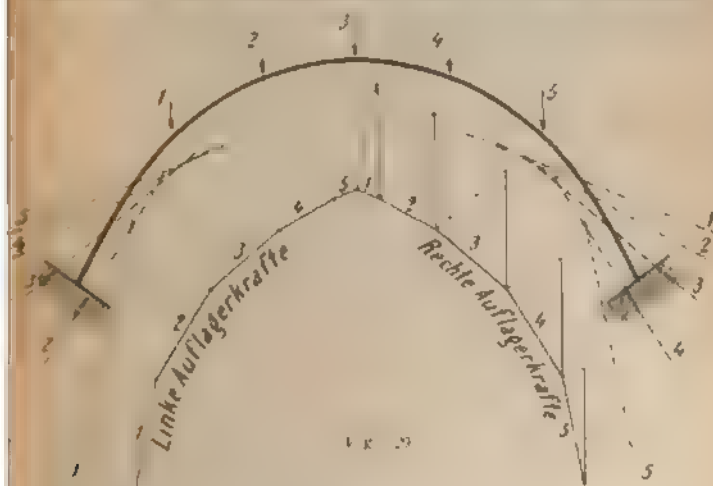
Fig. 328

indem man die Last P auf einer Reihe von Punkten angreift, ein läßt und jedesmal nach der Drucklinie Moment, Querkraft und Normalkraft für die verschiedenen Querschnitte ermittelt.

Zur Bestimmung der ungünstigsten Belastung können auch die Belastungsscheiben benutzt werden. Alsdann muß man mit den Kernpunkten der Querschnitte arbeiten (vgl. Seite 363). Für das größte positive Moment müssen die schwersten Lasten in der Nähe des betreffenden Querschnittes liegen, für das negative muß der Schwerpunkt der Lasten in die Mitte der entsprechenden Strecke fallen. Für die größte Querkraft dagegen müssen die schwersten Lasten auf derselben Seite des Querschnittes und so dicht wie möglich dabei liegen.

Kommt nur eine gleichmäßig verteilte Last in Frage, so leistet das Verfahren von W. Ritter gute Dienste. Man ermittelt die Knotenlast, d. h. diejenige Last, die auf den eigentlichen Bogen wirkt, der Natur der Sache nach immer in einem Punkt konzentriert und läßt sie der Reihe nach in jedem Knotenpunkt angreifen. Nach einem der oben angegebenen Verfahren bestimmt man die Größe und die Wirkungs-

Die der beiden Kampfreaktionen (Fig. 329) für jede der Einzellasten 1, 2, 3 . . . Die Auflagerkräfte aneinander gereiht bilden die in der Mitte der Figur gezeichneten Polygone. Hat man nun mit Hilfe der Einflußlinien oder der Belastungsscheiden festgestellt welche Punkte belastet werden müssen, um in einem bestimmten Querschnitt die größten Spannungen hervorzurufen, so ist es leicht, alle Kräfte, die auf derselben Seite von dem Querschnitt wirken, zu einer einzigen



zusammenzustellen, deren Lage durch ein Seilpolygon ermittelt wird; das Moment und die Normal- und Querkraft lassen sich nun leicht ableiten. Man kann diese Berechnung immer so durchführen, daß auf einer Seite des betrachteten Querschnittes außer der Auflagerreaktion gar keine Kraft angreift; nötigenfalls teilt man die Belastung in zwei Teile, deren jeder für sich berücksichtigt wird, die Ergebnisse werden schließend addiert. Abdann kann man die Größe und Richtung der einen Auflagerkraft unmittelbar dem betreffenden Kräftepolygon entnehmen, zur Feststellung ihrer Lage wird ein Seilpolygon benutzt, das ein für allemal zu zeichnen

ist, und dessen in Betracht kommende Strahlen zur Schnitt gebracht werden.

So rechnet man etwas zu ungünstig, denn es ist nicht möglich, einen Knotenpunkt vollständig zu belasten, ohne auch den nächsten teilweise zu belasten. Es ist aber gut, die so entstehenden etwas zu großen Kräfte für die Dimensionierung zu benutzen.

Dieses Verfahren läßt sich wohl für eine beliebige Belastung anwenden, indem man die Größen der verschiedenen Knotenlasten berechnet und aus diesen die jeweiligen Auflagerkräfte ableitet; an Arbeit wird aber im Vergleich mit der Methode der Einflußlinien nichts gespart, während deren Übersichtlichkeit nicht vorhanden ist.

Einfluß der Temperaturänderung.

Derselbe ergibt sich aus den Elastizitätsgleichungen, wenn man $P = 0$ setzt, und eine Längsänderung Δ der Sehne in die erste Gleichung S. 386 einführt¹. Die Entfernung der Kraft H_c von den Kampfermitteln ergibt sich aus

$$e = \frac{M_1}{H_c} + \frac{M_2}{H_c}.$$

Fachwerkbogen.

Das im vorigen auseinandergesetzte allgemeine Verfahren ist auch für den Fachwerkbogen zu verwenden. Dabei ist folgendes zu bemerken:

a. Die Formänderungen sind nach einem für Fachwerke geeigneten Verfahren zu ermitteln, z. B. Williot Plancé.

b. Die Einflußlinien werden so konstruiert wie für den stabförmigen Bogen, nur sind hier anstatt der Kernpunkte die Drehpunkte der einzelnen Stäbe zu verwenden. Jede Einflußlinie muß für sich gezeichnet werden.

¹ Es sei Δ die Längsänderung der Sehne, ϵ die Einflußlinie, H_c die Kraft, M_1 und M_2 die Momente an den Enden der Sehne. Dann gilt die Gleichung $\Delta = \epsilon \cdot H_c + \frac{M_1}{H_c} + \frac{M_2}{H_c}$.

c, Will man die Drucklinie benutzen, so sind eben falls die Drehpunkte zu betrachten.

d Will man die Ritterschen Polygone der Auflagerkräfte benutzen, so hat man immer die Aufgabe zu lösen, die resultierende Kraft in drei Seitenkräfte zu zerlegen (Seite 145).

Einige Vereinfachungen sind in besonderen Fällen zulässig. Ist der Träger von ungefähr konstanter Höhe nach den Kämpfern hin etwas zunehmend, so kann man bei flachen Bogen die Formeln für den vollwandigen Bogen benutzen, um zu einer vorläufigen Dimensionierung zu gelangen. In dem allgemeinen Fall ist es zulässig, mindestens für eine erste Berechnung, die Formänderung der Gitterstäbe zu vernachlässigen.

III. Praktische Angaben.

Für eine vorläufige Dimensionierung ist man nur auf die Formeln angewiesen, die für den flachen Parabelbogen gelten. Wo die Form des Trägers von dieser bedeutend abweicht was nur bei Fachwerken vorkommen dürfte, nehme man an, die beiden Gurtungen hätten gleichen und konstanten Querschnitt und die Gitterstäbe seien starr, hiernach ermittle man die Formänderungen und die Einflußlinien für die statisch nicht bestimmten Größen. Hat man die Einflußsummen für H , M_A und M_B , so kann man nach einem der angegebenen Verfahren alle Kräfte berechnen. Für den vollwandigen Bogen dürfte das graphische Verfahren am besten geeignet sein, um die angreifenden Momente und Normalkräfte für einige Querschnitte zu ermitteln. Zur Dimensionierung sind die Formeln von Kap. 91 gut zu verwenden. Die drei statisch nicht bestimmbaren Größen, wie man sie auch wählen mag, beeinflussen sich gegenseitig sehr stark. Es ist also die größte Sorgfalt in der Berechnung dringend anzuraten und jedenfalls eine genaue Untersuchung mit den endgültig gewählten Querschnitten vorzunehmen. Die Temperaturkräfte sind

sehr groß und bedingen oft eine Verstärkung der Abmessungen, auch wenn dafür die zulässige Beanspruchung höher als sonst gewählt wird. Um von vornherein darauf Rücksicht zu nehmen, kann man das Tragheitsmoment im Scheitel etwa setzen

$$J_{\text{S}} = \frac{1000 \, h^2 l^2}{3 \cdot 2 \, h} g = 1,10 p,$$

wobei h ungefähr $l/50$ angenommen werden kann.

Das Eigengewicht einer Brücke mit gelenklosen Bogenträgern einschl. Fahrbahn, Windverbände usw. ist nach Krohn

$$n \quad \begin{aligned} 10000 \, \sigma f h &= 2,975 p \left\{ \frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1,37 \frac{h l^2}{2 f \sigma - 3 h} \right\} \\ 10000 \, f \sigma &= 2,29 \left\{ \frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1,62 \frac{h l^2}{2 f \sigma - 3 h} \right\} \end{aligned} \quad \text{t, m}$$

Hierin bedeuten:

σ die zulässige Beanspruchung in t/cm²,

l die Spannweite in m,

f die Pfeilhöhe in m,

h den Abstand der Schwerpunkte der Gurtungen im Scheitel in m,

p das Gewicht der Fahrbahn einschl. Pfosten in t/m

p die Verkehrslast gleichmäßig verteilt in t/m

Den Wert von p berechne man auf Grund einer belasteten Strecke von ungefähr 0,4 l . Es empfiehlt sich, das Ergebnis mit 1,2 zu multiplizieren, um die Stöße zu berücksichtigen (vgl. Kap. 95).

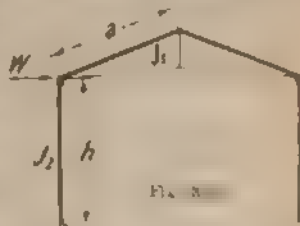
67. Hallendachbinder.

Die auf Seite 165 behandelten Systeme für Dachbinder sind unabhängig von den Stützen, d. h. sie werden auf den Längswänden aufgelagert; nicht selten werden aber die Dachbinder mit den Stützen zu einem System vereinigt, welches meistens auch die Windkräfte direkt aufnimmt. Eine solche Anordnung ist insofern

günstig, als sie den Hauptwindverband entbehrlich macht, erfordert aber ziemlich viel Material und ist aus diesem Grunde nur für ganz kleine Dächer anwendbar oder bei großen Hallen, in den Fällen in denen aus andern Gründen die Binder sehr stark konstruiert werden müssen.

a) Kleine Dächer.

Das System der Fig. 330 ist an und für sich einfach statisch unbestimmt, wenn beide Füße gelenkig auf gelagert sind. Bei genauer Berechnung findet man aber, daß, solange nur Vertikallasten in Frage kommen, der Horizontalschub bei den Fußlagern äußerst gering ist, je nach den Umständen positiv oder negativ, und



daß ein Fehler in der Einstellung der Zugstange dieses Ergebnis nicht wesentlich beeinträchtigt. Es ist dies die Folge der großen Nachgiebigkeit des Systems, dessen schlanke Stäbe sämtlich auf Druck und Biegung beansprucht werden, ausgenommen ist hiervon die Zugstange, die eine äußerst geringe Formänderung erleidet. Es ist deshalb immer zulässig, bei Vertikalbelastung die Köpfe der Ständer mit dem eigentlichen Dachbinder als gelenkig verbunden anzunehmen. Anders ist es dagegen bei der Wirkung von Horizontalkräften. Greift eine Kraft W am Kopfe des Ständers an und macht man die zulässige Annahme, daß sich dieselbe auf beide Füße gleichmäßig verteilt, so ist das System statisch bestimmt, indem es sich wie ein Dreigelenkbogen verhält. Die größten Momente kommen also bei den Köpfen der Ständer vor, sie sind entgegengesetzt gleich und betragen $M = \pm W \frac{h}{2}$. Das Moment auf Mitte Binder ist gleich Null, es hat also keinen großen Zweck die beiden Balken dort stark miteinander zu verbinden.

Die Nachgiebigkeit des Systems ist sehr groß. Unter der Wirkung von W verschiebt sich der Scheitel um

$$s = \frac{W h^2}{6 E J_1} \left(a + h \frac{J_1}{J_2} \right)$$

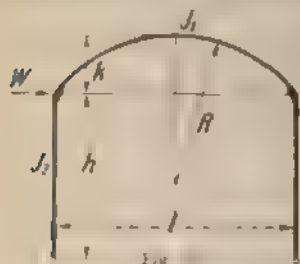
In dem Fall, daß der obere Balken durch ein besonderes Gitterwerk in mehreren Punkten unterstützt ist, wird die Verschiebung annäherungsweise durch die selbe Formel ausgedrückt, wo aber a die Länge des unteren Teiles des Balkens zwischen dem Kopf des Ständers und dem Anschluß des ersten Gitterstabes bedeutet.

Das Moment bleibt $= W \frac{h}{2}$

Für das Tonnendach nach einem Kreisbogen gelten dieselben Grundsätze. Der eigentliche Dachbinder wird als ein Bogenträger mit elastischem Zugband behandelt wie auf Seite 361 angegeben; es soll aber hier ausdrücklich bemerkt werden, daß in diesem Falle eine

große Genauigkeit nicht erforderlich ist, sie würde nur einen falschen Begriff von der Zuverlässigkeit der ganzen Berechnung geben.

Bei Wind ist das größte Moment wie oben



$M = \frac{1}{2} W h$ und kommt am

Kopf jedes Ständers vor. Die entsprechende Verschiebung des Bogenscheitels wird annäherungsweise

$$(Fig. 331) \quad s = \frac{W h^2}{6 E J_1} \left(\frac{l}{2} + \frac{1}{3} l^2 + h \frac{J_1}{J_2} \right) \text{ Einheiten}$$

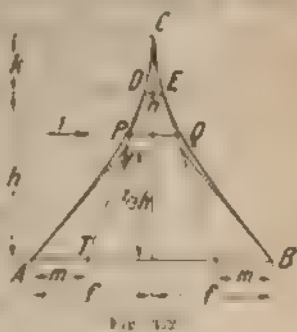
l und cm

Nicht immer ist es zulässig, die Windkräfte zu einer einzigen zu vereinen, es bleibt alsdann nichts anderes übrig als die Einflußlinie für Horizontalkräfte zu verwenden. Dieselbe wird mit genügender Annäherung wie folgt konstruiert

Man rechnet die Größe m nach der Formel $m = \frac{H h^2}{3 E J_2}$, wo die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben wie oben, und das Verhältnis $\frac{H}{E}$ am besten gleich eins angenommen wird. Ebenso rechnet man $f = x \cdot \frac{n h \cdot k}{2 \cdot \frac{h \cdot k}{k}}$, indem man $W = 2 H$ und $\frac{H}{E} = 1$ setzt, und die Längenänderung n der Zugstange bei der Belastung $H = \frac{h \cdot k}{k}$

einführt. Trägt man nun in einem beliebigen Maßstab

Fig. 382 die Größen h und k und in einem andern Maßstab m und n auf, zieht dann die Geraden DT und AV , so ist die Einflußlinie der Horizontalkräfte bestimmt. Es erubigt nur, zwischen den Punkten A und B die elastische Linie einzuzichnen, die als Tangenten AV und VD hat. Seite 277, Fall 4,



wofür annäherungsweise ein Parabelbogen gebraucht werden kann. Das Stück der Kurve zwischen C und D schließt man nach Gutdunken an. Eine in B angreifende Horizontalkraft $1 t$ gibt in B die wagerechte Auflagerreaktion $\frac{PQ}{2 t}$, in A $\frac{2 t - PQ}{2 t}$.

Auf grund dieser Ergebnisse kann man die Kräfte und die Momente für das ganze System berechnen.

Diese Berechnungsart, welche auf der Annahme eines Gelenkes im Scheitel beruht, ist für eckige sowie für gewölbte Binder anwendbar. Sie ist annäherungsweise auch brauchbar, wenn kein Scheitलगelenk vorhanden ist.

Solche einfachen Binder sind nur für kleine Spannweiten geeignet, da, wie bereits bemerkt, die Nach

gießigkeit unter der Wirkung wagerechter Kräfte sehr bedeutende ist. Eine Einspannung der Füße genügt auch nicht, um diesen Uebel ganz zu beseitigen; sie wird wegen der Umständlichkeit der Ausführung auch nur selten angeordnet.

Will man trotzdem ein System mit eingespannten Füßen ausführen, so gilt für die Vertikalbelastung das Gleiche wie oben. Die Einspannung ist hier fast ohne Einfluß. Für die Horizontalkräfte verwende man die Formeln auf Seite 294. Zur Berechnung der Nachgiebigkeit setze man in die oben für s angegebene Formel statt k etwa $\frac{1}{2} k$.

Mit besonderer Sorgfalt muß die Verbindung der Ständer mit dem Balken hergestellt werden. Am besten verwendet man ein großes Knotenblech, an welches nicht nur der Steg, sondern auch die Flansche der biegezugfesten Profile regelrecht angeschlossen werden

b) Große Hallen

Bei sehr großen Hallen ist es nicht immer möglich, die theoretisch günstigste Linienföhrung der Binder innezuhalten, bei welcher die Mittellinie mit dem Senkpolygon der vertikalen Lasten zusammenfällt, weil die Füße mit starker Neigung nach dem Lager hin gehen würden.

Immerhin wird beim Feststellen der Form die Verzeichnung der Drucklinie sehr nützlich sein, indem sie einen Anhalt gewährt, inwieweit eine Linienföhrung günstig ist. Auf alle Fälle versäume man nicht, den Binder an seinen Verbindungsstellen mit den Ständern besonders stark zu machen.

Große Binder werden meistens als Zweigelenkbogen konstruiert und darnach behandelt, am besten nach

Zur Ermittlung dieser Form zeichnet man den Bogen aus, dessen Enden der Druck P für die statische Last und ein totgewicht G der Binder ausschüßet. Durch Vergrößerung bzw. Verkleinerung des statischen Lastes P gelangt man zu den verschiedenen Stellungen, in denen der Bogen gehindert wird.

dem allgemeinen graphischen Verfahren Eine Zugstange wird seitlich angeordnet, obwohl sie hier, wo die Vertikalkräfte eine wesentliche Rolle spielen, sehr am Platz wäre. Das System würde dadurch zweifach statisch unbestimmt, wodurch im allgemeinen keine Schwierigkeit in der Berechnung entsteht. Nur für die Endbinder, wo das Zugband sehr stark konstruiert wird um die Schürze abzusteuern, ist es schwer zu bestimmen, wieviel von dem Horizontalschub auf die Auflager, und wieviel auf das Zugband entfällt, da man auf zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten geführt wird, in denen die Koeffizienten sehr wenig voneinander verschieden sind; es genügen also dann kleine Ungenauigkeiten in der Berechnung, um das Resultat stark zu beeinflussen, so daß man schließlich gezwungen ist, die Verteilung fast willkürlich anzunehmen, und sich gegen jede Eventualität durch die Annahme einer verhältnismäßig großen Temperaturänderung zu sichern. Um diesen Übelstand zu vermeiden, hat man mitunter das eine Fußlager beweglich angeordnet, wodurch das System zu einem einfach statisch unbestimmten gemacht wird, der fest aufgelagerte Ständer aber die ganze Horizontalkraft aufnehmen muß. Mitunter macht man auch von der Anordnung eines Scheitelgelenks Gebrauch oder was dasselbe bedeutet, es wird nur eine Gurtung durchgeführt. Das System wird also dann wie ein Dreigelenkbogen behandelt. Der Anordnung eines Scheitelgelenks stehen keine Bedenken entgegen anders wie bei Brücken, ist aber auch kaum nötig, da der Einfluß der Temperatur und eventueller Montagefehler gering ist.

Es sei hier in kurzen Worten der Weg angedeutet, um einen einfach statisch unbestimmten Binder zu untersuchen.

Zur vorläufigen Dimensionierung nimmt man an, daß im Scheitel, etwa auf $\frac{1}{3}$ der Entfernung zwischen Untergurt und Obergurt, ein Gelenk vorhanden sei. Man ist also dann imstande die Drucklinie zu zeichnen.

indem man ein Seilpolygon durch die drei Gelenke legt, danach ermittelt man die Stabkräfte nach dem auf Seite 179 angegebenen Verfahren, und zwar sowohl für vertikale wie für horizontale Belastung.

Jetzt wird, auf grund der gewählten Dimensionen, die Formänderung des Binders sowohl in vertikaler wie in horizontaler Richtung bei der Belastung $H = 1$ ermittelt.

Bei dieser Untersuchung ist es immer zulässig, die Formänderung der Füllungsglieder zu vernachlässigen, oft sogar den Binder als einen vollwandigen Träger zu betrachten, wo der Steg fehlt, das auf Seite 251 angegebene Verfahren ist also immer anwendbar. Die Ordinaten der Biegelinien, vertikal bzw. horizontal gemessen, durch die gegenseitige Verschiebung der Lagergelenke dividiert, liefern die Ordinaten der Einflußlinien, nach welcher jetzt die genaue Ermittlung von H möglich ist. Am besten wird die Lage des Schnittes der Drucklinie mit der Symmetrieachse bzw. mit der Scheitelvertikalen bei unsymmetrischen Systemen durch Rechnung festgestellt, und zwar mit Hilfe einer Gleichung, die ausdrückt, daß an dem Schnittpunkt das Moment gleich Null sein muß. Bei symmetrischer Form des Binders kann man ohne großen Fehler annehmen, daß bei horizontaler Belastung die Lage dieses Punktes dieselbe ist wie bei vollständiger vertikaler Belastung. Man ist jetzt in der Lage, die Drucklinie genau zu zeichnen und die endgültigen Stabkräfte zu berechnen.

Unsymmetrische Bogenform, sowie auch nur wenn unsymmetrische Belastung, haben auf einzelne Statgruppen viel mehr Einfluß als Achsial- und Querkraft.

Die Verwendung von Cremonakräfteplanen ist nicht anzuraten, weil bei der großen Anzahl von Stäben die Genauigkeit nicht befriedigend ist. Hat der Binder eine Zugstange, so muß noch eine vollständige Untersuchung der Formänderung bei der Belastung $X = 1$ (Fig. 3.33) vorgenommen werden. Es wird dann für jeden der

den deformierten Zustande die Gleichung aufgestellt, welche ausdrückt, daß die Summe der Arbeit aller Kräfte auch H und X gleich Null ist. Die Verschiebungen der Angriffspunkte der Lasten werden praktisch ganz allgemeiner Form eingeführt, indem man sie durch χ -Stäben darstellt. So erhält man zwei Gleichungen, die zur Bestimmung von H und X dienen.



Für diese beiden Kräfte wird durch eine Formel ausgedrückt, aus welcher hervorgeht, daß die Verschiebungen der einzelnen Punkte im ersten und im zweiten Lastungszustand, mit gewissen jetzt bekannten Koeffizienten multipliziert und nachher addiert, die Ordinaten der betreffenden Einflußlinien liefern. Das weitere Vorgehen bleibt wie oben, nur wird bei der Konstruktion der Drucklinie die Zugkraft des Bandes als eine äußere Kraft betrachtet.

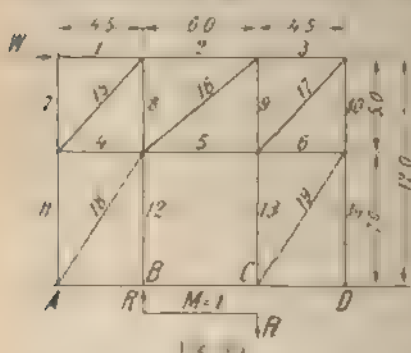
Für die Temperaturkräfte ist derjenige Wert von H maßgebend, welcher eine gegenwärtige Annäherung oder Entfernung der Fußgelenke bedingt, die gleich der Ausdehnung $\Delta l = \frac{l}{2100}$ ist. Ähnlich berücksichtigt man etwaige Montagefehler, die man nach Gefühl schätzt.

68. Giebelwände.

Bei einer häufig angewendeten Anordnung des Fachwerkes für Fabrikgebäude werden die Horizontalkräfte auf die Langwände wirken. Wind, Schub der Wandlinie usw. durch den oberen Windverband auf die Giebelwände übertragen. Diese sind als ein System zu betrachten, das auf dem Boden fest eingespannt und in einer gewissen Höhe durch eine Horizontalkraft belastet ist.

Ein vielfach zur Ausführung kommendes System ist in Fig. 334 dargestellt, dasselbe ist durch Anordnung von zwei kraftigen Ständern abgesteift, die zugleich den Raum für ein Tor begrenzen, es ist an und für sich dreifach statisch unbestimmt für die in Frage stehende Belastung annähernd einfach statisch unbestimmt. Manche Konstrukteure pflegen die statische Unbestimmtheit dadurch zu umgehen, daß sie in dem mittleren Felde keine Diagonalen anordnen, wodurch das System in zwei getrennte statisch bestimmte Scheiben zerfällt. Dadurch wird jedoch die an den Füßen der Ständer durch die Horizontalkraft hervorgerufene negative Kraft meistens so groß, daß eine sehr kostspielige Verankerung erforderlich wird. Es kann daher nur empfohlen werden, die Diagonalen in dem mittleren Teil beizubehalten und die kleine Arbeit, die in der Berechnung der statisch nicht bestimmbar großen Größe liegt, nicht zu scheuen.

In Fig. 331 wurden nur die wirksamen Diagonalen eingetragen, da die schlaffen Gegendiagonalen bei dieser Belastung ganz außer Tätigkeit bleiben. Als



statisch nicht bestimmbarer Größe wählt man am besten das Moment M der Auflagerkräfte B und C . Zur Berechnung eignet sich hier vorzüglich die Methode der virtuellen Verschiebungen. Man denkt sich die beiden

Auflager B und C entfernt, die Kraft W auch beseitigt und belastet die Punkte B und C durch ein Kräftepaar $M = 1$. Das selbe gibt eine in B aufwärts und eine in C abwärts gerichtete Kraft, deren Wert R sich leicht berechnen läßt.

Nun ermittelt man die Stabkräfte S infolge dieser Belastung und die entsprechenden Längenänderungen Δl der Stäbe unter Voraussetzung von $E = 1$, multipliziert sie miteinander und addiert alle Produkte

Zur Kraft W übergehend, schreibt man ihr den Wert 1 zu und berechnet alle Stabkräfte T , die diesem Belastungszustand entsprechen in A sowie in C wirkt die wagerechte Kraft $-\frac{1}{2} W$. Diese Kräfte werden mit den bereits ermittelten Δl multipliziert und die Produkte zusammen addiert.

Die Berechnung sieht dann tabellarisch für $W = 1$ folgendermaßen aus, für welches die in Fig. 354 eingezeichneten Maße gelten sind

| Stab | Stab-
kräfte S
für
$W = 1$ | Stab-
länge
cm | Stab-
kräfte T
für
$W = 1$ | Stab-
länge
cm | Stab-
kräfte S
für
$W = 1$ | Stab-
länge
cm | Stab-
kräfte T
für
$W = 1$ | Stab-
länge
cm |
|------------------------------|---------------------------------------|----------------------|---------------------------------------|----------------------|---------------------------------------|----------------------|---------------------------------------|----------------------|
| 1 | 0 | 400 | 0 | 400 | 0 | 400 | 0 | 400 |
| 2 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 3 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 4 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 5 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 6 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 7 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 8 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 9 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 10 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 11 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 12 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 13 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 14 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 15 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 16 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 17 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 18 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| 19 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 | + 0,000 | 600 | 0 | 600 |
| $\Sigma S \Delta l = + 11,8$ | | | | | $\Sigma T \Delta l = 10,72$ | | | |

Daraus folgt $M = W \frac{10,72}{4,108} = 2,61 W$ und schließlich

$$B = C = 0,6 W, \quad A = D = 0,52 W$$

Hätte man die Diagonale D_{14} fortgelassen, so wäre $C = B$
 $C = B = 1,53 W$

Der Ausdruck $\Sigma S \Delta l$ stellt die Arbeit des Momentes $M = 1$ dar, d. h. die Drehung der Geraden BC

bei diesem Belastungszustande. Der Ausdruck $\sum T \cdot l$ gibt die Arbeit der Kraft $W = 1$ an, die die Verschiebung ihres Angriffspunktes bei der Wirkung des Moments $M = 1$. Infolge des Maxwell'schen Satzes ist aber die Drehung der Geraden BC unter der Wirkung der Kraft $W = 1$ ebenfalls durch $\sum T \cdot l$ ausgedrückt, um diese Drehung rückgängig zu machen, muß man auf BC das Moment $M = - \frac{\sum T \cdot l}{\sum S \cdot J l}$ wirken lassen.

Im allgemeinen ist also $M = - W \frac{\sum T \cdot l}{\sum S \cdot J l}$. Hiernach lassen sich die beiden Auflagerkräfte B und C sowie sämtliche Stabkräfte ohne jede Schwierigkeit ermitteln.

Zur vorläufigen Dimensionierung, die zur Durchführung dieser Berechnung unerlässlich ist, kann man annehmen, daß $B = C = \frac{1}{2} D$.

Siehe Tabelle auf vorhergehender Seite 401.

69. Zusammengesetzte Systeme.

Mit diesem Namen bezeichnen wir die Verbindung eines biegezugfesten Trägers durch Vertikalen mit einem polygonalen oder stetig gekrümmten Stabzug, der einen Teil der Last aufnimmt, emerlei, ob der Stabzug oberhalb oder unterhalb des Balkens liegt, und diesem gemeinschaftlich oder unabhängig von ihm aufgelagert ist. Die in Fig. 335 skizzierten Systeme gehören zu dieser Klasse. Sie sind alle einfach statisch unbestimmt und erfordern deshalb die Aufstellung einer Elastizitätsgleichung.

Folgende Erörterungen beziehen sich besonders auf Hängebrücken, sie sind aber, sinngemäß geändert, auch für Systeme gültig, wo der Stabzug auf Druck beansprucht wird.

Als erste Annäherung kann das Verfahren angewendet werden, welches zur Berechnung armerter Balken benutzt wurde. Man nimmt an, daß die ganze Last

von der Kette getragen und durch den Balken verteilt wird, daß sie der Form des Stabzuges entspricht. Zu diesem Zweck zeichnet man einen Strahlenzettel dessen Strahlen parallel zu den Stäben der Kette laufen, sie schneiden auf einer beliebigen Senkrechten Strecken ab,

proportional den Stabkräften der Kette sind, der Bewegung gemäß, daß die Kette sich dabei im Gleichgewicht befinden muß. Nennt man diese Spannkräfte X, Y, Z, \dots usw., sind also die Verhältnisse dieser Kräfte unter sich im vornherein bekannt. Der Balken muß nun die positiven Kräfte zu tragen, die ihm ruhen und außerdem die negativen X, Y, Z . Die

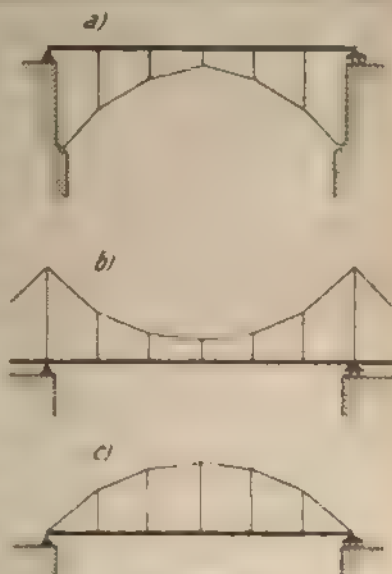


Fig. 355

Summe aller dieser Lasten ist infolge der ersten Annahme gleich Null. Es laßt sich also noch eine zweite Gleichung aufstellen, wodurch die Berechnung aller Unbekannten möglich ist. Diese einfache Berechnungsart liefert nur für ganz kleine Bauwerke brauchbare Ergebnisse, im allgemeinen ist sie nur zur vorläufigen Ermittlung der Querschnitte anwendbar.

Zur genauen Lösung der Aufgabe ist die Behandlung nach dem allgemeinen Verfahren für statisch unbestimmte Systeme erforderlich.

Als statisch nicht bestimmbar GröÙe wählt man am besten die überall gleiche horizontale Projektion der

Spannkraft der einzelnen Kettenglieder. Man schreibt ihr den Wert 1 zu und ermittelt die entsprechenden Kräfte in allen Gliedern des Systems. Sehr geeignet dazu ist das graphische Verfahren: ein Strahlenbüsch, dessen Strahlen parallel zu den einzelnen Gliedern der Kette laufen, wird durch eine Senkrechte geschnitten, die um H von dem Pol entfernt liegt. Auf den Strahlen werden die Spannkraft der Kettenglieder, auf der Senkrechten diejenigen der Vertikalen abgemessen. Letztere sind alle gleich, wenn die Kette die Form einer Parabel aufweist.

Es wird nun die Biegelinie für den Versteifungsbalken unter der Belastung der Spannkraft der Hängestangen gezeichnet, sie ist die Einflußlinie für die Kraft H . Um die zugehörige Einheit zu bestimmen, muß man die Arbeit der Kraft $H = 1$ ermitteln, wozu ein rechnerisches oder ein graphisches Verfahren, Williot-Plan angewendet werden kann. Von jedem der beiden Endpunkte der Kette ausgehend, wird deren Formänderung infolge der Längenänderung der einzelnen Teile Kettenglieder, Hängestangen und ev. Versteifungsbalken festgestellt. So kommt man von beiden Seiten auf ein mittleres Glied, die Annäherung seiner Endpunkte um seine Längenänderung vergrößert und mit der in ihm entstehenden Spannkraft infolge von $H = 1$ multipliziert, ist die gesuchte Einheit zur H -Linie. Aus derselben werden die Einflußlinien für alle Stäbe des Balkens, ähnlich wie bei einem Zweigelenkbogen, abgeleitet. Die betreffende Spannkraft läßt sich immer in die Form $S = S_0 + S_1 H$ bringen, wo S_0 die Kraft für den einfachen Balken bedeutet, und S_1 die Kraft infolge von $H = 1$ darstellt. Schreibt man diese Gleichung so: $S = S_1 \left(\frac{S_0}{S_1} + H \right)$, so ersieht man daß von den Ordinaten der S_0 -Linie, auf S_1 als Einheit bezogen, diejenigen der H -Linie abzuziehen sind, die neue Einflußlinie hat als Multiplikator S_1 .

Für diese Untersuchungen wird am besten die Kette als Seilpolygon für die Kräfte der Hängestangen betrachtet. So ist das Moment der Kraft H in dem Balken über C (Fig. 336) durch das Produkt $H y$ gegeben, das endgültige Moment ist also

$$M_c = M_0 - H y = y \left(\frac{M_0}{y} - H \right),$$

wo M_0 das Moment für einen einfachen Balken AB darstellt. Man konstruiert also die Einflußlinie für das

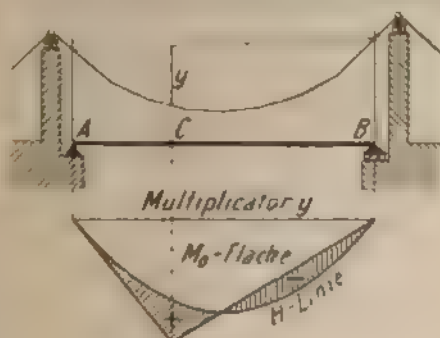


Fig. 336

Moment in C , indem man die Linie für M_0 im Verhältnis $\frac{1}{y}$ reduziert, 1 ist hier die Einheit der Kräfte und deren Ordinaten von denen der H -Linie subtrahiert. Der Multiplikator ist y .

Die Folgen einer Temperaturänderung, einer Nachgiebigkeit der Stützen o. dgl. werden ganz ähnlich untersucht.

In bezug auf den Materialverbrauch sind derartige Systeme im allgemeinen nicht vorteilhaft, günstig sind große Felder, die notigenfalls durch Zwischensysteme unterteilt werden. Eine Ausnahme machen die eigentlichen Hängebrücken, weil die Kette besonders, wenn sie aus einem Kabel besteht, wesentlich höher beansprucht werden darf als der Versteifungsbalken.

Wie alle statisch unbestimmten Systeme gestatten auch diese, innere von der Belastung unabhängige Kräfte in dem Bauwerk wirken zu lassen, dadurch ist es möglich wie bei einem durchgehenden Träger durch die Senkung einiger Stützen) eine günstigere Verteilung der Kräfte zu erzielen. Man darf aber auch nicht vergessen, die Temperaturkräfte bzw. den Einfluss einer ungleichmäßigen Erwärmung zu berücksichtigen, was der Vorteil reichlich aufwiegt.

Es sei schließlich die starke Nachgiebigkeit solcher Systeme bei einseitiger Belastung hervorgehoben ein Umstand, der besonders bei einzelnen schweren Verkehrslasten sehr störend sein kann. Eine Untersuchung in dieser Beziehung ist dringend anzuraten.

Die Höhe des Balkens wird etwa $1/50$ für Parallelträger und $1/40$ für Parabelträger gewählt. Die Pfeilhöhe der Kette zwischen $1/12$ und $1/8$, ihre Form am besten parabolisch angenommen. Bei längeren Brücken ist dafür Sorge zu tragen, daß bei Temperaturänderungen die mittleren Hängestabe Fig. 335 *a* und *b* nicht allzu weit aus der lotrechten Lage geraten, nötigenfalls müssen beide Lager des Balkens verschieblich konstruiert werden und durch eine passende Anordnung von selbsttätig beweglichen Keilen dafür gesorgt werden, daß der Mittelpunkt des Balkens seine Lage nicht ändert und doch die Längskräfte mit genügender Sicherheit aufgenommen werden.

Der Umstand, daß beide Lager des Balkens sowohl positive wie negative Kräfte aufnehmen müssen macht fast immer Verankerungen erforderlich, welche aber die Beweglichkeit nicht beeinträchtigen sollen.

VII. ABSCHNITT.

MAUERWERK.

70. Biegezugfestigkeit unter Ausschluss von Zugspannungen.

Wirken auf einen Querschnitt eine Normalkraft P und ein Biegemoment M , so entstehen Druck- und Biegezugspannungen; ein Teil der Querschnittsfläche kann auf Zug beansprucht werden. Bei Mauerwerk, bei der Sohle von Fundamenten und in ähnlichen Fällen, wo Zugspannungen ausgeschlossen sind, kann ein Teil des Querschnittes wirkungslos bleiben, dieser Teil ist stets größer als derjenige, der sonst auf Zug beansprucht wäre.

Die Untersuchung dieses Belastungszustandes stützt sich auf die Annahme, daß die Spannungen linear verteilt sind und zwar, daß sie proportional der Entfernung der Flächenelemente von der Nulllinie wachsen. Die Produkte, Flächen \times Spannungen, ergeben Kräfte, deren Summe gleich P sein muß, während die Summe der Momente in bezug auf die Nulllinie dem Moment M gleich gesetzt wird.

Der Quotient $\frac{M}{P}$ liefert die Entfernung des Angriffspunktes der Kraft P vom Schwerpunkt des betrachteten Querschnittes. Oft sind zwei Momente M_x und M_y vorhanden, alsdann sind $x = \frac{M_x}{P}$ und $y = \frac{M_y}{P}$ die

Koordinaten des Angriffspunktes in bezug auf das Achsenkreuz $x y$, dessen Ursprung im Schwerpunkt liegt.

Angenommen, die Richtung der Nulllinie sei bekannt, so theilt man Fig. 337' den Querschnitt in eine An-

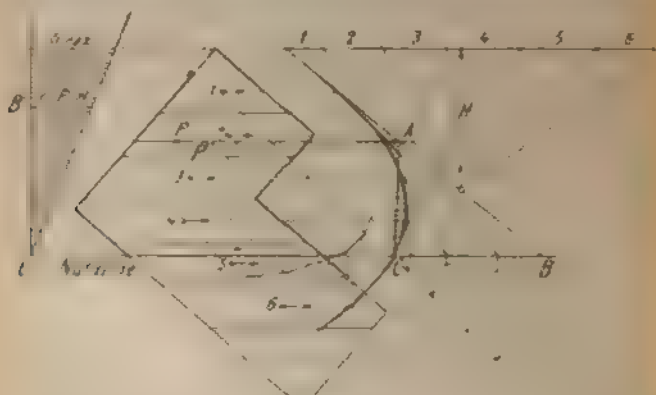


Fig. 337

zahl schmaler Streifen durch Parallelen zur Nulllinie. Die Flächen dieser Streifen werden als Kräfte betrachtet, die in den betreffenden Schwerpunkten angreifen und parallel zur Nulllinie wirken, dazu zeichnet man ein Seilpolygon mit beliebiger Polentfernung H , und zieht durch den Angriffspunkt der Kraft P eine Parallele zur Richtung der Kräfte bis zum Schnitt in A mit dem ersten Strahl des Seilpolygons. Nun wird in das Seilpolygon eine stetige Kurve eingeschrieben, und die Gerade AC so gelegt, daß die beiden schraffierten Flächen gleich werden. Alsdann geht die Nulllinie durch C .

Um die Größe der Spannungen zu ermitteln, faßt man H als eine Fläche auf nach demselben Maßstab wie die Flächen der einzelnen Streifen und berechnet die Spannung $\sigma = \frac{P}{H}$, die in der Entfernung BC von der Nulllinie vorkommt. Man trägt sie am besten

bei B' auf, nachdem man $B' C' - BC$ rechtwinklig zu CC' konstruiert hat. Es ist nun leicht, das Diagramm der Spannungen (die dreieckige schraffierte Fläche) zu zeichnen und die größte Spannung zu ermitteln.

Es erübrigt nur noch zu prüfen, ob die Resultante der auf BC gemessenen Kräfte noch durch P geht, nachdem ihre Richtung um einen beliebigen Winkel gedreht worden ist, während ihre Angriffspunkte wie vorher mit den Schwerpunkten der Streifen zusammenfallen. Zweckmäßig dreht man die Richtung so, daß sie durch möglichst viele Schwerpunkte geht, denn alsdann dürfen die betreffenden Kräfte ohne weiteres addiert werden, wodurch etwas Arbeit erspart wird. Ist dies nicht möglich oder nicht vorteilhaft, so dreht man alle Kräfte um 90° , wobei der erste Strahlenbuschel noch benutzt werden kann, weil die Seiten des neuen Seilpolygons rechtwinklig zu denen des ersten stehen.

Geht die Resultante nicht durch P , so bedeutet dies, daß die gewählte Richtung der Nulllinie fehlerhaft war. Bei einem zu großen Fehler ist alsdann die ganze Arbeit zu wiederholen. Um einen Anhalt für die Wahl der neuen Richtung der Nulllinie zu haben, bestimme man die Lage des Angriffspunktes P' , für den die gewählte Nulllinie gültig wäre. Die Richtung, nach der sich die Nulllinie dreht, wenn der Angriffspunkt von P' nach P wandert, ist ohne weiteres ersichtlich.

Um von vornherein die Lage der Nulllinie einigermaßen richtig zu wählen, beachte man, daß, wenn der Angriffspunkt der Kraft auf einer Symmetrieachse des zu untersuchenden Querschnittes liegt, die Nulllinie rechtwinklig dazu stehen muß. Für den Fall der sogenannten schiefen Symmetrie gilt dieser Satz ebenfalls, sinngemäß geändert (Fig. 338 und 339)

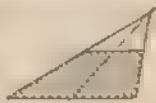


Fig. 338



Fig. 339

Ist der Querschnitt ein Parallelogramm und der Angriffspunkt der Kraft auf einer Diagonale, so ist die Nulllinie parallel zur andern, liegt der Angriffspunkt auf einer Mittellinie des Parallelogramms, so ist die Nulllinie parallel zur andern.

Die Konstruktion der Nulllinie nach irgend einem andern Verfahren ist nicht angängig, weil der wirkende Teil der Fläche von vornherein unbekannt ist.

Es sei noch bemerkt, daß die Breite der Streifen wie für die Bestimmung der Tragheitsmomente nach Mohr Seite 62 ziemlich groß gewählt werden kann, etwa 1 cm und darüber. Nur unterlasse man nicht, die Schwerpunkte einigermaßen genau zu ermitteln, und eine stetige Kurve ins Seilpolygon einzutragen. Will man sich diese Mühe sparen, so wähle man die Breite der Streifen nur etwa 5 mm.

In keinem Falle versäume man, die Richtigkeit der Lage der Nulllinie zu prüfen, denn ein kleiner Fehler kann auf die höchste Spannung einen erheblichen Einfluß haben.

Mit unregelmäßiger Änderung ist die Konstruktion für den Fall eines exzentrischen Zuges zu verwenden, wenn der beanspruchte Körper keinen Druck übertragen kann, wie Lederriemen, dünne Blechplatten u. dgl.

Für einfache Fälle liefert die Rechnung folgende Ergebnisse:

1 Rechteck $s = 3t$, $\sigma_{max} = \frac{2P}{3th}$

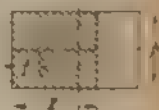


Fig. 340

Fig. 340

2 Kreis angenähert, nach Kock

$$s = t \left(2,33 + 0,58 \frac{t^2}{r^2} \right) \quad \text{Fig. 341,}$$

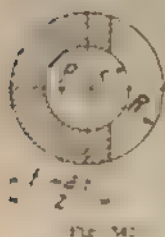
$$\sigma_{max} = 0,58 \frac{P}{t \cdot 2 s t}$$



Fig. 341

3 Ringförmiger Querschnitt.

Nennt man Fig. 342:

 a die Entfernung des Angriffspunktes der Last P vom Mittelpunkt R den Halbmesser des äußeren Kreises r den Halbmesser des inneren Kreises σ' die größte Druckspannung, $\sigma_c = \frac{P}{\pi R^2 z}$ die mittlere Druckspannung bei axialer Belastung z die Breite der wirksamen Fläche,

so kann man z und σ' mit Hilfe der Tabelle auf Seite 41 berechnen nach Keek, von Lang für sein Werk über Schmsteinbau umgearbeitet

71. Berechnung von Fundamenten.

Als zulässige Beanspruchungen kann man etwa annehmen:

| | |
|--|--------------------------|
| Granitquader | 45—50 kg/cm ² |
| Klinkermauerwerk in Zementmortel | 15—18 „ |
| Ziegelmauerwerk | 7—10 „ |
| Beton 8—10 kg/cm ² bis 15 kg/cm ² bei guter Ausführung, Stampfung etc. | |
| Guter Baugrund | 2.5—5 „ |
| Bruchsteinmauerwerk in Kalkmortel | 5 „ |

Ein Pfahl von 25 cm Durchmesser darf mit 10 t einer von 35 cm mit 20 t belastet werden. Bei sehr gutem Baugrund kann man bis auf das Doppelte dieser Zahlen hinaufgehen.

Auf eine Zugfestigkeit des Materials wird niemals gerechnet. Bei Beton und Zementmortel nimmt man an, daß die Spannungen sich nach einer Neigung von 1:1 bei gewöhnlichem Mauerwerk 1:2 fortpflanzen, der Sicherheit halber ist es angebracht, mit höchstens

dieser Werte zu rechnen.¹ Den seitlichen Druck des Erdreiches laßt man unberücksichtigt, d. h. das Fundament wird stets so gerechnet, als ob es ganz frei in der Baugrube stände. Eine Ausnahme macht man nur mitunter bei den Widerlagern von Bogenbrücken.

Die auf den Abstufungen des Mauerwerks liegende Erde kann wohl mit in Rechnung gezogen werden.

Eventueller Wasserauftrieb ist stets zu berücksichtigen.

Bei der Berechnung beginnt man stets von oben und untersucht das Mauerwerk in 3 bis 5 verschiedenen Höhen. Sind Aussparungen vorhanden, so kommt der durch eventuelle Überwölbungen verursachte Schub mit in Betracht, für jeden einzelnen Teil der zu untersuchenden Fuge ermittelt man die Spannungen in mindestens drei Ecken. Denkt man sich diese Spannungen auf den betreffenden Ecken aufgetragen, so bestimmen ihre Enden eine Ebene, deren Abstand von der Fuge die Spannung in jedem Punkt darstellt. Der Rauminhalt zwischen dieser Ebene und der Fuge wird nun als eine Kraft betrachtet, welche lotrecht unter dem betreffenden Schwerpunkt angreift. Zur Berechnung sind die Formeln auf Seite 21 geeignet.) So ermittelt man die angreifenden Kräfte für die untere Fuge, wo keine Aussparungen vorhanden sind. Die wagerechten Kräfte stellt man zusammen und läßt sie im Schwerpunkt der unteren Fuge angreifen. Das entstehende, meist kleine Drehungsmoment wird vernachlässigt, indem die Reibung Koeff 0.50 zur Aufnahme desselben genügt. Für Fugen, die nur teilweise gedrückt werden, ist das graphische Verfahren Seite 404 zu

¹ Nach den beim Bau der Stadtbahn in Berlin in gestellten Versuchen ist die Verankerung eines 1 m im unteren nach der Sohle hin von der zusammengepressten Fugenmasse abhängig. Ein Stab in der aus Ziegeln u. Wasserzementmörtel bestehender Mauerwerk wirkt dann auch nicht so befriedigend, wenn etw $q = 0.6, 0.7$ kg/cm² (S. 443, 4).

In kg/cm² ausgedrückt ist. Man erhält für

$$a = 2 \quad 2.5 \quad 3 \quad 4 \quad 4.5 \quad 5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\text{etw } q = 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 2.5 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

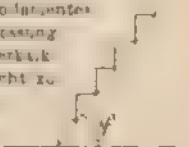


Fig. 343

verwenden; ist dagegen die ganze Fläche geteilt, so werden die vorkommenden Momente nach den Richtungen der Hauptachsen des Querschnittes zerlegt, die Beanspruchung für sich berechnet und schließlich die Ergebnisse addiert. Ist die Lage der Hauptachsen unbekannt, so gebraucht man am besten den Trajektenkreis (Seite 74).

72. Tonnengewölbe.

Ein schmaler Streifen eines Tonnengewölbes kann als ein gelenkloser Bogen betrachtet werden und ist demnach dreifach statisch unbestimmt. Die Theorie des eingespannten Bogens (Seite 378) und der allgemeinen Untersuchung krummer stabförmiger Körper sind hier ohne weiteres anwendbar. Man pflegt aber die Untersuchung nach vereinfachenden Annahmen und nach einfacheren, wenn auch nicht so genauen Verfahren durchzuführen, was im allgemeinen wohl genügend ist, für besondere Fälle muß man aber die genaue Methode verwenden, nachdem man mit Hilfe der angenäherten die Form und die Abmessungen des Bogens festgestellt hat. Das Eigengewicht des Bogens und der Hinterfüllung spielt eine so wichtige Rolle, daß man es immer und in erster Linie berücksichtigen muß. Man nimmt an, daß die Verkehrslast nur gleichmäßig verteilt vorkommt und beschränkt sich meist auf die Untersuchung der beiden wichtigsten Fälle, nämlich der ganzen und der halben Belastung durch die Verkehrslast. Der letztere Fall ist für den Bogen selbst der ungünstigste. Der Einfachheit halber reduziert man die Belastung auf Mauerwerk bzw. Beton und ermittelt danach die Belastungshöhe für verschiedene Punkte des Gewölbes, wodurch die sog. Belastungslinie gegeben ist. Diese weicht im allgemeinen wenig von einer horizontalen Geraden ab; eine solche ist daher den folgenden Formeln zugrunde gelegt.

Als maßgebende Belastung ist diejenige zu betrachten, bei der die Hälfte der Verkehrslast die ganze Brücke deckt, danach ermittelt man die Form und die Stärke des Gewölbes. Durch eine nachträgliche Untersuchung vergewissert man sich, daß auch bei anderen Belastungen Stabilität vorhanden ist, und daß keine übermäßig hohen Spannungen vorkommen.

Für diese Untersuchungen betrachtet man ein Stück Gewölbe mit der Stärke 1 m senkrecht zur Zeichnungsebene.

Die Gewölbestärke im Scheitel nimmt man nach Tolkmitt etwa:

$$e = \frac{e + \frac{p}{2} + \frac{f}{10}}{200 \sigma f} \cdot \frac{3,7 l^2}{3,7 l^2 - 1} \quad \text{wo}$$

σ — Beanspruchung in kg/cm^2

γ — spezifisches Gewicht des Mauerwerkes

e — Überschüttungshöhe auf Mauerwerk reduziert in m;

p — Verkehrslast in t/m

Nach Krichow kann man setzen $e = \frac{\gamma \gamma + 1 \cdot p}{8 f 100 \cdot 3,7}$ und am Kämpfer

$e_1 = e(1 + 1 \cdot \frac{f}{l})$ In diesen Formeln bedeuten γ und p die ständige bzw. die Verkehrslast in qm für einen strecken 1 m tief, wie Maßen sind in m. σ in kg/cm^2 .

Nun rechnet man:

$$e_0 = e + e + \frac{p}{2} \quad \text{und}$$

$$m = \frac{1}{8} + \frac{e_0}{10 \sigma} \quad \text{Fig. 344}$$

Die Form der inneren Leinwand ergibt sich aus der Gleichung

$$y = \frac{\pi x^2}{12 f + m} = x^2$$

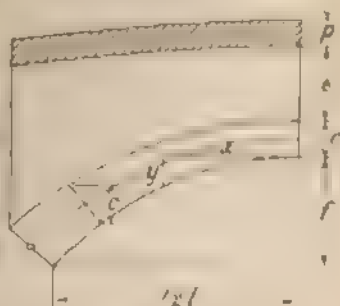


Fig. 344

Die Länge der Fugen soll so gewählt werden, daß die Vertikalprojektion konstant $\approx c$ wird, hiernach ist die äußere Leibung nach der inneren und der Größe c eindeutig bestimmt.

Zur graphischen Untersuchung (Fig. 345) teilt man den Bogen durch Fugen in mehrere Teile und bestimmt die entsprechenden Teile der Auflast durch Senkrechte. Nur bei sehr flachen Gewölben kann man in

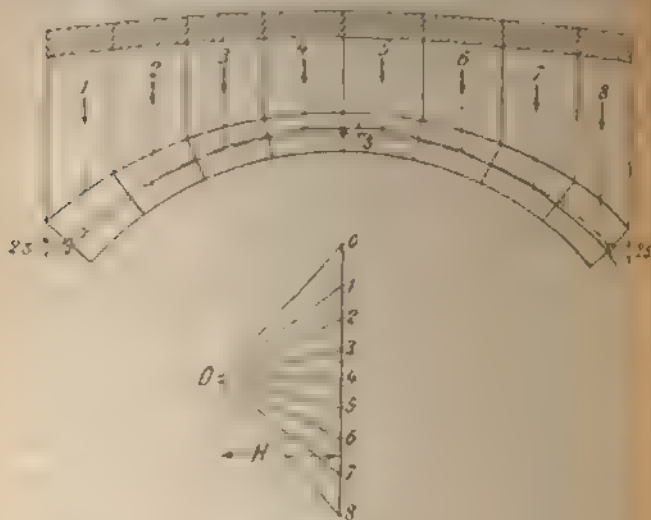


Fig. 345

Fugen auch im Bogen senkrecht annehmen. Die Fläche jedes Teiles, mit dem spezifischen Gewicht γ multipliziert, wird als Kraft betrachtet, die vertikal wirkt und im Schwerpunkt der betreffenden Abteilung angreift. Mit diesen Kräften zeichnet man ein Seilpolygon, das im

* Ist die äußere Leibung des Bogens gegen die Kammer stark geneigt, so ist es stat. 90° zu untersuchen, ob der betreffende halbrunde Bogen errichtet werden soll. Setzt man sich mit dem Lagergewicht des Bogens, so ist die Reaktion gesetzt. Nur in dem Fall, falls die Reaktion des Bogens nicht stark geneigt ist, darf man diesen in der Kammer nicht lassen.

Scheitel um $s = \frac{1}{3} \frac{c^2}{f}$ oberhalb des Mittelpunktes, bei

einer vertikalen Kämpferfuge um $2s = \frac{2}{3} \frac{c^2}{f}$ unterhalb

desselben geht (Seite 133). Das Polygon stellt eine materiell gedachte Linie dar, die unter der Einwirkung der inneren und äußeren Kräfte nur in ihrer Längsrichtung beansprucht wird. Nur bei großen Quadrern als Gewölbesteine ist es nötig, die Angriffspunkte der mittleren Pressungen in den Fugen miteinander zu verbinden, und die so entstehende Linie (die sog. Stützlinie) der weiteren Berechnung zugrunde zu legen.

Die Polweite H gibt ohne weiteres den Horizontal-schub, die einzelnen Strahlen des Strahlenbüschels entsprechen den Kräften an den verschiedenen Stellen des Gewölbes. Der Angriffspunkt dieser Kräfte wird aus der Zeichnung abgegriffen und danach der Spannungszustand der betreffenden Fuge nach der Theorie der exzentrischen Druckbelastung ermittelt. Dieselbe Untersuchung ist für die Belastung der einen Hälfte des Gewölbes durchzuführen. Die Punkte, durch die das Seil-polygon im Scheitel und an den Kämpfern geht, bleiben dabei dieselben wie oben. Die Drucklinie darf in keinem Punkt aus dem mittleren Drittel der Fugen heraustreten, damit die Fugen nicht klaffen; es kann deshalb unter Umständen nötig sein, die gewählte Scheitelstärke zu vergrößern oder die Bogenform etwas zu ändern.

Das Verfahren kann annäherungsweise auch für unsymmetrische Gewölbe gebraucht werden.

In den weitaus meisten Fällen begnügt man sich mit dieser Untersuchung. Will man eine genauere Berechnung durchführen, so muß man zum allgemeinen Verfahren greifen, das hier in kurzen Worten auseinandergesetzt werden mag (vgl. auch S. 385). Das System ist dreifach statisch unbestimmt, erfordert also die Aufstellung von drei Elastizitätsgleichungen. Als statisch nicht bestimmbar Größen wählt man zweckmäßig die

beyden Flöhenangaben diente M_1 und M_2 und die Horizontalkraft H . Es werden drei Belastungsarten unterschieden, indem je nachdem einer dieser Theile den Wert 1 oder 0 oder auch ein Wert α, β, γ angenommen wird. Für jeden Belastungszustand zeichnet man die vollständigen Formänderungen an Seite 234, also die Wirkung der Normalkräfte zu veranschaulichen, und deckt man sich den Bogen gewichtslos und von der Flöhenkraft getrennt. Für jeden der inneren Zustände ist nur eine Elastizitätsgleichung, die ausreicht, dass die Summe der Arbeiten über Kräfte und die elastisch nicht bestimmbaren gleich Null ist. Die Art der Momente ist gleich dem Momentenmultiplicand mit dem Winkel, um den sich der Angriffspunkt gedreht hat. Diese Drehungswinkel ergeben sich aus dem graphischen Plan. Die Art der äußeren Kraft führt man in ganz allgemeiner Form ein, aus Product einer Vertikalkraft P mit der betreffenden Vertikalelastizität, bzw. einer Horizontalkraft Q mit der Horizontalelastizität.

Die Berücksichtigung horizontaler Kräfte ist nur in besonderen Fällen nötig, namentlich, wenn das Gewölbe so stark übersteht, dass die Annahme eines vertikalen Druckes durch die Hinterfüllung nicht mehr zurecht erscheint, da die Neigung der äußeren Leibung der Reibungswinkel der Erde zu nahe kommt, oder wenn Inlastungsaussparungen vorhanden sind, die damit kleinere Gewölbe gedeckt sind.

Man kommt also zu einem System von drei Gleichungen mit drei Unbekannten, deren Lösung man nach der auf Seite 34 angegebenen Methode durchführt. Alsdann ergibt sich für jede Unbekannte ein Ausdruck von der Form:

$$A = \alpha P_1 + Q_1 + \beta P_2 + Q_2 + \gamma P_3 + Q_3$$

Dadurch braucht man nur die Ordinaten der Bogenlinien mit den Koeffizienten α, β und γ zu multiplizieren und algebraisch zu addieren, um die Endlast

linien für die betreffenden Unbekannten zu erhalten. Zweckmäßig wird jede Einflußlinie in zwei geteilt, eine für die Vertikalkräfte aus den τ , und eine für die Horizontalkräfte aus den ϵ gerechnet. Man ist jetzt imstande, für jede beliebige Belastung die Werte der drei Unbekannten zu finden. Die vertikalen Auflagerkräfte sind

$$A = A_0 + \frac{M_A}{l} \quad \frac{M_B}{l}$$

$$B = B_0 + \frac{M_B}{l} \quad \frac{M_A}{l}$$

Hier sind A_0 und B_0 die Auflagerkräfte für einen einfachen Balken der Stützweite l .

Man teilt nun das Gewölbe und die Hinterfüllung (eventuell mit Überlast) in Streifen, analog dem angenäherten Verfahren, ermittelt die einzelnen Kräfte und nach diesen die Auflagerkräfte. Alsdann ist man in der Lage, das Seilpolygon zu zeichnen, dessen Polentfernung gleich H gemacht und der Pol so gewählt wird, daß durch seine Projektion auf eine Senkrechte die Projektion des Kraftpolygons in zwei Teile gleich H bzw. A geteilt wird. Es ist nur noch die Kenntnis eines Punktes des Seilpolygons erforderlich, damit seine Lage in bezug auf das Gewölbe bestimmt ist. Dazu wählt man zweckmäßig die Scheitelfuge, stellt die Ausdrücke des Biegemomentes und der Normalkraft für diesen Querschnitt auf, und rechnet aus dem Quotienten der beiden die Entfernung des Angriffspunktes der Druckkraft vom Mittelpunkt der Fuge. Das Weitere kann genau wie bei der angenäherten Untersuchung geschehen. Die Arbeit vereinfacht sich wesentlich, wenn der Bogen symmetrisch ist; man erhält alsdann die Biegelinien für $M_B = 1$ aus denjenigen für $M_A = 1$ durch einfache Umklappung um die Symmetrieachse.

Nach diesem Verfahren ist es möglich, die Berechnung mit jeder gewünschten Schärfe und Genauigkeit durchzuführen. Es hat jedoch keinen rechten Zweck, in dieser Hinsicht zu übertreiben, beispielsweise mit

Einzellasten zu rechnen, denn wir sind doch immer im Unsicheren über die Verteilung dieser Lasten durch die Hinterfüllung die jedenfalls die Kräfte auf eine ziemlich große Fläche wirken läßt. Auch ist uns die Nachgiebigkeit der Erde unbekannt, wenn sie auch so klein ist, kann sie doch einen Einfluss auf das Bauen haben, dessen Kämpfer nicht als absolut fest zu betrachten sind.

Man kann die Verkehrslast in Mauerwerk umrechnen zu etwa 1,40 m Höhe bei Ziegelmauerwerk $\gamma = 17$ und 0,90 m bei Bruchstein oder Beton $\gamma = 2,30$ für Eisenbahnbrücken, und 0,70 bzw. 0,45 m für Straßenbrücken. Bei größeren Brücken, etwa über 12 m Spannweite tut man gut, die Belastung besonders zu ermitteln und umzurechnen, denn man wird zu kleineren Beanspruchungshöhen geführt, als die hier angegebenen. Nach Engesser kann man immer annehmen:

$$\text{für Eisenbahnbrücken: } p = \frac{1}{2} \left(1,20 + \frac{13,1}{l} \right)$$

$$\text{für Stadtstraßenbrücken: } p = \frac{1}{2} \left(0,44 + \frac{2,8}{l} \right)$$

$$\text{für Landstraßenbrücken: } p = \frac{1}{2} \left(0,36 + \frac{2,1}{l} \right)$$

Bei symmetrischen Bogen kann man sich darauf beschränken, die auf einer Hälfte belastete Brücke zu untersuchen, indem man die zur ganzen Belastung gehörigen Werte durch algebraische Addierung derjenigen für symmetrisch liegende Querschnitte ableitet.

Die zulässige Beanspruchung bei etwa zehnfacher Sicherheit kann für gewöhnliches Ziegelmauerwerk mit Kalkmortel 9 kg/cm^2 , für hartes Klinkermauerwerk mit Zementmortel 16 kg/cm^2 , für Werksteinmauerwerk mit Zementmortel 36 kg/cm^2 , für Granit 50 kg/cm^2 , für Beton 20 kg/cm^2 betragen. Diese Werte können nach etwas erhöht werden (bis auf 1,2mal) in Fällen, wo genaue Untersuchung, gute Ausführung und zuverlässige

mente Gewähr bieten, daß die berechneten Belastungen nicht überschritten werden.

Bei Gewölben mit Eiseneinlagen sind auch Zugungen zulässig, geringe Abweichungen von der richtig richtigen Form sind ungefährlich, und man ist oft mit kleineren Dimensionen aus, weil nicht fürchten ist, daß die Fugen klaffen. Für die Berechnung geht man am besten von den oben aufgeführten Formeln aus. Aus der statischen Untersuchung sieht, wo man kleinere Abmessungen wählen darf, die Berechnung der Monierbauten bei Druck und Zug siehe Seite 495.

73. Widerlager und Pfeiler.

Die Widerlager und Pfeiler bilden die Fortsetzung des Gewölbes und müssen im Zusammenhang damit entworfen werden.

Der Gang der Berechnung entspricht genau dem, was für Stützmauern (Seite 128) weshalb er hier in kurzen Worten angedeutet sei.

Das rechnerische Verfahren kann mit Vorteil angewendet werden in allen Fällen, in denen es nur darauf ankommt, den Spannungszustand von einer oder mehreren Fugen zu ermitteln. Vielfach beschränkt man sich auf die Untersuchung für die Fußfuge, wo das Gewölbe mit der Mauerwerk beginnt und für die Fundament durchzuführen.

Man ermittelt alle Kräfte, die oberhalb der betreffenden Fuge angreifen, und zwar für die ungünstigste Annahme. Diese ist, für Pfeiler,

Vertikalkräfte und Horizontalschub infolge der ständigen Last der angrenzenden Brücke,

Vertikalkraft und Horizontalschub infolge der Verkehrslast nur auf einer angrenzenden Brücke. Die ungünstigste Belastung entsteht mit genügender Annäherung, wenn ein Teil der betreffenden Brücke,

etwa $\frac{1}{4}$ von dem Pfeiler ab unbelastet ist. Sind A die Auflagerkraft und H der Horizontalsatz für volle Belastung, so nimmt man

$$A' = \frac{9}{16} A = 0,56 A, \quad H' = \frac{27}{32} H = 0,84 H$$

- c das Eigengewicht des Pfeilers selbst,
- d alle andern eventuell in Betracht kommende Kräfte, wie Wind, Bremskraft, Zentrifugalkraft u. dgl.

Für Widerlager kommt außerdem der Erddruck in Betracht (man rechne mit dem aktiven, nicht mit dem passiven Druck¹⁾. Es kann schliesslich erforderlich sein, auch besondere Belastungsfälle zu untersuchen, z. B. bei einem Pfeiler den Fall, dass eine der anschliessenden Gewölbe eingestürzt ist, bei einem Widerlager den Fall, dass die Hinterfüllung noch fehlt u. dgl. mehr. In diesen Fällen kommt keine Verkehrslast in Frage, und es genügt, dass das Bauwerk mit einer geringen Sicherheit noch standfest ist.

In bezug auf den Schwerpunkt des Querschnittes ermittelt man das Biegemoment und die Normalkraft und berechnet die Spannungen, wie auf Seite 79 angegeben. Falls ein Teil des Querschnittes Zugspannung aufweist, ist man auf die Formeln auf Seite 110 oder auf das graphische Verfahren (Seite 407) angewiesen. Querkraft und Torsionsmoment werden fast immer vernachlässigt.

Die graphische Untersuchung erlaubt, den Verlauf der Drucklinie genau zu verfolgen. Es wird der Mauerkörper durch wagerechte Schnitte in mehrere Teile geteilt und für jede Fuge alle Kräfte zusammengestellt zweckmässig mit Hilfe eines Seilpolygons. Für die

¹⁾ Wenn man es genauer wissen will, ermittelt man, für die Betrachtung der Erddrucke, auch den Schwerpunkt des Mauerkörpers. Man zieht eine Tangente zur (inneren) Krümmung des Krümmungsrades und zieht mit ihr zum Schwerpunkt der Krümmungstangente.

gen, für welche man die Spannungen berechnen will, liest man aus der Zeichnung die Größe der Normalkraft und die Exzentrizität ihres Angriffspunktes ab und erfährt weiter wie oben.

Sind in dem Mauerwerk große Aussparungen, so müssen diese, wie folgt, berücksichtigt werden. Man thut einen Schnitt am Fuß der Aussparungen so, daß unterhalb desselben wieder der volle Querschnitt gultig ist. Die verschiedenen kleinen Querschnitte, die oberhalb dieser Ebene liegen, betrachtet man als getrennten Pfeilern angehörend. Das Gewicht des darüber liegenden Mauerwerks wird entweder nach dem Gesetz des einfachen Balkens oder nach dem des Gewölbes verteilt, je nach der Art und Weise wie die Aussparung gedeckt ist; im letzten Falle hat man auch den betreffenden Horizontalschub zu berücksichtigen. Die über den Aussparungen angreifenden äußeren Kräfte verteilt man auf die kleinen Querschnitte proportional den Produkten Fläche mal mittlere Spannung. Diese mittlere Spannung setzt man am besten gleich derjenigen, die sich für den betreffenden Teil des unmittelbar oberhalb der Aussparungen liegenden Querschnittes ergibt.

Fugen, die ziemlich tief unter der Aussparung liegen, können wieder als voll gelten; zur Entscheidung, ob dies zulässig ist, pflegt man anzunehmen, daß die Spannungen sich unter einem Winkel von höchstens 30° fortpflanzen. Für die Berechnung von Mauerwerkörpern ist es aber ratsam, nicht so weit zu gehen; bei starker Mauerung in verlangertem Zement kann höchstens die Fortpflanzung der Spannungen unter der Neigung 45° angenommen werden, für gewöhnliches Mauerwerk nur 30° . Die Neigung 45° kann nur für vorzüglichen Beton zugelassen werden, und zwar für Fundamente, die auf nicht besonders gutem Baugrunde stehen, wo die Spannung auf die Sohle nicht über 3 kg cm^2 in darf.

Man führt gewöhnlich ein Gewerbe an, welches von der um 30° gegen die Horizontale geneigt ist. In aus bis dahin wird die gewünschte Form durch die Kräfte der horizontalen Schichten zustande gebracht.

74. Ermittlung des Erddruckes.

Wirkt der Erddruck gegen eine Wand, so hat man den sog. tugen oder aktiven Erddruck, wirkt dagegen eine äußere Kraft auf die Wand, so daß diese die Erdmasse in Bewegung setzen würde, so hat man den ruhenden oder passiven Erddruck.

Die Berechnung wird immer für 1 m Tiefe der Wand sowie des Erdreiches durchgeführt.

Bei ebener Wandfläche und beliebigem Begrenzungs der Hinterfüllung gelten, wenn φ den natürlichen Böschungswinkel der Erde und ψ den Winkel der Richtung des Erddruckes mit der Wagerechten bezeichnet, folgende Sätze:

- 1 Die Spur AC der Gleitebene liegt so, daß die Flächen IBC und ACD gleich sind (Fig. 436).
- 2 Der Erddruck E ist gleich der Fläche CDE , multipliziert mit dem spezifischen Gewicht der Erde.

Der Reibungswinkel φ' zwischen Erde und Wand wird meistens gleich φ gesetzt; es wird aber auch oft $\varphi' = 0$ genommen, letztere Annahme wird von den Eisenbahn-Direktionen immer vorgeschrieben.

Bei ebener Begrenzung der Hinterfüllung ermittelt man den Erddruck wie folgt (Fig. 347).

Man zieht die Linie AS Stellungslinie, die mit der Wand den Winkel $\varphi \rightarrow \varphi'$ bildet, weiter AF als Begrenzung der Böschung und BG parallel AS , also ist AP die mittlere Proportionale zwischen AG und AB . Nun zieht man DE parallel zu BG und macht $DE = DC$.

Das Dreieck $H C J$ wird wie oben ermittelt, dasselbe stellt den Erddruck ohne Überlast dar. Bezeichnen nun E und E_1 die Erddrucke ohne resp. mit Überlast, so verhält sich:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{h + 2h_0}{h} = \frac{A E}{A G} = \frac{\text{Lot von } E \text{ auf } A F}{\text{Lot von } G \text{ auf } A F}$$

Zieht man $C L$ parallel zu $A E$, so entsprechen die Lote von C und L dem gewünschten Verhältnis. Das Dreieck $J H L$ stellt also den gesuchten Erddruck dar. Man konstruiert nun das rechts schraffierte Trapez, dessen Fläche gleich dem gesamten Erddruck ist; der Angriffspunkt des letzteren liegt auf gleicher Höhe

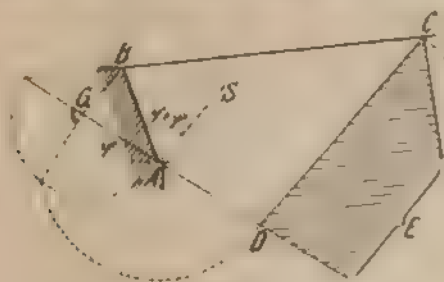


Fig. 349

mit dem Schwerpunkt des Trapezes. In diesem Falle ist die Darstellung nicht ganz genau, aber stets genügend).

Bei unregelmäßiger Belastung bzw. Begrenzung des Geländes ist man für die Ermittlung der Gleitlinie auf Versuche angewiesen. Es muß Fig. 346 Fläche $A B C'$ = Fläche $A C D$ sein, das Dreieck $C' D E$ stellt immer den Erddruck dar.

Wird die Wand durch eine gebrochene Linie begrenzt, so verlängert man jede Seite bis zur Oberfläche und ermittelt das Druckdreieck bzw. Trapez wie oben. Für jede Seite findet man nun leicht Druck und Angriffspunkt. Krumme Flächen werden durch polygonale ersetzt.

Will man den ruhenden Erddruck ermitteln, so ist B für Widerlager von Bogenbrücken in Betracht zu kommen, so wird die Stellungslinie auf der anderen Seite der Mauerwand d. h. wo das Erdreich liegt, konstruiert. Man erhält, wie aus Fig. 349 ersichtlich, durch die ob angegebene Konstruktion das Dreieck CDE , das ebenfalls den Erddruck darstellt. Das Übrige bleibt wie oben.

Für den ziemlich oft vorkommenden Fall einer vertikalen Wand, unter Annahme von $\gamma = \gamma' = 3$ kann man den statigen Erddruck mit Hilfe folgender Formeln berechnen:

$$D = 0,433 \parallel h \cdot \frac{0,285 + \frac{h_1}{h}}{0,820 + \frac{h_1}{h}} \quad \text{II} \quad \frac{13}{15} D, \quad V = \frac{1}{2} D$$

Hier ist γ das spezifische Gewicht der Erde, die Bedeutung der anderen Buchstaben geht aus Fig. 350 hervor.



Fig. 350

Es soll schließlich ausdrücklich bemerkt werden, daß die ganze Theorie des Erddruckes auf sehr schwachen Füßen steht. Die davon abgeleiteten Konstruktionen führen zu Ergebnissen, die nur als eine grobe Annäherung betrachtet werden können und als Nothelfe gebraucht werden, so lange in diesem noch nicht genügend erforschten Gebiete nichts Besseres geboten wird.

Für die durchschnittlichen Werte von γ und γ' siehe Seite 430.

75. Berechnung von Stützmauern.

Es wird stets ein Abschnitt Mauer und Erdreich von 1 m Tiefe rechtwinklig zur Ebene der Zeichnung betrachtet. Man zerlegt die Stützmauer durch zwei rechte Gerade in mehrere Teile (Fig. 351), für jeden derselben ermittelt man den Erddruck und das Eigen-

Betrachtet und setzt diese beiden Kräfte in einem besonderen Kräftepolygon zusammen. Die Wirkungslinien dieser Kräfte sind in der Figur ausgezogen und mit den Zahlen 1, 2, 3 . . . bezeichnet; sie sind immer parallel zur betreffenden Kraft und gehen durch den jeweiligen Schnittpunkt der Wirkungslinie des Erddruckes mit der Senkrechten durch den Schwerpunkt des Mauerabschnittes. Für die Fuge zwischen I und II kommt nur die Kraft 1 in Betracht, für die Fuge zwischen II und III ist die Resultante der Kräfte 1 und 2 maßgebend, für die Fuge zwischen III und IV sind die

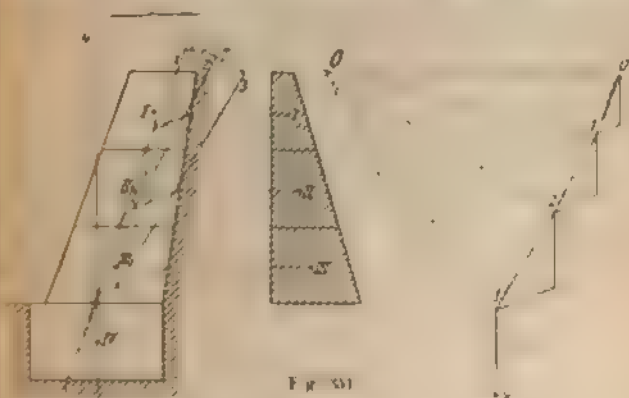


Fig. 51

Kräfte 1, 2 und 3 zu einer einzigen zusammenzusetzen usw. Die Zusammensetzung der Kräfte wird zweckmässig mit Hilfe eines Seilpolygons durchgeführt, auf dessen erstem Strahl die verschiedenen Seiten die Punkte bestimmen, durch welche die Wirkungslinien der in Betracht kommenden Kräfte gehen. Letztere sind in dem Kräftepolygon durch die Strahlen $O1$, $O2$, $O3$. . . nach Grösse und Richtung dargestellt. So findet man die Angriffspunkte der Kräfte auf allen Fugen; die durch diese Punkte gehende gebrochene Linie (strichpunktirt gezeichnet) heisst die Stützlinie; damit keine Zugspannungen vorkommen, darf sie niemals aus dem mittleren

Drittel der Mauer heraustreten. Man ist jetzt imstande, den Spannungszustand jeder Fuge rechnerisch zu untersuchen.

Es empfiehlt sich, die Wirkungslinien der einzelnen Kräfte auf beiden Seiten reichlich lang zu zeichnen, so daß zur Bestimmung der Lage der einzelnen Resultanten zwei sehr weit voneinander liegende Seilpolygone zu konstruieren, sonst kann man infolge verschiedener kleiner Ungenauigkeiten für die unteren Fugen zu großen Fehlern kommen.

Diese Untersuchung läßt sich auch rechnerisch durchführen, indem man für jede Fuge die Normalkraft und das Moment auf den Schwerpunkt bezogen ermittelt und danach die eintretenden Spannungen berechnet.

Praktische Angaben.

Die Durchschnittswerte für den Böschungswinkel α und das spezifische Gewicht γ sind in folgender Tabelle enthalten:

| | | α | γ |
|------------|----------|-----------------------|----------|
| Bauernerde | trocken | $40^\circ - 45^\circ$ | 1,40 |
| " | nass | $30^\circ - 37^\circ$ | 1,80 |
| Lehm | trocken | $40^\circ - 45^\circ$ | 1,50 |
| " | nass | $20^\circ - 25^\circ$ | 1,90 |
| Sand | trocken | $35^\circ - 40^\circ$ | 1,65 |
| " | nass | $24^\circ - 26^\circ$ | 2,10 |
| Kies | trocken | $35^\circ - 40^\circ$ | 1,60 |
| " | nass | $25^\circ - 27^\circ$ | 1,80 |
| Geröll | eckig | $40^\circ - 45^\circ$ | 1,77 |
| " | rundlich | $30^\circ - 35^\circ$ | 1,77 |
| Kohlen | | $45^\circ - 50^\circ$ | 0,90 |

Ist die Mauerwand gut entwässert, so wirkt in dieser Ebene die volle Reibungskraft, d. h. es ist $q' = q$, sonst wird $q' < q$ angenommen und zwar um $5\% - 10\%$ vermindert, wenn $q' = 0$ gesetzt.

Die Vorderfläche der Mauer erhält meistens einen kleinen Anzug $\gamma_1 = 1,5$, die Hinterfläche ist nahezu

anz vertikal oder in der oberen Hälfte vertikal, in der unteren parallel zur Vorderfläche abgestuft.

Zur vorläufigen Berechnung der Mauerstärke in der Höhe h unter der Krone gibt Hintze die Formeln:

$$s = 0,40 h + 0,016 h^2 \text{ für nasse Hinterfüllung,}$$

$$s = 0,32 h + 0,011 h^2 \text{ für trockene Hinterfüllung}$$

(Masse in m).

Die Kronenstärke soll niemals unter 0,6 m betragen.

VIII ABSCHNITT

TECHNISCHE AUFGABEN

76. Knicksicherheit offener Brücken.

Um die Steifigkeit der Ständer zu berücksichtigen führt man die Kraft H ein, welche beiderseits an den oberen Knotenpunkten angebracht (Fig. 352), jeden derselben um 1 cm verschiebt. Mithilfe der Formeln für die Durchbiegung gerader Stäbe mit konstantem Tragheitsmoment findet man

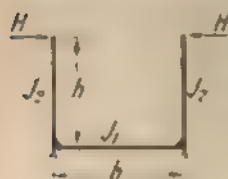


Fig. 352

$$H = \frac{2 h J_1}{h^2 \left(\frac{2 h J_1}{3 J_2} + b \right)}$$

Der in jedem Knoten durch ein Gelenk unterbrochene Gurt würde die in Fig. 353 punktiert angedeutete Form annehmen, infolge der eigenen Steifigkeit kann er sich aber in der That nur nach der wellenförmigen Linie biegen. Ist T die unveränderlich angenommene Gurtkraft, J das Tragheitsmoment, so lautet die Gleichgewichtsbedingung



Fig. 353

die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{4 T \delta}{a} = H \delta + 48 \frac{E J \delta}{a^3}$$

Demnach ist die Tragkraft bei einfacher Knicksicherheit:

$$T = \frac{a}{4} H + \frac{12 EJ}{a^3}.$$

Bei Annahme von Gelenken in den Knoten ist $J = 0$ zu setzen, und es wird einfach $T = \frac{a}{4} H$. Um die Kontinuität des Gurtes zu berücksichtigen, muß man zuerst die gefährlichste Länge a der Wellen ermitteln, indem man für a die vielfache Länge der Knotenentfernung einsetzt, die sich dem Wert $a = 4 \sqrt{\frac{3 EJ}{2 H}}$ am meisten nähert und folglich das Minimum für T liefert (man findet sie schneller durch Versuche). Bildet sich eine solche Wellenlinie, so sind in der Tat mehrere Ständer in Mitlendschaft gezogen, jedoch wird dieser Umstand keinen sehr großen Fehler verursachen, weil dieselben sich nicht weit von den Wendepunkten befinden.

Ist eine große Anzahl gleicher Rahmen vorhanden, sodafs man annehmen kann, der Gurt sei stetig gestützt, so leitet Engesser, mit Hilfe ähnlicher Betrachtungen, die Formel ab: $T = 2 \sqrt{\frac{E J H}{a}}$, wo für a die Entfernung der Ständer eingesetzt werden muß.

Für den praktischen Gebrauch setzt man in diese Formeln für die verschiedenen Längen und Tragheitsmomente Mittelwerte ein; aus dem Vergleich der Knicklast T mit der tatsächlich vorkommenden Gurtkraft (auch ein Mittelwert!) ergibt sich die vorhandene Knicksicherheit. Mit Rücksicht auf die Stosswirkungen, auf mangelhafte Ausführung usw. sollte man eine vierfache Sicherheit erstreben.

Beispiel. Bei der im Jahre 1892 eingestürzte Strafsenbrücke (s. Abb. 162) Walsbuden, hatte man $J_1 = 20170 \text{ cm}^4$, $J_2 = 340 \text{ cm}^4$, $J = 1100 \text{ cm}^4$. Mit $E = 2100 \text{ t/cm}^2$ ergibt sich $H = 1,17 \text{ t}$.

Z. d. V. d. I. XXXVII 1893 S. 426.

Quelle: Der Eisenbau

28

Um über die auf das Gitterwerk bzw. auf die Querplatten wirkenden Kräfte einen Anhalt zu haben, schlagen wir folgende Berechnungsart vor. Nach den Versuchen von Tetmayer, Bauschinger, Considère u. a. ist die Knicklast für Stäbe aus Flußeisen mit $l < 106$ was meistens zutrifft, durch die Formel aus-

gedrückt $K = \left(3,1 - \frac{1}{88} \frac{l}{i} \right) t / \text{cm}^2$, wo i den Trägheitsradius des ganzen Querschnittes bezeichnet. Im vorliegenden Fall ist $i = \frac{h}{2}$, wo h die Entfernung der Schwerachsen der beiden Profile bedeutet. Setzen wir, um sicher zu gehen, die Quetschgrenze für das Flußeisen $3,1 t / \text{cm}^2$, so ist bei der Knickspannung der Teil $\frac{1}{88} \frac{l}{i} = \frac{1}{44} \frac{l}{h}$ dem Einfluß der Biegung zuzuschreiben

Die Biegungslinie eines auf Knickung beanspruchten Stabes unterscheidet sich sehr wenig von derjenigen eines gleichmäßig belasteten Balkens, d. h. die Biegemomente sind sehr angenähert ebenso groß wie die von einer gleichmäßig verteilten Last p hervorgerufenen, man kann also für das Moment in der Mitte $M = \frac{p l^2}{8}$ setzen.

Die entsprechende Spannung in den Gurtungen ist $\sigma = \frac{M}{h F} = \frac{p l^2}{8 h F}$, wo F die Fläche einer Gurtung bezeichnet. In dem Augenblick, wo der Stab ausknickt, ist also $\frac{p l^2}{8 h F} = \frac{1}{44} \frac{l}{h}$, woraus $p = \frac{2 F}{11 l}$. Die entsprechende Querkraft am Ende des Stabes ist

$$Q = p \frac{l}{2} = \frac{F}{11}$$

Für die Versteifung ist diese Kraft maßgebend; da sie aber der Bruchbelastung entspricht, so muß sie in einem gewissen Verhältnis verkleinert werden, denn die gewählten Profile bzw. die Nietanschlüsse brauchen

Für diese Anordnung erhalten wir mit $a = 10 \text{ mm}$ für 20 mm Stab

$$F = 2,61 t \cdot \frac{18-6}{4} \cdot 2,51 \cdot 2,0 \text{ cm}$$
 In der Mitte des Stabes dürfen die
 Stäbe weiter voneinander liegen

Für fischbauchförmige Stäbe ist die Formel auch
 gebrauchbar; die berechnete Querkraft, durch den
 Winkel der Gurtungen dividiert, liefert die Kraft, welche
 durch die Verbindungsglieder von einer Gurtung zur
 anderen übertragen werden muß. Am besten verteilt
 man diese im allgemeinen ziemlich große Kraft auf
 mehrere Querplatten bzw. Gitterstäbe wobei selbstver-
 ständlich die Neigung der letzten berücksichtigt werden
 muß. Es ist immer zu raten, die ersten Querplatten,
 welche dicht bei den Enden liegen, besonders kräftig
 zu gestalten und sorgfältig anzuschließen, denn sie
 müssen auch den Einfluß des exzentrischen Anschlusses
 der Gurtungen mit dem Knotenblech und denjenigen
 ihrer Auseinanderziehung unschädlich machen. Im all-
 gemeinen sollte man einem einfachen oder doppelten
 Gitterwerk den Vorzug geben eventuell mit Querplatten
 kombiniert).

Es seien hier noch einige praktische Regeln für die
 Vergitterung angegeben.

Als Neigung empfiehlt sich 2:1

Die Amerikaner pflegen die Querschnittsfläche f
 der Gitterstäbe flacheisen nach der Steghöhe h der
 C-förmigen Gurtungen zu bemessen, es ist etwa
 $f = 2,2 \cdot h_{10}$ (Maße in cm). Die Stärke der Flacheisen
 ist dabei meistens 1 cm, nur bei kleinen Flächen, wo
 eine gewisse Breite in erster Linie erforderlich ist, ent-
 sprechend weniger. Meistens findet man einfaches
 Gitterwerk, wird es doppelt gewählt gekreuzte Dia-
 gonalen ohne Querriegel, so wird die Fläche jedes Flache-
 isens auf etwa $\frac{2}{3}$ reduziert. Winkelisen (etwa 75:50:6)
 findet man nur in einfachem System und bei Gurtungen,
 die etwa 40 cm und mehr hoch sind. Die nach diesen
 Angaben gewählten Querschnitte sind im allgemeinen zu
 schwach.

Winkler gibt folgende Regel: alle Gitterstäbe aus Flachseisen mit den Abmessungen a und b in cm



Einfaches System
Fig. 354

$$\begin{aligned} c &= 2h \\ b &= 0.17h \\ a &= 0.028h \end{aligned}$$



Doppeltes System
Fig. 355

$$\begin{aligned} c &= h \\ b &= 0.13h \\ a &= 0.028h \end{aligned}$$

Nach diesen Vorschriften konstruiert man allerdings sicher, aber zu schwer.

Es sei schliesslich noch die praktische Regel erwähnt nach welcher die Gitterstäbe 6 cm breit sein sollen und deren Stärke $1/20$ der Länge, zwischen den ersten Befestigungsnieten wenn sie auf jeder Seite mit zwei oder mehr Nieten angeschlossen sind ($1/10$), betragen soll.

Genaue theoretische Untersuchungen führen zu dem Ergebnis, dass die vergitterten Stäbe etwas weicher knickbarer sind, als es sich nach der gewöhnlichen Rechnungsart ergibt weil diese die Formänderung der Gitterstäbe bzw. der Querplatten nicht berücksichtigt. Es genügt im allgemeinen, diesem Umstand durch Herabminderung der zulässigen Belastung um etwa 1% Rechnung zu tragen.

Auch Zugstäbe werden oft durch Gitterwerk oder Querplatten versteift. Abgesehen von den Querplatten an den Enden, welche das durch den exzentrischen Anschluss entstehende Moment aufnehmen, haben die Ver

bindungsglieder nur den Zweck, dem Stab eine gewisse Widerstandsfähigkeit gegen seitliche Kräfte zu geben und können nach Gutdunken dimensioniert werden.

78. Stetig gekrümmte Gurtungen.

Mit Rücksicht auf ein gefälliges Aussehen führt man mitunter die Gurtungen von Fachwerken nach einer stetigen Kurve aus; es fragt sich, wie man die Systemknotenpunkte in bezug auf die Gurtachse anordnen soll. Sind die einzelnen Gurtstäbe durch reibungslose Bolzen miteinander verbunden, so macht man am besten $h = \frac{1}{2}f$

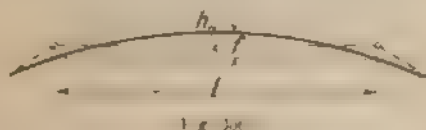


Fig. 356 und berechnet darnach die Zuschlagsspannungen. Geht dagegen der Gurt ohne wesentliche Abschwächung durch mehrere Knotenpunkte, so kann man ihn als einen durchgehenden Träger auf sehr vielen Stützen betrachten. Die Momentenfläche kann in jedem Feld als parabolisch betrachtet werden, sie entspricht also einer gleichmäßig verteilten Belastung $p = P \frac{8f}{l}$.

Da nun der Unterschied der Gurtkräfte von einem Feld zum anderen bei der für jedes Feld ungünstigsten Laststellung nicht sehr groß ist, so kann man bei gleich langen Feldern das Mittelmoment $M_1 = \frac{1}{24} p l^2$ setzen und die Endmomente $M_2 = \frac{1}{12} p l^2$, wobei angenommen wird, daß die Systemknotenpunkte genau auf der Kurve liegen; es folgt $M_1 = \frac{1}{24} P l$ und $M_2 = \frac{1}{12} P l$. Die Momente an den Knotenpunkten wären demnach, starre Stützen vorausgesetzt, doppelt so groß als in der Mitte; in der Tat kann aber die Stützung nicht als starr betrachtet werden, woraus folgt, daß das negative Moment kleiner und das positive größer wird. Man kann

daher annäherungsweise das Moment $M = \frac{P l}{2}$ in die Berechnung einführen. Eine genauere Ermittlung ist nur durch die Untersuchung der Nebenspannungen möglich.

Der Mehraufwand an Material gegenüber polygonalen Gurtungen ist im allgemeinen ziemlich hoch und kann leicht 10 bis 20 % und darüber betragen. Diesem Nachteil gegenüber sind die etwas erleichterte Bildung der Knoten und die Möglichkeit, die Stoffe beliebig zu verteilern, nicht immer ausschlaggebend.

Wo daher zwingende Gründe für die stetige Krümmung nicht bestehen, kann nur empfohlen werden, die Gurtungen polygonal auszuführen. Ist dies nicht angebracht, so läßt man sie am besten genau durch die theoretischen Knotenpunkte gehen und berechnet die Zusatzspannungen nach dem Moment $M = \frac{P l}{2}$.

Der Gebrauch dieser Formel ist um so mehr an Plätze, weil es in der Praxis nicht immer möglich ist zu vermeiden, daß die Schwerlinie der Gurtung die Lage sprunghaft ändert.

79. Scharf gekrümmte Körper.

Die Spannung in einem Punkt, dessen Entfernung von der Schwerachse e beträgt, positiv, wenn nach der Außenseite liegend ist, $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{F r} - \frac{M}{k^2 r}$,
 r = Halbmesser der Schwerlinie

Der Koeffizient k hat den Wert $k^2 = \int_0^r \frac{e^2}{r} dF$

Für seine Berechnung gibt es selbst für die einfachsten Fälle keine geschlossene Formel. Am besten zerlegt man den Querschnitt (Fig. 357) in schmale Streifen ca. 1 cm oder weniger, multipliziert deren

Flächen mit dem zugehörigen Wert von $\frac{\sigma}{r+c}$ auf den Schwerpunkt bezogen) und addiert die Produkte zusammen.

Das Integral ist immer negativ, also k immer positiv

Die einfachere Formel $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M e}{J}$ darf nur bei sehr großem Krümmungshalbmesser verwendet werden. Um den Unterschied in den Ergebnissen zu zeigen, sind hier vier Fälle berechnet. Der Querschnitt besteht aus einem Stahlblech 300 10 und 4 Winkel 90 11. Es ergibt sich.



| | | | | |
|-----|---------------|-----------|-----------|--------------|
| | für $r = 100$ | $r = 600$ | $r = 900$ | $r = \infty$ |
| k | 9,71 | 1,03 | 1,70 | 1,00 |

Die Spannung durch die Axialkraft N ist für alle Fälle gleich $\frac{N}{104,8}$. Genau berechnete Biegungsspan-

nung auf der Innenkante:

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{M}{560}$ | $\frac{M}{679}$ | $\frac{M}{707}$ | $\frac{M}{953}$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

Fehler der einfachen Be-

rechnungsart

| | | | |
|-----|-----|-----|----|
| 70% | 10% | 35% | 0% |
|-----|-----|-----|----|

Der Fehler wird um so größer, je mehr Material (unter sonst gleichen Umständen) an der Außenkante liegt. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen der genauen und der angenäherten Formel für gerade Stäbe ist also bei scharfer Krümmung ganz beträchtlich. Bei einem Halbmesser doppelt so groß wie die Höhe des Querschnittes ist die Biegungsspannung an der Innenkante um 30–40% höher als nach der allgemeinen Formel für gerade Stäbe. Ist der Radius 10mal so groß als die Höhe des Querschnittes beträgt, so beträgt der Fehler noch 2–5%.

Der Wert von k ändert sich sehr wenig mit dem Flächeninhalt, solange die Höhe des Querschnittes unverändert bleibt; auch unterscheidet sich das Resultat

bei einem vollen rechteckigen Querschnitt wenig
demjenigen für einen I oder II Querschnitt, das
kann man mit genügender Annäherung die Biege-
spannungen nach der bequemen Formel für gerade Stäbe
berechnen und mit dem Koeffizienten $q = 0,98 + \frac{1}{h}$

multiplizieren gültig bis ca. $\frac{r}{h} = 16$, weiter ist mit
 $q = 1$ zu setzen. Diese angenäherte Berechnung ist
nur für Querschnitte anwendbar, die mit einem Rechner
verglichen werden können, also I , II formige u. dgl.

Handelt es sich darum die Formänderung eines
krummen, stabförmigen Körpers zu berechnen, so ist
die Änderung der Krümmung

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r-k} = \frac{M}{E \cdot I} - \frac{N}{F} + \frac{M}{r \cdot F}$$

Wenn man hier was oft zulässig ist das Glied mit $\frac{M}{r \cdot F}$
vernachlässigt, so verhält sich die Formänderung zu
derjenigen eines geraden Stabes wie

$$\frac{EJ}{r^2 k \left(E + \frac{M}{r \cdot F} \right)}$$

Auch für scharfe Krümmungen ist der Wert des
Verhältnisses fast = 1, z. B.

| | | | | | |
|-----|---------------|-------|-------|-------|-------|
| für | $\frac{h}{r}$ | 3 | 1 | 1 | 1 |
| | r | 4 | 2 | 3 | 10 |
| | q | 0,914 | 0,955 | 0,985 | 0,998 |

Es lohnt sich also nicht hinsichtlich der Form-
änderung eine besondere Feinheit zu machen.

Für unsymmetrische Querschnitte kann man setzen

$$q = 0,94 \left(1 + \frac{1}{r} \right) \left(1 + \frac{h}{r} \right), \text{ wo } \frac{h}{r} = \text{Exzentrizität}$$

Bei der Bildung von Ecken für Portale u. dgl. ist
es ratsam, die genaue Formel zu verwenden um so
mehr, weil die fehlerhafte Bearbeitung und die Netz-
spannungen, die infolge der Krümmung der einzelnen

Profilen entstehen, die Beanspruchung noch weiter erhöhen.

Die Nietteilung soll nicht zu groß sein, damit die Krümmung der einzelnen Teile deren Spannung nicht sehr erhöht. Flachisen auf der Innenkante sind bei eintretenden positiven Momenten, die eine Vergrößerung der Krümmung herbeiführen, nicht wirksam, wenn die Nietteilung nicht entsprechend eng ist (vgl. S. 461).

80. Plattenförmige Körper.

Nach Grashof mit $m = \frac{10}{3}$, s = Stärke der Platte,

f = Durchbiegung in der Mitte (beide in cm).

1. Kreisförmige Platte, am Umfang frei aufliegend und mit p kg/cm² belastet

$$\sigma = \frac{1}{8} \frac{r^2}{s^2} p; \quad f = \frac{30}{43} \frac{p r^4}{E s^4}$$

2. Dieselbe Platte am Rande eingespannt:

$$\sigma = \frac{28}{41} \frac{r^2}{s^2} p; \quad f = \frac{7}{41} \frac{p r^4}{E s^4}$$

3. Dieselbe Platte am Rande frei aufliegend, durch eine auf einer mit der Platte konzentrischen Kreisläche (Halbmesser = r_0) wirkende Einzellast P belastet. Ist r im Vergleich klein, so ist

$$\sigma = \frac{10}{23} \left(\ln \frac{r}{r_0} + \frac{10}{13} \right) \frac{P}{s^2}; \quad f = \frac{5}{9} \frac{P r^2}{E s^3}$$

4. Dieselbe Platte, am Rande eingespannt:

$$\sigma = \frac{10}{23} \ln \frac{r}{r_0} \frac{P}{s^2}; \quad f = \frac{5}{23} \frac{P r^2}{E s^3}$$

5. Rechteckige Platte, Seiten a und b , $a > b$

Auf allen vier Seiten einfach gestützt, durch gleichmäßig verteilten Druck belastet

Nach Bach $\sigma = \frac{q}{2} \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \frac{p}{s^2}$, $q = 0,75$ für quadratische) bis 1,13 für sehr lange Platten

Nach Winkler $\sigma = \frac{3}{4} \frac{p}{s^2} \frac{b^2 - a^4}{a^4 + b^4}$

6 Dieselbe Platte, in der Mitte die Last P tragen

Nach Bach $\sigma = \frac{3}{2} q \frac{a b}{a^2 + b^2} \frac{P}{s^2}$; $q = 1,75 \text{ kg}$

Nach Winkler ist, unter der Annahme, daß die Last auf ein Quadrat von der Seitenlänge c gleichmäßig verteilt wirkt

$$\sigma = \frac{9}{8} \frac{P}{s^2} \left(2 \frac{c}{b} \right) \frac{a^4 - b^4}{a^4 + b^4}$$

7 Dieselbe Platte, am Rande fest eingespannt (Grashof)

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{a^4 b^4 - p}{a^4 + b^4} \frac{p}{s^2}; f = \frac{1}{32} \frac{a^4 b^4 - p}{a^4 + b^4} E r$$

8 Buckelplatten nach Winkler

D = konzentrierte Last in der Mitte in t

l_1, l_2 = Seiten des Buckels (in m)

h = Höhe des Buckels in cm

s = Blechstarke in cm.

G = Gewicht der Platte mit Füllung in t

Zulässige Beanspruchung ca. $0,6 \text{ t/cm}^2$

a Stehende Platten

$$\sigma h s = \left[0,3 D + 1 + 0,1 \frac{h}{s} + 0,05 G \right] \frac{l_1}{l_1 l_2 + l_2^2}$$

b Hängende Platten:

$$\sigma h s = \left[0,3 D + 1 + 0,1 \frac{h}{s} + 0,05 G \right] \frac{l_1}{l_1 l_2 + l_1^2}$$

9 Hängebleche nach Winkler.

Mit denselben Bezeichnungen wie unter 8 ist

$$\sigma h s = \frac{1}{20} \left(1 + 2,1 \frac{s}{h} \right) D l + g \frac{l^2 b s}{8 h}$$

Es wird angenommen, daß die Einzelast u der Richtung der Zylinderachse auf die Breite b sich verteilt. Man kann setzen $\sigma = 0,8 \text{ t/cm}^2$; $b = 50 + 1,5 r$ wo r die Dicke der Bedeckung bedeutet. Ferner ist g = ständige Last in t/cm^2 Längen in cm D in t

10 Dünnes Blech, nur auf zwei Seiten unterstellt, gleichmäßig belastet mit $p \text{ kg/cm}^2$.

Das Blech muß sich unter der Last so stark durchbiegen, bis eine Art Hängeblech entsteht. Die Momente infolge dieser Durchbiegung sind meistens so groß, daß die Elastizitätsgrenze überschritten wird und die Deformation eine bleibende ist. Alsdann kommen nur die Zugspannungen in Frage. Man erhält

$$\epsilon = \frac{l^2}{4} \frac{3 p l}{E s}, \quad \sigma = p \frac{l^3}{2 s} \frac{E s}{3 p l}$$

81. Unsymmetrische Querschnitte.

Hat ein Balken eine Stütze, ein Bogen oder dgl. gleichzeitig ein Moment M und eine Normalkraft N aufzunehmen, so ist es vorteilhaft, einen unsymmetrischen Querschnitt anzuwenden.

Für Eisenkonstruktionen kommen überhaupt nur T-, I-, oder C-förmige Querschnitte in Betracht und zwar nur mit vollwandigem Steg für Fachwerke wird jeder Stab für sich berechnet und dimensioniert. Der Steg mit der Höhe h und der Stärke δ wird nach Schätzung gewählt bzw. durch besondere Umstände bedingt. Nennt man A den Querschnittsinhalt des Gurtcs, wo die Beanspruchungen sich addieren, B desgl. für den andern, beides ohne Rücksicht auf den Steg, so ist die Gesamtfläche $F = A + B + \delta h$. Damit die größte zulässige Beanspruchung σ gleichzeitig in den oberen und in den unteren äußersten Fasern erreicht wird berechnet man

$$K = \frac{2 M \frac{h_1}{h \sigma} + \delta h^2}{2 h_0 - h} \quad \text{und wählt}$$

$$A + B = 1,06 \left(\frac{K - \delta h}{2} + \left(\frac{K + \delta h}{2} \right)^2 + \left(N \frac{h_1}{h_0 \sigma} \right)^2 \right) \\ 1,06 \left(K + \frac{N \frac{h_1}{h_0 \sigma}}{K + \delta h} \right),$$

$$A - B = 1,06 \left(N \frac{h_1}{h_{a0}} + \frac{A + B + \delta h}{h} - \alpha \right).$$

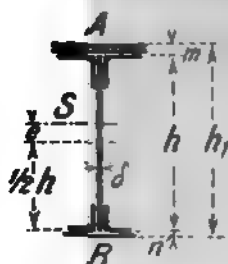


Fig. 75a.

Annäherungsweise hat man ferner

$$J = 1,1 \frac{M}{2} \frac{h}{\sigma};$$

$$e = \frac{M}{N} = \frac{A + B + \delta h}{2} \alpha$$

Dieser letzte Wert kann nützlich sein, um M etwas genauer zu berechnen, denn das Moment muß auf den Schwerpunkt bezogen werden.

Man kann durchschnittlich setzen

$h_0 =$ Entfernung der Schwerpunkte der Gurte $= h - 3 \text{ cm}$.

$$h_1 = h + 3 \text{ cm}, \quad \alpha = \frac{m - n}{2} = 1 \text{ cm}.$$

$$2h_0 - h = h = 6 \text{ cm}.$$

Die vereinfachte Formel für $A + B$ ist brauchbar,

so lange $\frac{2N}{\sigma \cdot K + \delta h} < 0,8$ ist. Je nachdem man mit

Netto- oder Brutto-Querschnitten rechnen will, berücksichtigt man bei der Dimensionierung von A und B den Nietabzug oder nicht.

Hat man z. B. $M = 4000 \text{ tcm}$, $N = 60 \text{ t}$, $\sigma = 1,2 \text{ t/cm}^2$, $h = 40 \text{ cm}$, $\delta = 1,6 \text{ cm}$, so erhält man der Reihe nach:

$$K = 186 \text{ cm}^2, \quad A + B = 211 \text{ cm}^2, \quad A = B = 69 \text{ cm}^2, \quad J = 73300 \text{ cm}^4, \quad e = 4,9 \text{ cm}.$$

Hienach $A = 140 \text{ cm}^2$, $B = 71 \text{ cm}^2$.

Wählt man für A zwei Winkelisen $130 \cdot 130 \cdot 16$ und zwei Lamellen $280 \cdot 15$ mit dem Netto-Querschnitt $141,4 \text{ cm}^2$, für B zwei Winkelisen $130 \cdot 130 \cdot 16$ mit dem Netto-Querschnitt $71,2 \text{ cm}^2$, so erhält man (unter der Annahme, daß die 23 mm-Löcher von den wagerechten Flanschen aller Winkel abgezogen werden

$$e = 5,5 \text{ cm},$$

$$J = 71000 \text{ cm}^4,$$

$$W_0 = 4060 \text{ cm}^3,$$

$$W_n = 2890 \text{ cm}^3,$$

$$F = 276,6 \text{ cm}^2,$$

$$\text{folglich } \sigma_n = 0,988 + 0,318 = 1,206 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_0 = 1,436 - 0,318 = 1,118 \text{ t/cm}^2.$$

Will man einen stabförmigen Körper (z. B. einen Bogenträger) genau nach dem Bedarf dimensionieren, so trägt man auf der abgewinkelten Mittellinie auf den

Punkten, die den berechneten Querschnitten entsprechen, die Werte von A nach oben und B nach unten wobei zu beachten ist, daß es nicht immer derselbe Gurt ist, so die Wirkungen sich addieren' und zeichnet das theoretische Diagramm der Materialverteilung, welches man mit den Flächen von \perp -Eisen und Platten deckt. Je nachdem die Verschwächung durch die Nietlöcher berücksichtigt wird oder nicht, werden die Netto- oder Brutto-Flächen aufgetragen. So kann man die Länge der Lamellen bestimmen, wobei zu bemerken ist, daß dieselben nur um 1—2 Nietteilungen länger zu sein brauchen, als theoretisch nötig. Es ist immer zu empfehlen nachtraglich die tatsächlich eintretenden Spannungen zu ermitteln, wobei es meistens genügt, die ganze Untersuchung mit dem Rechenschieber durchzuführen. Man wird sich dabei überzeugen, daß eine übertriebene Genauigkeit in der Berechnung von A und B ganz zwecklos ist.

Es sei hier bemerkt, daß bei \perp - und \sqsubset -Querschnitten eine Änderung der Fläche einer Gurtung auf die Beanspruchung der anderen fast ohne Wirkung ist, weil die Änderungen von J und e sich ziemlich aufheben. Auf diese Tatsache gestützt, kann man leicht nach den Ergebnissen der Spannungsberechnung das Diagramm der nötigen Gurtfläche richtigstellen. Für jeden Punkt dividiert man die Ordinate durch die vorhandene Spannung und multipliziert sie mit der zulässigen Spannung; das neu gezeichnete Diagramm kann als endgültig betrachtet werden. Dieses Verfahren ist besonders bei der Dimensionierung von Bogenträgern empfehlenswert.

82. Exzentrische Anschlüsse.

Ist ein mit der axialen Kraft P belasteter Stab auf beiden Enden gelenkig angeschlossen, so ist bei einem um e exzentrischen Anschluß das Moment in

der Mitte $M_n = Pa \frac{5n-1}{5(n \pm 1)}$, wo $n = \frac{a^2 E}{Pl}$

Knicktiefe nach Euler bedeutet und das positive Vorzeichen im Nenner für Zug, das negative für Druck gilt. Die Pfeilhöhe, auf die ursprüngliche Richtung

Stabes bezogen, ist $f = \frac{6}{5} \frac{a}{n \pm 1}$

Für einen beiderseits eingespannten Stab kann die Exzentrizität vernachlässigt werden, wenn die angeschlossenen Profile sehr steif sind; sonst kann nur eine grobe Annäherung in obige Formel für die Berechnung von n , $\frac{l}{2}$ statt l einführen. Die praktische Anwendung dieser Formeln ergibt folgendes: Für Zugstäbe ist das größte Moment Pa , für Druckstäbe, wo im allgemeinen $n = 5$, etwa $1,20 Pa$ bis $1,04 Pa$, je nachdem der Stab als gelenkig angeschlossen oder als eingespannt betrachtet wird. Ein gleichschenkeliges Winkelisen leidet durch die Exzentrizität eine Beanspruchung, die bei einem Zugstab 2 bis 2,15 mal so groß, bei einem Druckstab 2,20 bis 2,40 mal so groß ist wie bei einem zentrischen Anschluss. Ein \square Eisen zeigt die gleichen Verhältnisse. (Die hohen Zahlen gelten für die kleineren Profile.) Auch wenn die abstehenden Flanschen angeschlossen sind, ändern sich die Verhältnisse kaum, bei ganz schlaffen Profilen (Flacheisen) liegt die Sache noch viel ungünstiger.

Bei Doppelgurten und ähnlichen Konstruktionen ist auf alle Fälle eine kraftige Verbindung der beiden angeschlossenen Profile durch eine breite Quersplatte unerlässlich. Dadurch werden die Profile zu einem ganzen vereinigt, und der Anschluss kann als zentrisch gelten.

Bei leichten Gliedern, beispielsweise für Widerstande, ist es nicht immer leicht, symmetrische Querschnitte zu wählen, ohne viel Material zu verschwenden. Hier muß man also die Nachteile der exzentrischen

Anschlüsse in den Kauf nehmen, obwohl gerade bei Windverbänden meist schon von vornherein mit einer hohen Beanspruchung gerechnet wird.

Ausgeführte Bauwerke zeigen in der That derartige Konstruktionen, bei deren Berechnung meistens gar keine Rücksicht auf die Exzentrizität genommen wurde. Solche Anschlüsse brauchen aber nicht ohne weiteres als gefährlich zu gelten, denn erstens kommt die hohe Spannung nur in einem sehr dünnen Streifen vor und nimmt nach dem Schwerpunkt geradlinig ab, so, daß bereits innerhalb des angeschlossenen Flansches die mittlere Zusatzspannung auf etwa $\frac{1}{4}$ ihres höchsten Wertes zurückgeht, zweitens wird bei Überschreitung der Elastizitätsgrenze wobei die Bruchgrenze lange nicht erreicht ist, die Dehnung der betreffenden Fasern eine viel größere als sie sonst ist, die Spannungen verteilen sich insofern anders, als die dem Schwerpunkt zunächst liegenden Fasern sich in höherem Maße an der Übertragung der Kräfte beteiligen aus diesem Grunde ist die Bruchbelastung für auf Biegung beanspruchte Körper immer höher als die berechnete. Die eingetretene bleibende Formänderung ist im allgemeinen nicht gefährlich; auch bei der üblichen kalten Biegung von Eisen muß ja immer die Elastizitätsgrenze überschritten werden, und man weiß aus Erfahrung, daß die Ergebnisse der Berechnung in keinem Widerspruch mit dem Verhalten dieser Teile stehen.

Es sei schließlich noch bemerkt, daß unsere Biegungstheorie für vollwandige Glieder nur als eine Annäherung zu betrachten ist, welche besonders bei Profilen, wie Winkelleisen, die vorkommenden Spannungen nur grob zu ermitteln erlaubt. Es scheint, daß die theoretisch starke Durchbiegung, besonders von Winkelleisen als Druckstabe, in Wirklichkeit doch nicht in so hohem Maße auftritt, eine Erscheinung, welche zu gunsten der gewöhnlichen Berechnungsart spricht.

Trotz alledem wird man gut tun, exzentrische Anschlüsse nach Möglichkeit zu vermeiden, besonders bei den Hauptgliedern von Bauwerken, die einer stossartigen Belastung ausgesetzt sind.

Für Glieder, die abwechselnd auf Zug und Druck beansprucht werden, sind exzentrische Anschlüsse überhaupt unzulässig; es sei denn, daß man diesen Umstand bei der Berechnung berücksichtigt. Seite 78 und die sich ergebende Spannung die für den betreffenden Fall angenommene Grenze nicht überschreitet.

83. Kröpfungen und Futterungen.

Die einzigen Profile, die gewöhnlich gekropft werden, sind die Winkelleisen, und zwar geschieht dies meistens um sie mit den Gurtwinkeln zu verbinden. Theoretisch läßt sich gegen diese Konstruktionsart nichts einwenden, nur sind die Nieten, die hinter der Kropfung liegen für die Übertragung von Kräften außer acht zu lassen. In der Praxis lassen die Kropfungen immer kleine Zwischenräume offen, die zur Rostbildung Veranlassung geben, es ist deshalb besser, Unterfütterungen anzuordnen. Soll das Winkelleisen einigermaßen große Kräfte übertragen, so wird zweckmäßig das Futter für sich mit ebensovielen Nieten angeschlossen, als zur Übertragung der Kraft erforderlich ist; bei vollwandigen Trägern geschieht dies meistens nicht, das Futter wird nur um 5–10 mm breiter gehalten als das darüber befestigte Profil.

Gut aber teuer ist die Anordnung von Keilfuttern. Neigung $\frac{1}{10}$ – $\frac{1}{12}$ wobei alle Nieten als wirksam anzusehen sind. Diese Konstruktion kann auch bei [Eisen und anderen Profilen angewendet werden.

Laufen zwei stife Profile parallel und nur so weit voneinander entfernt, als durch das Knotenblech bedingt wird, so ist es Regel, den Raum durch ein Flacheisen auszufüllen, das um einige Millimeter übersteht. Es

muß nämlich auf alle Fälle vermieden werden, daß sich Wassersäcke bilden und daß Flächen vorkommen, die nicht leicht anzustreichen sind. Zwar ist es möglich, die Wände eines schmalen Schlitzes bis etwa auf das Fünffache seiner Breite anzustreichen; die Kontrolle dieser Arbeit ist aber nicht leicht. Man hat auch solche Räume mit Beton oder mit Asphalt ausgefüllt. Ersterer kann mit Sicherheit nur dort angewendet werden, wo keine Erschütterungen vorkommen, sonst wird er bald rissig und wasserdurchlässig. Gegen die Anwendung von Asphalt läßt sich nichts einwenden, nur ist es fraglich, ob dadurch etwas gespart wird.

Von der Regel, solche Räume auszufüllen, kann nur in einzelnen Fällen abgesehen werden, in denen man wirklich sicher ist, daß kein Wasser in die Fuge gelangen kann.

84. Nietverbindungen.

Die Nietverbindungen für Eisenkonstruktionen werden nicht nach der Reibung, sondern nach dem Leibungsdruck bzw. nach der Scherspannung gerechnet. Im Gegensatz hierzu ist bei Dampfkesseln die Reibung maßgebend, und zwar nimmt man den Erfahrungswert an, daß 1 cm² Nietquerschnitt 1 t Reibungskraft erzeugt.

Da für die Niete nur besseres Material verwendet wird, so ist man heutzutage vielfach dazu übergegangen, für die Scherspannung dieselbe Grenze anzunehmen wie für die Hauptspannung in dem betreffenden Glied, für den Leibungsdruck eine doppelt so große. Indessen erscheint diese Regel nicht ganz einwandfrei, weil man gegen eventuell fehlerhafte Nietung (besonders in schwer zugänglichen Ecken keine Seltenheit) einen Spieldraum haben muß und auch die Unsicherheit in der Verteilung der Kraft eine gewisse Vorsicht bedingt, weiter darf auch nicht vergessen werden, daß die Schubspannungen

sich keineswegs gleichmäßig über den ganzen Nietquerschnitt verteilen. Aus diesen Gründen sollte man wenn man nicht etwa die alte Regel benutzen will, wonach der Nietquerschnitt $\frac{3}{4}$ des theoretisch erforderlichen Stabquerschnittes ausmachen soll, zur gerechneten Nietzahl einen gewissen Zuschlag machen, etwa 5% , ± 1 . Der zulässige Leibungsdruck wird doppelt so groß als die Scherspannung genommen, dabei sollte jedoch die Grenze 24 t/cm^2 nicht überschritten werden.

Die Theorie lehrt und die Erfahrung bestätigt, daß, wenn mehrere Niete auf einer Geraden in der Kraftrichtung angeordnet sind, sich nur die ersten an der Kraftübertragung beteiligen. Mehr als vier Niete sollte man deshalb niemals hintereinander in der Kraftrichtung anordnen, besser nur drei, und die Nietreihen gegeneinander versetzen, bei den stufen Profilen sollte man möglichst jeden Flansch für sich anschließen.

Die gebräuchlichen Nietdurchmesser sind 13, 16, 20, 23 und 26 mm. Stärkere Niete, welche in gewissen Fällen vorteilhaft wären, werden selten angewendet, mit Rücksicht darauf, daß die Vernietung mit der Hand hierbei Schwierigkeiten verursacht.

Für die zu wählende Nietstärke hat man verschiedene Regeln angegeben, die im allgemeinen zu $d = 1,8 s$ bis $d = 2 s$ führen ($s = \text{Blechstärke}$). Es ist aber selten möglich, derartige Regeln einzuhalten. Im allgemeinen geht man weiter herunter, bis auf $d = 1,5 s$ und noch weniger.

Für ein und dasselbe Bauwerk werden vorteilhaft so wenig wie möglich verschiedene Nietdurchmesser angewendet. Die gebräuchlichen Formen der Nietköpfe sind in Fig. 359 skizziert, die eingetragenen Maße sind etwas reichlich gewählt. Das Gewicht von 1000 Niet-

1) Für Bohrbohrungen ist die prozent. Vorschäft $\pm 2\%$ zu setzen.
2) Für Niete mit ganz versenktem Kopf $d = 1,5 s$ bis $2 s$.
3) Wenn die Blechdicke s nicht größer als viermal die Nietstärke der zu verbindenden Teile und nicht kleiner als das 14-fache der Nietstärke.

kopfen ist etwa $5d$. Das Maß y zwischen Mitte Loch und einem senkrechten Flansch soll nicht unter $0,8d$; 5 mm betragen, um eine gute Bildung des Kopfes zu ermöglichen. Es soll tunlichst vermieden werden, daß der Rand des Kopfes innerhalb der Abrundung der Ecken liegt. Unter dieser Annahme sind die in



Fig. 359

den Tabellen am Ende des Buches angegebenen Wurzelmaße gerechnet.

Die Schaftlänge soll bei warmer Nietung das Vierfache des Nietdurchmessers nicht überschreiten; ist der Setzkopf versenkt, so kann man bis auf das Fünffache gehen. Jenseits dieser Länge sind konische Bolzen $\frac{1}{10}$ in sauber aufgeriebenen Löchern zu verwenden.

Die Entfernung der Niete voneinander beträgt in der Regel nicht unter $3d$, für versenkte Niete $3,3d$, ausnahmsweise geht man bis auf etwa $2,6d$ bzw. $2,8d$ herunter. Die Randentfernung soll in der Regel $1,5d$, niemals mehr als $2,5d$ (besser $7s$) betragen. Es ist gut, bei einem Anschluß die Entfernung des letzten Nietes von der Blechkante in der Richtung der Kraft größer zu halten, etwa $1,9d$ bzw. $2,1d$. Will man für den Fall, daß der Leibungsdruck des letzten Nietes bis auf $2,4 t/cm^2$ steigt, auf der gefährdeten Fläche keine höhere Spannung als $1,2 t/cm^2$ zulassen, so gelangt man auf die Formel, $r = 2,5d$ (Fig. 360), von der Scherspannung



Fig. 360

ausgehend findet man: $r = \frac{d(d+s)}{2}$ (immer kleiner).

Um den angeschlossenen Stab möglichst wenig zu schwächen setzt man in die erste Reihe nur ein Niet, in jede weitere je einen mehr, soweit es die Profilbreite gestattet.

Damit sich die Spannungen möglichst gleichmäßig über den ganzen Stabquerschnitt verteilen, ist es zweckmäßig Winkelisen immer durch Hilfswinkel mit den Flachisen anzuschließen; dasselbe gilt für \square Eisen.

Die Zahl der Anschlusniete berechnet man nach der zu übertragenden Kraft, nicht nach dem eventuellen, sondern Rücksichten übermäßig stark gewählten Stabquerschnitt. Die erforderliche Länge zum Anschluß eines Stabes kann auf 25–30 cm gesetzt werden; ist mehr erforderlich, so ist es ratsam, das Profil zu ändern. Als Minimum sollte jedes Flachisen mit zwei, jedes Winkelisen mit drei Nieten angeschlossen sein.

Bei Profilen mit mehr als 10 cm Breite sind die Niete zu versetzen (vgl. Tabelle der Wurzellinien), wodurch gleichzeitig eine möglichst konzentrierte Anwendung derselben erreicht wird. Für breite \square Eisen nehme man die nach der Tabelle am weitesten voneinander entfernt liegenden Wurzellinien, teile deren Entfernung



Fig. 361

in drei Teile und ziehe zwei weitere Wurzellinien durch die Drittelpunkte. So erhält man im allgemeinen die vorteilhafteste Nietenanordnung (Fig. 361).

Ähnliches gilt für breite Flachisen.

Nach Kennedy nimmt man bei mehrreihigen Nietungen die diagonal gemessene Nietentfernung

$$l_0 = \frac{2}{3} l + d,$$

wo l die Nietteilung in den Reihen bedeutet.

Bei verkropften Profilen werden die hinter der Kropfung sitzenden Niete nicht mitgerechnet. Bei unterfutterten Profilen muß das Futterblech, wenn es zum Querschnitt gehört, mit so vielen Nieten an einen

der zu verbindenden Teile angeschlossen werden, als zur Übertragung seines Kraftanteils erforderlich ist, indem man annimmt, daß die Niete auf Biegung nicht beansprucht werden dürfen.¹⁾

Die Entfernung der Heftniete wird empirisch gewählt. Man kann etwa nehmen

| | in Druckgliedern | in Zuggliedern |
|-------------------------------|------------------|----------------|
| bei steifen Profilen $t =$ | 25 s | 40 s |
| bei schlaffen Profilen: $t =$ | 12 s | 20 s |

Besonders in den Ecken von Knotenpunkten ist es Regel, den rechtwinklig zum Knotenblech stehenden Flansch der anzuschließenden Stäbe schrag zu schneiden etwa 45°, besser 30°, um den Knotenpunkt zum Nieten besser zugänglich zu machen.

85. Über Nietabzüge.

Der Abzug an Nietlöchern beträgt im allgemeinen 10—15% des vollen Querschnitts bzw. des Tragheitsmomentes; in den Grenzfällen kann er bis auf 20% und darüber steigen oder bis auf 7% sinken. Für überschlägige Berechnungen kann er zu 12% geschätzt werden.

Betreffs der Frage, ob die Nietlöcher in Druckgliedern abgezogen werden sollen oder nicht, ist folgendes zu erwähnen. Der Niet füllt eigentlich das Loch niemals genau aus, weil er im warmen Zustande geschlagen wird; in der Praxis ist aber der Zwischenraum bei Maschinennietung und sauber gebohrten Löchern so klein, daß schon bei mäßiger Belastung eine satte Berührung eintritt. Sind alle Niete unter solchen Bedingungen geschlagen, so erscheint es berechtigt, die Druckniete nicht in Abzug zu bringen.

¹⁾ Eine hierauf bezügliche bayrische Vorschrift lautet auf vier Abschnitte mindestens 1 Heftstift.

Von Hand geschlagene Nieten füllen im allgemeinen die Löcher nicht so gut aus, besonders in dem oft vorkommenden Falle, daß die Löcher in den zu vernietenden Konstruktionsteilen nicht ganz genau aufeinander passen und dann vielfach mit einer rohen Reibale ausgehoben werden. Glatte Lochwände sind alsdann nicht vorhanden, und außerdem wird der Durchmesser des Loches zu groß, auf eine saute Berührung des Nieteschaftes mit der Wand ist demnach nicht zu rechnen. Da diese ungünstigen Umstände meistens bei Montageanordnungen alle zusammentreffen, so kann im allgemeinen nur empfohlen werden, die Nietlöcher immer abgezogen. Bei biegungsfesten Teilen, zusammengesetzten Trägern u. dgl. bietet die Vernachlässigung der Nietverschwächung im Druckgurt einen sehr geringen Vorteil infolge der damit verbundenen Verschiebung der Nulllinie.

Zum Abzug für einen bestimmten Querschnitt können nicht nur alle in demselben liegenden Nieten, sondern auch diejenigen, welche in der Entfernung von etwa $1,4 d$ oder weniger liegen, oder deren diagonale Teilung kleiner ist als $l_0 = \frac{2}{5} l + d$.

Bei versenkten Nieten ist der Abzug um 20% höher.

Stanzte und gebohrte Löcher.

Fußsisen läßt sich nicht gut stanzen, wenn das Material am Rande stark an Festigkeit verliert, außerdem werden die Lochwände niemals glatt.

Erfahrungsgemäß ist das Stanzen der Löcher nur dann zulässig, wenn sie nachtraglich bis auf einen 2 mm. größeren Durchmesser sauber aufgerieben werden.

Eine Ausnahme machen nur die Löcher in sehr dünnen Blechen etwa 5 mm. und darunter, wo die Nietung aus andern Rücksichten viel enger gemacht wird, als es die Festigkeit erfordert.

86. Deckung der Stöße.

Bei der Deckung eines Stoßes muß die fehlende Querschnittsfläche vollständig ersetzt werden und außerdem nach Möglichkeit die Lage des Schwerpunktes unverändert bleiben.

1. Stöße des Stehbleches.

Bei einem Vollwandträger hat das Stehblech nicht nur die Querkraft, sondern auch einen Teil des Biegemomentes zu übertragen. Wenn es nun auch immer möglich ist, die Laschen stark genug zu machen, so ist es dagegen vielfach schwierig (besonders bei niedrigen Trägern), die erforderliche Anzahl von Nieten so anzuordnen, daß sie durch das zu übertragende Moment nicht zu hoch beansprucht werden. Um die Lösung der Aufgabe zu erleichtern, beachte man folgendes:

- a) Die Stöße sind dort anzuordnen, wo die Momente möglichst klein sind;
- b) man berechne die Anzahl der Nieten immer nach dem Moment und der Querkraft, nicht nach dem zu ersetzenden Querschnitt;
- c, man verwende immer Doppellaschen;
- d) wenn nötig, lege man Laschen auch auf die Winkel-eisen (auf die indirekte Wirkung derselben wird meistens keine Rücksicht genommen),
- e) in der Nahe der Nulllinie kann man ohne Nachteil die Niete etwas weiter voneinander anordnen.

Die folgenden Tabellen werden die Lösung der Aufgabe etwas erleichtern; aber nur ausnahmsweise wird man ohne eine nachträgliche Berechnung auskommen. Gebrauchlich sind die in Fig. 362 dargestellten Anordnungen.

Ist die Länge a in n gleiche Teile geteilt, so daß $a = n t$, so ist das Widerstandsmoment der Niete $W = k a \frac{q}{n}$, wo $k = \frac{d^2}{4}$ für Doppellaschen, und $k = \frac{d^2}{4}$ für einfache Laschen zu setzen ist.

Die Werte von η sind folgender Tabelle zu entnehmen

| Stoß
zahl | Art des Stoßes | | | | Stoß
zahl | Art des Stoßes | | | |
|--------------|----------------|----|----|-----|--------------|----------------|-----|-----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 8 | 9 | 10 | 13 | 12 | 145 | 165 | 21 | 17 |
| 4 | 12,5 | 15 | 16 | 20 | 13 | 98 | 127 | 105 | 11 |
| 5 | 18 | 22 | 21 | 26 | 14 | 112,5 | 145 | 120 | 16 |
| 6 | 24,5 | 30 | 28 | 37 | 15 | 128 | 165 | 136 | 18 |
| 7 | 32 | 40 | 36 | 48 | 16 | 144,5 | 187 | 155 | 20 |
| 8 | 40,5 | 51 | 45 | 60 | 17 | 162 | 210 | 171 | 22 |
| 9 | 50 | 63 | 55 | 73 | 18 | 180,5 | 234 | 190 | 24 |
| 10 | 60,5 | 77 | 66 | 88 | 19 | 200 | 260 | 210 | 26 |
| 11 | 72 | 92 | 78 | 104 | 20 | 220,5 | 287 | 231 | 28 |

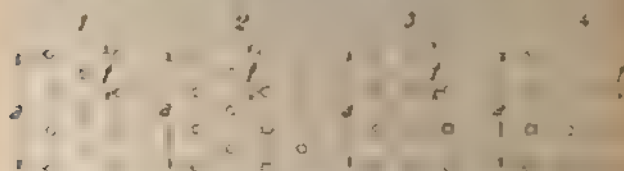


Fig. 362

Für den Stoß 3 mit nur zwei Nietreihen ist η aus Spalte 4 zu entnehmen und zu halbieren. Für einen Stoß wie 1 mit nur zwei Nietreihen ist η aus der Spalte 2 zu entnehmen und zu halbieren.

Beispiel: Es soll das Stahlblech eines I-Trägers (Fig. 363) gestochen werden, der das Moment 5300 tcm und die Querkraft 50 t überträgt. Das Material ist folgendes:



Fig. 363



Stahlblech 68 10 mm
I-Winkel 100 10 mm
4 Latten 100 12
Nietdurchmesser 22 mm
Widerstandsmoment

$W = 326 \text{ cm}^3$

Beanspruchung

$\sigma = 6,265 \text{ t/cm}^2$

Das Stahlblech überträgt das Moment

$$M = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6,265 \cdot 0,985 = \frac{300}{824} = 347 \text{ tcm}$$

Wahl a wir den Stofs λ mit d Niet $n = 1$, so ist

$$n = 2,1 \cdot 13 \frac{20}{4} = 379 \text{ cm}^2.$$

Der Leistenbruch für das Moment wäre also $\lambda = \frac{547}{379} = 1,45 \text{ tcm}^2$

entsprechend wäre für die Übertragung der Querkraft ein wenig Spiel vorhanden. Wir benutzen also auch die Winkelstöße und wählen Stofs a

$$\text{mit } r = 4'' \quad n = 6 \quad M = 2,1 \cdot 67 \frac{24}{4} = 505 \text{ cm}^2.$$

Um einige Niele zu sparen, ordnen wir in der Nähe der Nulllinie zwei Reihen an, nämlich 18

$$M = 2,2 \cdot \frac{6}{2} \cdot 21,6^2 + 6 \cdot 14,6^2 + 6 \cdot 8^2 = 492 \text{ cm}^2.$$

Nach das Moment werden die Niele mit $\frac{547}{492} = 1,11 \text{ tcm}^2$ beansprucht,

nach die Querkraft mit $\frac{30}{24} = 1,25 = 0,72 \text{ tcm}^2$. Der gesamte Leistenbruch ist also $\lambda = 1,11^2 + 0,72^2 = 1,51 \text{ tcm}^2$. Als zulässige Grenze kann etwa $\lambda = 1,8 \text{ tcm}^2$, $r = 0,9 \text{ tcm}^2$ gelten, die Stofsdeckung genügt also reichlich. Die großen Laschen erhalten zweckmässig die Abmas-

sungen 400 300 12, die kleinen 400 140 16.

2. Stöße der Winkelisen.

Dieselben werden vielfach mittels zweier Flachisen gedeckt, obwohl Winkelisen wegen der Steiligkeit wohl besser wären. Die nutzbare Fläche jeder Lasche macht man ebenso gross wie die nutzbare Fläche des gedeckten Schenkels. Z. B. für das Winkelisen 100 · 100 12 mit 23 mm Nietlochern rechnet man für die erste Lasche $(10 - 2,3) \cdot 1,2 = 9,3 \text{ cm}^2$, für die zweite

$$10 - 1,2 - 2,3 = 6,5 \cdot 1,2 = 7,8 \text{ cm}^2$$

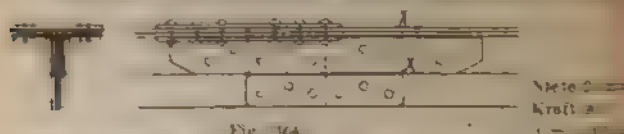
Dementsprechend werden für die Laschen Flachisen 90 · 14 bzw. 75 · 15 gewählt. Der kleine Verlust an Querschnitt bei der inneren Abrundung braucht nicht berücksichtigt zu werden.

3. Stöße der Lamellen.

Die Lamellen werden in der Regel durch dasselbe Profil verlascht. Es ist nicht immer möglich, den Stofs unmittelbar zu decken, alsdann ist nach Schwedler die Summe der erforderlichen Nietquerschnitte auf jeder Seite der Stofsuge gleich der $\sigma + 1$ fachen Anzahl der unter sonst gleichen Verhältnissen für die

direkte Stofdeckung erforderlichen Niets zu sein. Hier bezeichnet n die Anzahl der zwischen Deckast- und Stofs liegenden Lamellen. Bis auf drei Lamellen lassen sich ohne großen Materialaufwand stellen.

Die Bezeichnung geht von der Hand eines Betrachters aus, z.



Zu kluge Beschäftigung der Note: $1 = 10^{-10} \text{ bzw. } 10^{-11} \text{ bzw. } 10^{-12}$
 für die vier Noten zu L.A. 0, 10, 20, 30 cm

| | Fr
Fächer | Er
Fächer | Go
auf 10 | Uml. der N
10 |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. und Netto
Fächer | 1. und Netto
Fächer | 1. und Netto
Fächer | 1. und Netto
Fächer | 1. und Netto
Fächer |
| 2. und Netto
Fächer | 2. und Netto
Fächer | 2. und Netto
Fächer | 2. und Netto
Fächer | 2. und Netto
Fächer |
| 3. und Netto
Fächer | 3. und Netto
Fächer | 3. und Netto
Fächer | 3. und Netto
Fächer | 3. und Netto
Fächer |
| 4. und Netto
Fächer | 4. und Netto
Fächer | 4. und Netto
Fächer | 4. und Netto
Fächer | 4. und Netto
Fächer |
| 5. und Netto
Fächer | 5. und Netto
Fächer | 5. und Netto
Fächer | 5. und Netto
Fächer | 5. und Netto
Fächer |
| 6. und Netto
Fächer | 6. und Netto
Fächer | 6. und Netto
Fächer | 6. und Netto
Fächer | 6. und Netto
Fächer |
| 7. und Netto
Fächer | 7. und Netto
Fächer | 7. und Netto
Fächer | 7. und Netto
Fächer | 7. und Netto
Fächer |
| 8. und Netto
Fächer | 8. und Netto
Fächer | 8. und Netto
Fächer | 8. und Netto
Fächer | 8. und Netto
Fächer |
| 9. und Netto
Fächer | 9. und Netto
Fächer | 9. und Netto
Fächer | 9. und Netto
Fächer | 9. und Netto
Fächer |
| 10. und Netto
Fächer | 10. und Netto
Fächer | 10. und Netto
Fächer | 10. und Netto
Fächer | 10. und Netto
Fächer |

The Young of the Nation are here to stay.

Das von unsse indigat geduckte Stuck des Kisten ist ein Stuck
das den Namen vers ist volles der verkehrten, schenke der
ein Stucke für die nicht sich betrachtet werden können. In
Werkzeuge selbst und so viel gesehen, dass sie nicht mehr
ein Stuck der für das Stücken in Betracht kommen. Nicht
beachtet, das ist der A. X. Eine Kiste der eine Schenke, das ist
ein Stuck der für die Stucke. Für die ungerichten Schenke wird
ein Stuck der Stucke. Die Schenke nicht in eine Schenke
in der Stucke der Stucke.

Der ... hat die volle Wiederherstellung ...
... das ... und ...
...

57. Bildung von Ecken und Säulenfüßen.

Bei den Eisenkonstruktionen bietet die Bildung von Biege-festen Ecken immer Schwierigkeiten. Nachfolgend kann man eine sanfte Übergangskurve ausführen. Ist die Krümmung nur einigermaßen scharf, so wachsen die Schwierigkeiten ganz erheblich. An der inneren

ng muß die Nietteilung so eng sein, daß die einzelnen Teile der Gurtung zwischen zwei Nieten als ein betrachtet werden können, sonst beteiligen sie an der Übertragung von Zugspannungen nicht. Ist die zulässige Spannung $\sigma = 1,0 \text{ t/cm}^2$ beträgt die Vergrößerung des Eisens $1/21_{10}$, der Unterschied zwischen Bogen und Sehne darf nicht größer als dieser sein, was $R = 9,5 l$ bedingt. Ist also die Entfernung der Niete rund $1/10 R$, so darf nicht mehr auf die Wirkung der Lamellen gerechnet werden, die die Stangen mus-

stangen müssen sich anders verhalten, als man annimmt, d. h. die einzelnen Teile in hoher Betrachtung.

Die Profile (I- und C-Profile) lassen sich nicht biegen; die Verarbeitung in diesem Zustande ist einwand-

Jedenfalls ist die Verteilung der Spannungen nicht weiteres nach den gewöhnlichen Formeln zu berechnen, da diese voraussetzen, daß der Körper ein Ganzes bildet und nicht aus zusammengefügt Teilen besteht.

Man tut also gut, scharf gekrümmte Ecken zu vermeiden und die einzelnen Teile direkt zu verbinden. Eine praktisch gut anwendbare Lösung der Aufgabe ist in Fig. 365. Der horizontale wie der vertikale Träger bestehen nur aus Stahlblech und je zwei Winkelseisen. Die Deckung des Stosses der Stahlbleche muß genau gesucht werden, desgleichen die Anschlüsse der Winkelseisen. Bei den letzteren kann es nützlich sein,

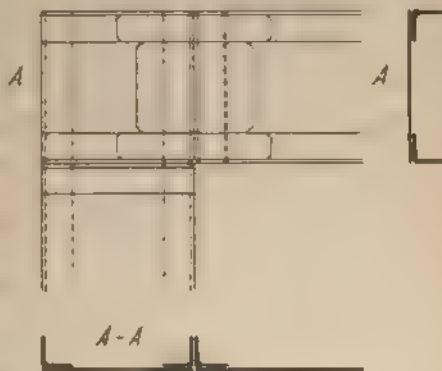


Fig. 365

Hierbei sind zu beachten, daß nach dem freistehenden Winkel auszuführen, wie in der Figur angedeutet, der Querschnitt nicht in Bezug auf eine vertikale Ebene unsymmetrisch, die Konstruktion ist deshalb nur dort anwendbar, wo eine zwei-fache-symmetrische Anordnung und damit fest verbunden ist. So gelte der besselige Träger zwei Winkel in jeder Richtung einander zu kann man sich helfen, indem man je einen durchgehen läßt und den zweiten mit einem Haken

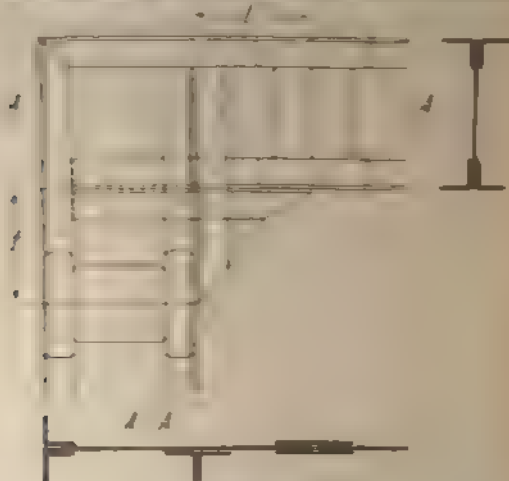


Fig. 366

winkel anschließt und die Übertragung der Spannungen durch das Eckblech ermöglicht Fig. 366. Der Anschluß der äußeren Winkel bietet keine Schwierigkeit. Hier kann man wohl rechnen, daß der Querschnitt der Träger ungeschwächt über die Ecke geht. Die Steifigkeit kann noch etwas erhöht werden, indem man die innere Seite des Eckbleches gerade macht und mit Winkeln säumt. Eine solche Versteifung kann aber nicht rechnungsmäßig berücksichtigt werden; vielmehr nimmt man am besten an, daß beide Träger bis zum Anschluß mit unverändertem Querschnitt durchgehen

Die Strecke t muß so groß gewählt werden, daß man dort den Hilfswinkel gut anschließen kann.

Diese Konstruktion ermöglicht die Anwendung von asymmetrischen Balken, zwingt also nicht zur Anordnung doppelter Querschnitte. Trotz alledem wird man nur ausnahmsweise ein System anwenden, welches senkrecht zu seiner Ebene eine so geringe Steifigkeit besitzt wie das hier gezeichnete.

Auch für Träger mit je einer Lamelle oben und unten kann man diese Konstruktion anwenden. Die innere Lamelle muß in diesem Fall aufgeschlitzt werden, um das Eckblech durchzulassen. Die eine Hälfte kann durchgeführt werden, die andere muß innerhalb der Strecke t vollständig angeschlossen werden.

Die Anwendung sehr kräftiger Gurtungen ist schon durch den Umstand ausgeschlossen, daß die auf das Stahlblech des anderen Trägers zu übertragende Kraft bald die Grenze übersteigt, die ein richtiger Nietanschluss bedingt.

Ein anderes Beispiel zur Bildung von Ecken zeigt Fig. 367, welche den Fuß einer eingespannten Säule darstellt. Die unteren Querträger müssen da unterbrochen werden, wo das Anschlussblech der Langträger durchgeht; die lange Lasche muß die Kraft des Zuggurtes übertragen; die Anschlusswinkel übertragen die Querkraft, das Fußblech die Druckkraft.

Eine solche Konstruktion ist für nicht allzu große Einspannungsmomente sehr geeignet. Für große Einspannungsmomente kann man die Konstruktion der Fig. 368 anwenden, die ohne weiteres verständlich ist. Es ist hier unbedingt notwendig die Quer- und Langträger ziemlich hoch zu konstruieren, um für die Anschlüsse die erforderliche Anzahl Niete unterbringen zu können. Wie eine Lamelle des senkrechten Trägers angeschlossen werden kann, ist aus der Figur ersichtlich. Es macht aber Schwierigkeiten, mehr als eine regelrecht zu verbinden.

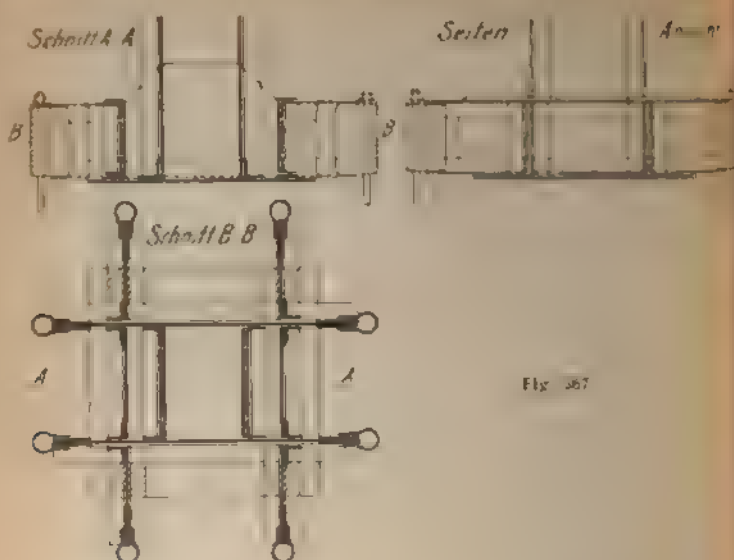


Fig. 367

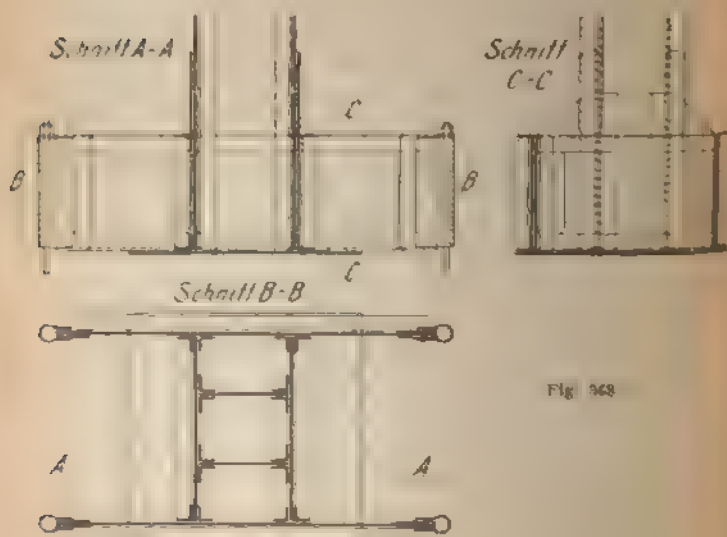


Fig. 368

88. Verankerungen.

Ist ein Lager unter Umständen negativen Auflagerkräften ausgesetzt, so wird eine Verankerung erforderlich. Bei der Berechnung der Anker ist zu berücksichtigen, daß die Kraft auf jede Schraube nicht immer ohne weiteres gleich der gesamten negativen Kraft, dividiert durch die Anzahl der Schrauben, anzunehmen ist.

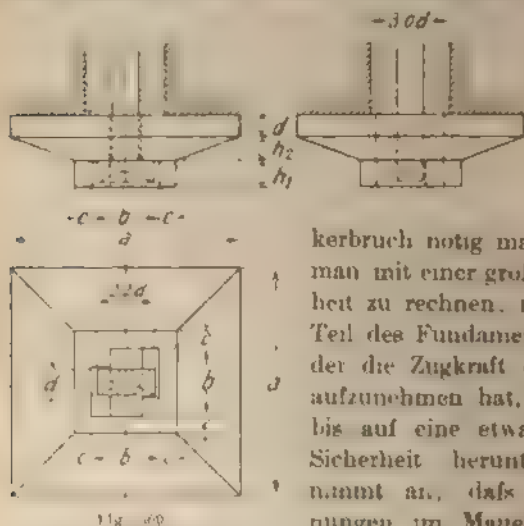
Soll der zu verankernde Fuß als eingespannt gelten, so ist das Einspannungsmoment (einschl. Temperatur einfluß), zu berücksichtigen. Gelenkig gestützte Füße dürfen durch die Anker in ihren Pendelbewegungen nicht gehindert werden.

Ist eine Pendelbewegung nur in einer Richtung erforderlich, so kann diese mit Hilfe eines Tangentialkipplagers (Fig. 384) ermöglicht werden. Soll die Bewegung in jeder Richtung möglich sein, so muß man ein Kugellager verwenden. Die Verankerung eines solchen Fußes durch Anordnung einer einzigen Ankerschraube im Mittelpunkt der sphärischen Fläche ist im allgemeinen nicht empfehlenswert, weil ein großer Teil der wirksamen Tragfläche verloren geht, außerdem bleibt in den meisten Fällen die Schraubenmutter vollständig versteckt, diese Anordnung ist nur für sehr kleine Kräfte zulässig. Besser ist es, zwei Anker mit einem Balancier zu verbinden, der seinen Stützpunkt auf einem Kugelgelenk über dem Mittelpunkt der Lagerkugelfläche hat. Wollte man hier vier Ankerschrauben verwenden, so wäre die Anordnung eines Längs- und zweier Querbalanziere geboten, eine komplizierte und unschöne Konstruktion.

Die Schrauben kann man nur mit 0,6 bis 0,8 t/cm² in der Kernfläche beanspruchen mit Rücksicht darauf, daß die zugrunde gelegte Kraft nicht der tatsächlich vorhandenen entspricht, da die Mutter von vornherein stramm angezogen wird, so daß der Zug in der Schraube nicht unwesentlich höher sein kann. Auch für

alle anderen Teile, wo dieser Umstand von Einfluß ist, muß eine entsprechend niedrige Beanspruchung gewählt werden.

Die übliche Voraussetzung, daß die horizontalen Kräfte sich nur auf die Stützen verteilen, auf denen ein positiver Druck herrscht, ist nicht empfehlenswert, vielmehr sollte man untersuchen, ob der verankerte Fuß umstande ist, den auf ihn kommenden Teil der horizontalen Kraft aufzunehmen. Dabei kann man den Unterschied zwischen aktivem und passivem Erddruck, die Reibung zwischen verankertem und unverankertem Mauerwerk (Koeffizient 0,50) sowie die Scherfestigkeit des Mauerwerks mit 1 kg/cm^2 in Rechnung ziehen.



Mit Rücksicht auf die sehr umständliche Arbeit, die ein An-

kerbruch nötig macht, pflegt man mit einer großen Sicherheit zu rechnen, nur für den Teil des Fundamentgewichtes, der die Zugkraft des Ankers aufzunehmen hat, geht man bis auf eine etwa 12fache Sicherheit herunter. Man nimmt an, daß die Spannungen im Mauerwerk sich

lang einer 45° geneigten Ebene fortpflanzen, und rechnet danach das wirksame Gewicht.

Eine übliche Form für Ankerplatten (aus Gußeisen) ist in Fig. 369 dargestellt. Man kann etwa nehmen

$d = 1,7 \sqrt{P}$ bzw. $1,5 \sqrt{P}$ je nachdem die Beanspruchung $0,6$ bzw. $0,8 \text{ t/cm}^2$ gewählt wird.

$a = 12 \sqrt{P}$ Beanspruchung des Mauerwerkes etwa 7 kg/cm^2 ,

$$h_1 = h_2 - \frac{a}{10}$$

$$b = 2,5 d,$$

$$c = 0,4 \sqrt{a} \quad (P \text{ in t, alle Maße in cm.})$$

Das Gewicht einer solchen Platte ist:

$$G = \frac{3}{8} P \sqrt{P} + 31 \text{ kg}$$

Wenn die Kraft P mehr als etwa 15 t beträgt, werden eiserne Unterzüge aus [bzw. I-Profilen) anstatt Platten verwendet. Man pilegt sie auf Biegung zu berechnen unter der Annahme, daß die Kraft sich gleichmäßig auf die ganze Länge verteilt.

Bei Fundamenten, die ausschließlich aus Beton bestehen, hat man in der letzten Zeit den ganzen Block durch Eiseneinlagen in Mitleidenschaft gezogen, eine Konstruktion, die in jeder Hinsicht empfehlenswert erscheint.

89. Gelenke.

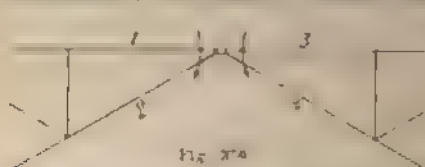
Gelenke werden in den Konstruktionen eingeschaltet, um in gewissen Punkten das Moment gleich Null zu machen; vertikale, sowie horizontale Querkraft und in den meisten Fällen auch Langkräfte müssen mit Sicherheit übertragen werden.¹

In Einklang mit der gewöhnlichen Annahme, daß in jedem Knotenpunkt eines Fachwerkes sich ein Gelenk befindet, hat man oft bei Fachwerken die Gelenke einfach dadurch bewerkstelligt, daß man einen Gurtstab fortgelassen oder nur blind angeschlossen hat. Wenn es auch zulässig ist, für die statische Berechnung in dem betreffenden Knotenpunkt ein wirkliches Gelenk

¹ Es kann nur empfohlen werden, Gelenke möglichst zu vermeiden, da die theoretischen Bedingungen, besonders bezüglich der Übertragung der Querkraft, nur unvollkommen erfüllt werden können.

anzunehmen, so darf man doch nicht vernachlässigen, die Festigkeit der so wichtigen Verbindung zwischen zwei Konstruktionsteilen näher zu untersuchen. Dort werden nämlich gewisse Momente übertragen, welche zwar keinen nennenswerten Einfluss auf das Hauptsystem haben, aber die Nietverbindungen sehr stark beanspruchen.

Zu einer solchen Untersuchung ist es nötig, die gegenseitige Drehung der beiden angeschlossenen Teile zu kennen. Für einen bestimmten Belastungszustand kommt man mit einem Verschiebungsplan aus, wobei es unter der Voraussetzung, dass alle Stäbe geradlinig bleiben, leicht ist, den gesuchten Winkel zu berechnen. Empfehlenswert ist die Konstruktion einer besonderen Einflusslinie; zu diesem Zwecke denkt man sich jeden



der beiden angeschlossenen Konstruktionsteile durch das Moment 1 tcm belastet, wie in

Fig. 370 schematisch dargestellt, die Biegungslinie der belasteten Gurte ist die gesuchte Einflusslinie, wenn eine Last $P = 1$ t die gegenseitige Drehung der beiden Teile um den Winkel γ im Bogenmaße bewirkt (γ ist die Ordinate unter der Last P). Annäherungsweise kann man das eintretende Moment durch die Formel

$$M = \frac{9}{2} E \gamma \left(\frac{J_1}{l_1} + \frac{J_2}{l_2} + \frac{J_3}{l_3} \right), \text{ wo } \gamma \text{ der}$$

Drehwinkel darstellt. Für dieses Moment und für die Quer- und Longskraft muß die Nietverbindung gerechnet werden. Um die Beanspruchungen in mäßigen Grenzen zu halten, kann man den Anschluß erst dann endgültig fest zusammennieten, nachdem das Bauwerk ausgemauert ist und die ganze bestehende Last nebst einem Teil der zufälligen Last trägt oder durch eine künstliche Belastung der entsprechende Winkel hervorgerufen wird.

Die Ausführung bietet indes manche Schwierigkeiten. Es kann nur empfohlen werden, das Gelenk als solches wirklich auszuführen. Eine Ausnahme kann eventuell zulässig sein für Bauwerke, die hauptsächlich durch ständige Last belastet sind, wenn man auf die dadurch bewirkte Drehung Rücksicht nimmt.

a) Das Federblattgelenk.

Eine Besserung der oben erwähnten Konstruktion ist die Durchführung einer oder mehrerer Lamellen, welche wegen ihrer geringen Stärke eine Durchbiegung zulassen, ohne daß übermäßig große Spannungen eintreten. Es werden also keine Momente übertragen, nur Kräfte, welche in der Ebene der Lamellen wirken. Kommen dazu auch rechtwinklige Kräfte in Betracht, so ist eine besondere Konstruktion erforderlich. — Derartige Gelenke werden sehr oft angewendet, sie sind an und für sich einwandfrei, aber zur Übertragung großer Kräfte wenig geeignet, auch ist die mögliche gegenwärtige Drehung beider angeschlossener Teile sehr klein.

Kann das Blech auch auf Druck beansprucht werden, so muß es auf Knickseherheit untersucht werden. Man kann vorläufig annehmen, daß die erforderliche Stärke etwa $\frac{1}{20}$ der Länge zwischen den eingespannten Querschnitten beträgt. Außer der Beanspruchung durch die direkt zu übertragende Kraft kommen im Gelenkblatt nicht unbeträchtliche Nebenspannungen vor.

Drehen sich die beiden verbundenen Teile gegeneinander um den Winkel α in Bogenmaß, so ist die entsprechende Spannung: $\sigma' = \frac{E \alpha l}{2 l}$. findet eine

Parallelverschiebung δ statt, so ist: $\sigma'' = \frac{E \delta \delta}{2 l^2}$.

Blechstärke, $l =$ Länge. Die Nebenspannungen infolge des exzentrischen Anschlusses werden meistens außer acht gelassen. Mit der zunehmenden Beanspruchung geht man ziemlich hoch, etwa 1.3 bis 1.4 t/cm² in dem durch

die Nietlöcher abgeschwächten Querschnitt. Die Nieten dürfen nicht höher als $0,8 \text{ t/cm}^2$ auf Abscherung $1,6 \text{ t/cm}^2$ auf Leibungsdruck beansprucht werden.

In den meisten Ausführungen haben die Federblattgelenke den Nachteil, daß gewisse Teile der Konstruktion schwer zugänglich sind. In der in Fig. 371

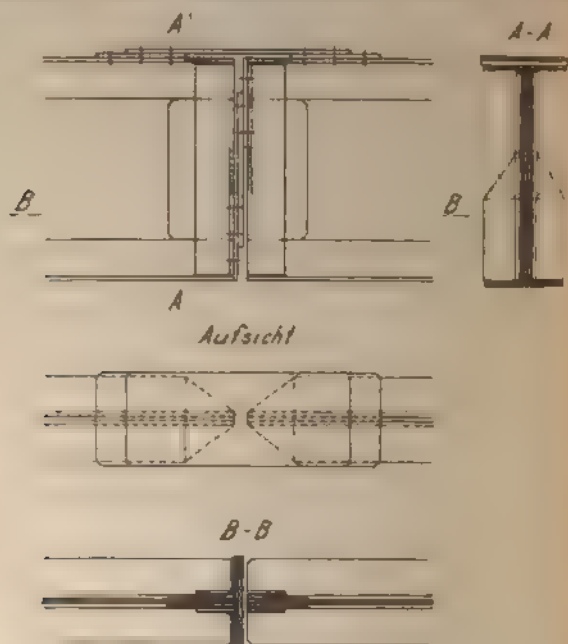


Fig. 371

dargestellten Anordnung muß man darauf verzichten, eine Versteifung am Ende jedes Trägers anzubringen; eine solche muß vielmehr etwas zurückliegen. Die horizontale Verbindung der beiden Träger kann auch auf halber Höhe angeordnet werden, was aber im allgemeinen wenig zu empfehlen ist, denn die Konstruktion wird kompliziert und nimmt viel Raum in Anspruch.

In dem Gelenk der Fig 372 sind die inneren Flächen des Federblattes und einige Niete schwer zugänglich, was die Konstruktion als mangelhaft erscheinen läßt.

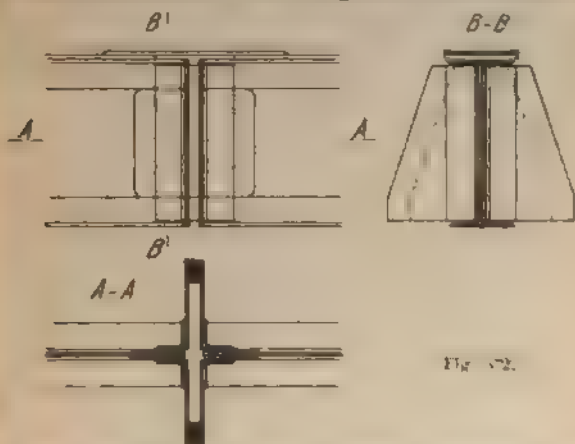


Fig. 372.

Sie kann jedoch für niedrige Balken verwendet werden, wo dieser Nachteil nicht sehr scharf hervortritt.



Fig. 373.

Das Federblattgelenk kann unter Umständen die Rolle eines beweglichen Lagers spielen, z. B. bei Gerberschen Balken. Diese Konstruktion ist aber sehr selten anwendbar, da die verhältnismäßig große Horizontalverschiebung eines Teiles gegenüber dem anderen starke Beanspruchungen im Federblatt verursacht.

b) Lagergelenke.

Ähnlich wie bei den Tangentialklapplagern hat man oft Gelenke ausgeführt, welche den oben besprochenen vorzuziehen sind. Für die Berechnung siehe Seite 484.

Das Beispiel von Fig. 373 ist ohne weiteres verstandlich. Man muß für eine kräftige Versteifung des exzentrisch belasteten Trägers sorgen und ebenfalls durch eine passende Konstruktion hindern, daß der aufgehängte Träger sich auf dem Lager horizontal verschieben kann, sowohl in der Längs- wie in der Querrichtung.

Ganz ähnlich kann ein Gelenk zwischen zwei in derselben Richtung liegenden Trägern gebaut werden.



Fig. 374

Für kleine Auflagerkräfte hat man auch die Anordnung der Fig. 374 angewendet. Es ist hier besonders wichtig, daß der aufgehängte Träger sich frei um den Auflagerpunkt drehen und sich doch von dem Querträger nicht entfernen kann. Zu diesem Zwecke kann man ein horizontales Federblatt verwenden; einfacher ist aber die in größerem Maßstab skizzierte Anwendung einer Schraube mit dickem, gewölbtem Kopf. Die \perp Eisen werden am besten durch Schrauben an dem Querträger befestigt, damit das eigentliche Gelenk leicht untersucht werden kann.

c) Holzgelenke.

Der Bolzen muß untersucht werden:

1. Auf Scherfestigkeit. Die Querkraft verteilt sich nicht gleichmäßig über die ganze Fläche, sondern ist vgl. Seite 69

$$t_{\text{max}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{d^2} = 1.73 \frac{Q}{d^2}$$

Die Beanspruchung kann etwa 0.8 derjenigen des Materials Stahl auf Zug oder Druck gewählt werden.

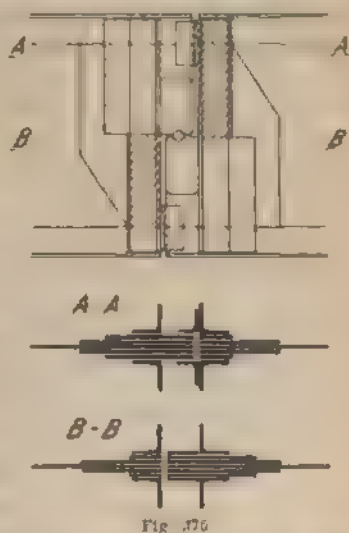
2. Auf Lochleibungsdruck Mit Rücksicht auf die sich immer wiederholende Bewegung der sich berühren den Flächen ist auf grund der bei amerikanischen Brücken gemachten Erfahrung) der Leibungsdruck nicht höher anzunehmen als die Hauptspannung in den angeschlossenen Balken

3 Auf Biegung Der Bolzen wird als ein Träger betrachtet, der durch Kräfte belastet wird, welche in der Mittellinie jedes gefalzten Blechstreifens angreifen

Bolzgelenke sind nur für kleine Kräfte anwendbar, denn bei großen Durchmessern erfordern sie besondere Konstruktionen, und die Reibung wird so bedeutend, daß nicht unwesentliche Nebenspannungen eintreten.

Eine andere Anordnung von Bolzgelenken die im allgemeinen vorzuziehen ist, besteht in der Ausnutzung des Materials, ähnlich wie bei den Lagern. Indem wir für die Berechnung des Bolzens auf Seite 478 hinweisen, geben wir in Fig. 375 ein Beispiel dazu. Es ist hier ratsam,

aufser den angegebenen Führungen, welche die gegenwärtige Lage der Stahlbleche sichern, noch ein Federblatt anzuordnen, damit die Langkräfte das eigentliche Gelenk nicht beanspruchen. Dasselbe kann aus zwei Flacheisen bestehen die in der Höhe des Bolzens rechts und links davon horizontal laufen und mittels kräftiger Winkelleisen mit den Stahlblechen verbunden



sind. Es empfiehlt sich, diese Winkelseisen durch Schrauben mit den Trägern zu verbinden, nicht durch Niete, die unter Umständen auf Zug beansprucht würden.

Durch eine kleine Änderung kann man aus diesem Gelenk ein bewegliches Lager machen, welches so wie ein Tangentialkipplager zu berechnen ist.

d) Schwere Gelenke.

Zur Übertragung sehr großer Druckkräfte, besonders für Dreigelenkbogen, wird ein Bolzenlager (Fig. 376) oder ein Tangentialkipplager (Fig. 377) angewendet, wenn zur Übertragung der Querkräfte Dubel aus hartem



Fig. 376

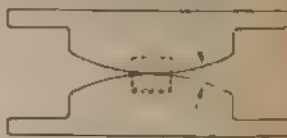


Fig. 377

Stahl eingesetzt werden. Jeder Dubel sitzt auf der einen Seite fest, sein herausragender Teil ist nach Art der Zahnrad so geformt, daß er, trotz der Bewegungen des Gelenkes, die Wände des Einschnittes immer satt berührt, was eine sehr genaue Arbeit voraussetzt.

Den Halbmesser r der krummen Flächen bestimmt man mit Hilfe folgender Formel (nur für Stahl und Gußeisen) $r/l = 20 P$, r und l in cm, P in t, wo l die Länge der sich berührenden Flächen parallel zur Zylinderachse bezeichnet.

e) Gelenke für Gewölbe.

In neuerer Zeit hat man vielfach gemauerte Bogen mit drei Gelenken ausgeführt, wodurch einerseits die Berechnung wesentlich leichter und sicherer wird, ander

seits eine gewisse Ersparnis an Material erzielt werden kann

Die Gelenke sind entweder, wie die eben angeführten, aus Stahl gemacht worden, oder man hat einfach eine Konstruktion gewählt ähnlich wie in Fig. 377, nur daß die gewölbten Flächen aus Granit bestehen¹⁾ In diesem Fall ist nach den Versuchen von Bach nicht allein die größte Druckspannung in der Mitte der Berührungsebene sondern auch die Zugspannung auf der Rückseite des Granitquaders für den Bruch maßgebend. Granitgelenke aus einem flachen und einem gewölbten Stück bestehend, 35 cm stark, 20 cm lang, brachen bei einer Belastung von

96, 117, 145 t,

wenn der Halbmesser 25, 100, 375 cm betrug.

In Ermangelung genauerer Angaben bleibt dem Konstrukteur nichts anderes übrig, als sich auf diese Zahlen stützend, seine Gelenke mit reichlicher Sicherheit zu dimensionieren und vor der Ausführung sich durch Versuche mit dem zu verwendenden Material über die Festigkeit dieses wichtigen Konstruktionselementes zu überzeugen

Die Gelenke werden mitunter durch Bleieinlagen ersetzt, es gelangt dazu Walzblei zur Verwendung, und zwar 2—3 cm dick, etwa $\frac{1}{3}$ der Gewölbstarke breit. Die zulässige Beanspruchung beträgt 100—120 kg/cm².

Bei der bedeutenden Breite der Auflagerfläche erscheint eine gegenseitige Bewegung der beiden Teile nicht wahrscheinlich. Es empfiehlt sich daher, den Einfluß der Verkehrslast auch ohne Rücksicht auf die Bleieinlagen zu untersuchen.

Unter allen Umständen ist dafür zu sorgen, daß nur eine Drehung, keine lotrechte Verschiebung in den Gelenken stattfinden kann.

¹⁾ Eine andere Form der Gelenke ist von Bakke und unterrichtet worden. Das betreffende Patent ist in Schweden im Jahre 1904 erteilt worden.

90. Lager.

a) Allgemeines.

Das für die Auflager verwendete Material ist meistens Stahlguss, selten Gussseisen, höchstens bei kleinen Brücken u. dgl. Auch Walzeisen (Rundseisen für Rollen und Rollen, Schienen oder ähnliche Profile für Unterlagen) kommen selten zur Verwendung. Jeder Hauptträger erhält ein festes und ein bewegliches Lager. Für kleine Brücken — bis etwa 30 m Spannweite — sind Gleitlager zulässig, vorausgesetzt, daß die Pfeiler so durch die Reibung entstehenden Kräfte (Reibungskoeffizient ca. 0,3) aufnehmen können. Das feste Lager erhält Knaggen, die das Gleiten der Brücke hindern. Die horizontalen Querkraften werden durch die Rollen übertragen; trotzdem werden beide Lager mit Führungsrippen versehen.

Bei sehr breiten Brücken wird mitunter nur ein Lager fest ausgeführt und die übrigen so angeordnet, daß die Verschiebung in einer bestimmten Richtung geschieht.

Über die Spannungen, welche bei elastischen gegeneinander gedruckten Körpern eintreten, ist man heute noch im unklaren. Die Anwendung folgender Formeln führt zu Ergebnissen, die im Einklang mit guten Ausführungen stehen, sich aber wissenschaftlich nicht rechtfertigen lassen.

Der Auflagerdruck P ist in l angenommen. Als Material Stahlguss oder Gussseisen vorausgesetzt. Alle Maße sind in cm.

$$\text{Zylinder und ebene Platte. } r = \frac{10 P}{l}$$

$$\text{Zwei parallele Zylinder } \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{l}{10 P}$$

Für eine hohle Zylinderfläche ist r_2 negativ zu setzen.
Bolzen in genau anschließenden zylindrischen

$$\text{Hohlflächen } d = \frac{1,6 P}{l}$$

Kugel und Platte: $r = 37 \sqrt{P}$.

Zwei Kugeln $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{37 \sqrt{P}}$.

Für eine hohle Kugelfläche ist r_2 negativ zu setzen.

Kugel in genau anschließender Kugelfläche

$$r = \sqrt[3]{\frac{1}{4} P}.$$

Alle diese Formeln setzen eine gleichmäßige Ver-
g der Kraft P voraus und lassen eine sehr hohe
spruchung des Materials zu. Man muß also alle
stenden Kräfte auch Winddruck, Bremskräfte u. dgl.)
ksichtigen, selbst unter unwahrscheinlichen An-
zen. Ein Zuschlag von etwa 5% ist schließlich
am Platz, um den Einfluß der elastischen Form-
rung der einzelnen Teile auf die Verteilung der
nungen einigermaßen zu berücksichtigen.

Die einzelnen Teile der Lager aus Stahlguss be-
und werden auf grund einer zulässigen Biegungs-
nung von $1,00 \text{ t/cm}^2$ dimensioniert unter der An-
ze, daß die Kraft, die auf einer Seite konzentriert
3 auf der anderen gleichmäßig verteilt ist.

Granitquader dürfen auf 45 kg/cm^2 beansprucht
en, für Kalkstein kann man 25 kg/cm^2 , für Sand-
15 - 30 kg/cm^2 annehmen.

Die Längenänderung eines L m langen Stabes in-
einer Temperaturänderung von $\pm 40^\circ \text{C}$ ist

$$\pm \frac{L}{21} \text{ cm}$$

Infolge der Belastung durch Verkehrslast streckt

der Untergurt der Brücken um $J_2 L = \frac{L \cdot \sigma}{21,5}$ wo

Spannung in t/cm^2 . Mit einem mittleren Wert

0,7 hat man: $J_2 L = \frac{L}{31}$.

Das bewegliche Lager muß also im allgemeinen

Verschiebung von $\pm 11 L = J_1 L + J_2 L = \frac{L}{12,5} \text{ cm}$

gestatten. Man tut gut, noch etwas zuzuschlagen, ca. 2 bis 6 cm, um etwaige Fehler in der Aufstellung zu berücksichtigen.

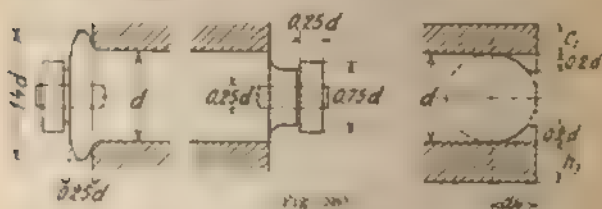
Im folgenden sind einige nähere Angaben über die üblichen Lagerkonstruktionen angeführt

b. Das Bolzenkipplager.

Die Anzahl der Rollen nehme man $n = 4 + \frac{P}{10}$, den Durchmesser $d = \frac{20 P}{n l_2}$, den Zwischenraum 0,5 bis 0,8 cm (Fig. 380)

Mit bezug auf Fig. 378 und 379 kann man folgende Abmessungen annehmen, die eine Biegungsspannung von $1,0 \text{ t/cm}^2$ voraussetzen (P in t, alle Maße in cm).

$$\begin{aligned} a &= 30 + \frac{P}{10} & l_1 &= 32 + \frac{P}{15} & h_1 &= 1 + \frac{P - 30}{10} \\ c &= 23 \frac{P}{l_2} & l_2 &= 36 + \frac{P}{11} & h_2 &= 43,5 + \frac{P}{10} \\ d &= 3 + \frac{P}{200} & D &= 1 + 1,6 \frac{P}{l_1} & h_3 &= 4 + \frac{P}{150} \\ e &= 2 + \frac{P}{400} \end{aligned}$$



Den hier angegebenen Maßen entspricht die Gesamthöhe $H = 4,13 + \frac{P}{20}$

Beim genauen Zeichnen des Lagers wird man kleine Maßänderungen vornehmen; insbesondere muß man auf die Form des Untergurtes der Brücke Rücksicht nehmen

¹ Besser noch als nicht besonders wenn die vorhandene Konstruktion eine andere Konstruktion nehmen kann für die vorliegende Aufgabe

Dafs das Gewicht eines solchen Lagers mit keiner grofsen Genauigkeit von vornherein anzugeben ist, hängt mit den Umständen zusammen, dafs die Breite des Gatters nicht bekannt ist und dafs die Anzahl der Rippen s mit zunehmendem P sprungweise ändert. Zudem genaue Werte liefern folgende Formeln:

$$\text{Bewegliches Lager } G = \frac{P}{100} (410 + P) \text{ kg}$$

$$\text{Festes Lager: } G = \frac{P}{100} (180 + 0.55 P) \text{ kg}$$

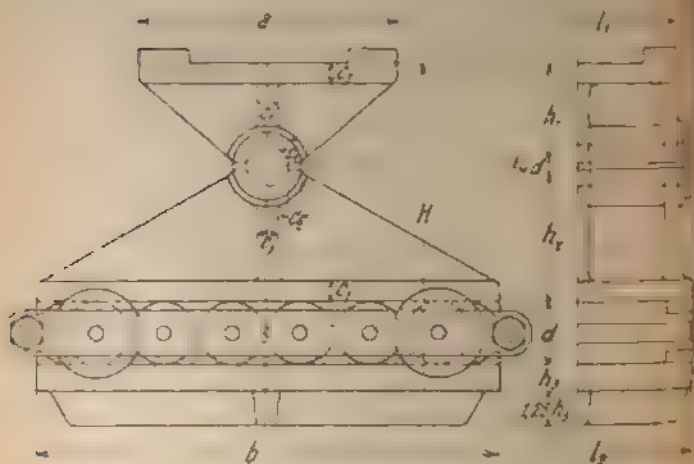


Fig. 381

Wenn man nicht genötigt ist, die Höhe H auf das äußerste zu reduzieren, ist es ratsam, den oberen und unteren Teil nicht voll sondern mit Aussparungen auszuführen (Fig. 381 und 382). Die Gesamtstärke der Rippen (auf 3 oder mehr verteilt) nimmt man

$$s = 7 + \frac{P}{40}$$

Außerdem $h_1 = 1.36 \sqrt{P}$, $h_2 = 2.40 \sqrt{P} - 8$. Die anderen Maße bleiben wie oben.

Hiermach ist die Gesamthöhe annäherungsweise
 $4,58 \sqrt{P}$. Das Gewicht ist.

Bewegliches Lager: $G = \frac{P}{100} (390 + 1,05 P)$ kg

Festes Lager: $G = \frac{P}{100} (150 + 0,45 P)$ kg.

Das Gewicht der einzelnen Teile kann sowohl für dieses Muster wie für das vorige aus dem Gesamtgewicht des beweglichen Lagers mit einer rohen Annäherung, wie folgt, abgeleitet werden.

| | | | | |
|-----------|-----|--------------------------|---------------|-----|
| Oberteil | 17% | des Gesamt-
gewichtes | Untere Platte | 20% |
| Unterteil | 31% | | Bolzen | 2% |
| | | | Walzen | 30% |

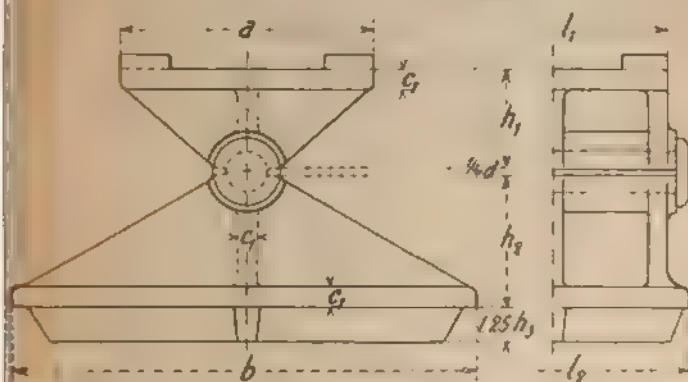


Fig. 382

Die untere Platte wird am besten nicht in den Stein eingelassen, sondern einfach daraufgelegt. Die Zementfuge wird 15—20 mm stark angenommen. Die untere Kreuzrippe hat mehr den Zweck, die Platte etwas zu verstärken, als sie auf dem Stein festzuhalten, sie wird mitunter fortgelassen. Ihr Gewicht beträgt $y = 6 + \frac{8}{100} P + 1,5 \left(\frac{P}{100} \right)^2$ kg. Der (gleichmäßig verteilte) Druck auf den Quader beträgt ca. 44 kg/cm².

Der Reibungskoeffizient eines Rollentagers ist nach

Winkler: $\eta = \frac{1}{7} \frac{d}{d}$ Durchmesser der Rollen in cm

c) Das Stelzenlager.

Für mäßige Auflagerdrücke, bis etwa 120 t ist es vorteilhaft, eine einzige Walze zu benutzen, um die Bolzen und den Unterteil zu sparen. Da die Ausnutzung des ganzen Umfangs der Walze als Auflagerfläche ohne weiteres ausgeschlossen ist, so genügt es nur einen Teil davon auszuführen; alsdann ist man aber nicht gezwungen, der oberen und unteren zylindrischen Fläche eine gemeinschaftliche Achse zu geben, vielmehr kann man für beide einen größeren Halbmesser wählen, als die Hälfte der Höhe (nach Kubler). Mit jeder Verschiebung ist alsdann eine gewisse Hebung der Brücke verbunden und gleichzeitig eine gewisse Langkraft. Beide lassen sich genau berechnen und sind, besonders bei kleiner Brücken, von untergeordneter Bedeutung. Gegebenenfalls muß man bei der Dimensionierung des Untergurtes und der Pfeiler darauf Rücksicht nehmen. Es ist aber nicht zu raten, den Halbmesser sehr groß zu wählen, damit die bei jeder Verschiebung des oberen Teiles eintretende Hebung und entsprechende Horizontalkraft nicht zu groß werden. Wählt man zum Halbmesser

die Höhe der Stelze, so ist: $h_2 = 10 \frac{P}{l_2}$, P in t, h_2 in m, nur die Spannweite l der Brücke in m

Mit Bezug auf Fig. 383 ist für Stahlgufs:

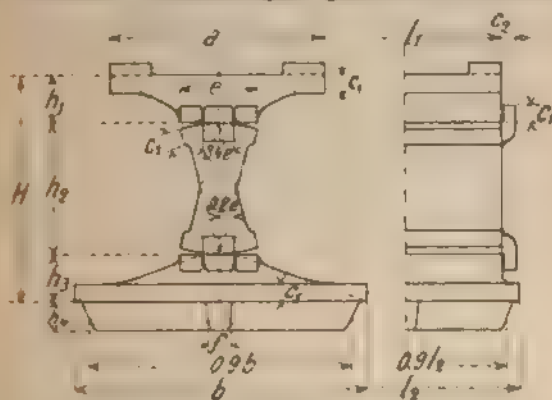
$$\begin{array}{lll} a = 10 + \frac{P}{3}, & l_1 = 32 + \frac{P}{15}, & h_1 = 1,65 + 7,5 \frac{P}{100} \\ b = 26 \frac{P}{l_2}, & l_2 = 36 + \frac{P}{11}, & h_2 = 150 \frac{P}{100} + P \\ c_1 = 1,5 + \frac{P}{50}, & c = \frac{L}{3} + 1, & h_3 = 48 \frac{P}{100} + P \\ c_2 = 0,85 c_1, & f = 0,6 h_4, & h_4 = c_1 + 2. \end{array}$$

Für Stahlgufs maßstablos: h_1 und h_2 mit 2 c_1 mit 1,5 h_4 mit 1,5

Die ganze Höhe ist $H = 6 + 0,386 P$. Das Gewicht ist annäherungsweise $G = 0,27 P + P$ kg, von dem etwa 34% auf den Oberteil, 18% auf die Stelze und 48% auf den Unterteil entfallen. Der Druck auf den Quader ist etwa 39 kg/cm^2 . Die Biegungsspannungen der einzelnen Teile überschreiten nicht $1,05 \text{ t/cm}^2$.

Die Form der Führungszahne ermittelt man am besten durch Versuche.

Ist man genötigt, andere Abmessungen für die Hauptteile zu wählen, was z. B. für Auflager von Gerberschen Zwischenträgern geschieht, so muß man



eine Dimensionierung vornehmen, zu welcher die Druck- bzw. Biegungsspannung von $1,00 \text{ t/cm}$ maßgebend ist. Für die Stelze sind die obigen Formeln zu benutzen.

Die größte Horizontalkraft, welche einer Verschiebung entgegenwirkt, ist einschl. der Reibung,

$$R = \frac{P}{h_2} \left(\frac{L}{13} + 1 \right),$$

wo L in m einzuführen ist.

Bei schweren Brückenlagern hat man oft die gewöhnlichen Rollen durch Stelzen ersetzt, was zu einer gedrängten Konstruktion führt und theoretisch einwandfrei ist. Nur liegt die Gefahr vor, daß die Stelzen

umkippen, was schwere Folgen haben kann. Es ist also dringend zu empfehlen, die Stelzen für eine sehr reichlich bemessene Verschiebung zu konstruieren und für eine sichere Führung derselben zu sorgen. Diese läßt sich am besten durch eine Verzahnung bewerkstelligen (ähnlich wie in Fig. 383), welche entweder bei jeder Stelze oder nur bei der äußeren angeordnet ist. Im letzten Falle sind noch zwei parallele Führungsschienen auf jeder Seite anzubringen.

d) Das Tangentialkipplager.

Dasselbe bietet einen sehr guten Ersatz für das Bolzenkipplager; es gestattet, etwas an Höhe zu sparen.

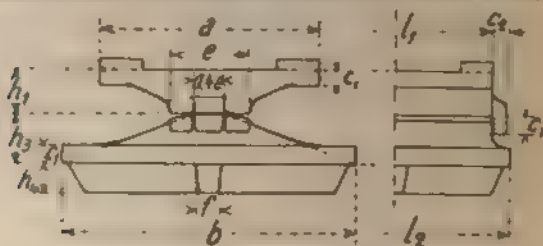


Fig. 384

und bewirkt eine bessere Verteilung des Druckes auf den Quader. Zur Berechnung der Krümmung nimmt man: $r = 10 \frac{P}{l_1}$. Die Übertragung der Horizontalkräfte geschieht durch die Reibung, die mindestens $0,25 P$ beträgt, die Knaggen sind da, um die Montierung zu erleichtern und um das Auge zu befriedigen.

Fig. 384 zeigt ein Tangentialkipplager von dem in Fig. 383 dargestellten abgeleitet und ebenfalls für kleine Kräfte (bis etwa $P = 120 t$) geeignet. Die Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie dort. Mit Hilfe der betreffenden Formeln kann man das Gewicht und die Höhe H mit genügender Annäherung ermitteln.

Für größere Kräfte leitet man die Formen aus denen der Fig. 378 bzw. Fig. 379 ab. Ein beweg

liches Lager ist in Fig. 385 dargestellt. Die Breite r kann etwa $\frac{L}{5} + 5 \text{ cm}$ gemacht werden; für die anderen Maße sind die Formeln auf Seite 478 zu benutzen. Das Gewicht ist in Vergleich zum Bolzenkipplager etwa um $6 \frac{1}{2}\%$ geringer; von diesem Abzug entfällt auf den Ober- bzw. Unterteil je ein Drittel. Der Abzug für die Höhe H ist D .

Für Brücken, wo erhebliche wagerechte Längskräfte vorkommen, ist es sehr empfehlenswert, obwohl nicht

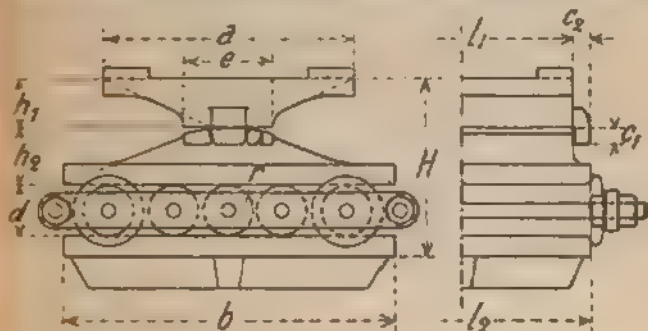


Fig. 385

üblich, die festen Lager mit Bolzen, die beweglichen als Tangentialkipplager auszuführen

e) Lager für Bogenbrücken.

Für Bogen mit zwei Gelenken wird fast ohne Ausnahme das Bolzenkipplager verwendet, obwohl, besonders für größere Brücken, ein Tangentialkipplager auch brauchbar wäre. Allgemeine Formeln und Skizzen lassen sich wegen der Mannigfaltigkeit der vorkommenden Fälle nicht aufstellen. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der Grundformeln, als zulässige Biegungsspannung wird 1.00 t/cm^2 angenommen.

Besonders bei großen Brücken hat man vielfach den Unterteil auf Keile aufgelagert, die eine genaue

Einstellung in jeder Richtung gestatten. Ein besonderer Stuhl aus Stahlguss dient zur Übertragung der Kräfte auf den Quader.

Diese, die Montierung zweifellos erleichternde Anordnung, erscheint nicht unbedingt notwendig, wenn große Fehler in der Lage des Lagerstuhls nicht zu erwarten sind, und kleine Differenzen durch die Zersetzungsstelle leicht ausgeglichen werden können, es ist überhaupt fraglich, ob bei Anwendung von Keilen der Scheitel des Bogens im Scheitel ohne nach Suchmaße ausgeführte Pfahlstücke möglich ist.

f) Gleitlager.

Für kleine Auflagerkräfte, bis ungefähr 40 t. verwendet man Gleitlager. Ein solches ist in Fig. 386 dargestellt. Man kann etwa nehmen für Gußeisen

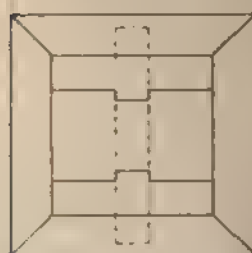
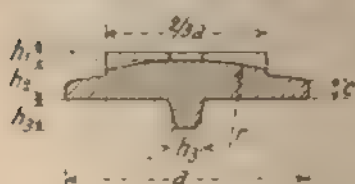
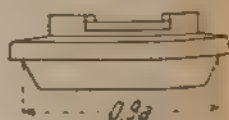


Fig. 386

$$\begin{aligned} a &= 24 + 0,6 P; \\ r &= 45 + 0,8 P; \\ h_1 &= \frac{r}{30}; \\ h_2 &= 16 \text{ mm}; \\ h_3 &= \frac{8}{100} r; \\ c &= 2 + \frac{P}{20}. \end{aligned}$$



Das Gewicht einer solchen Platte ist

$$g = 2,6 P + \left(\frac{P}{8} \right)^2 \text{ kg.}$$

Für das feste Lager sind die Knaggen erforderlich, für das bewegliche müssen sie fortbleiben oder mit dem nö

gen Spiel in die Einschnitte eingreifen. Derartige Platten können auch im Hochbau angewendet werden. Der Druck auf das Mauerwerk überschreitet nicht 18 kg/cm^2 , was für Klinkermauerwerk und verlängertem Zementmörtel keine zu hohe Spannung ist. Für kleinere Kräfte ergibt das Verhältnis noch günstiger.

g) Kugellager.

Nach Fig. 387 kann man nehmen, für Stahl:

$$b = 5 \sqrt{P}, \quad h = 0,9 \sqrt{P}, \quad h_1 = \sqrt{P}; \quad h_2 = 0,8 \sqrt{P}; \quad r = \sqrt[3]{\frac{3}{4} P}$$

Nähere allgemeine Angaben lassen sich nicht aufstellen.

Mitunter kann ein Kugelgelenk mit Vorteil durch ein doppeltes Bolzengelenk (Fig. 388) ersetzt werden, welches wohl jede beliebige Neigung, nicht aber eine Drehung um eine vertikale Achse gestattet.

Unter Annahme eines quadratischen Grundrisses kann man setzen:

$$b = 5 \sqrt{P}, \quad h_1 = h_2 = 0,9 \sqrt{P}, \quad h_3 = 0,9 \sqrt{a}, \quad b = l = 0,75 a, \\ D = 1,6 \sqrt{\frac{P}{l}} + 1. \quad \text{Maße in cm, } P \text{ in t.}$$

b) Doppelbewegliche Lager.

Wird es verlangt, daß ein Lager eine Verschiebung in beliebiger horizontaler Richtung gestattet, so werden

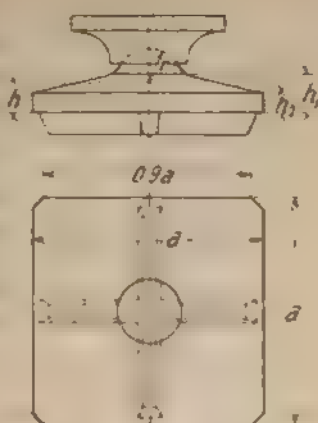


Fig. 387

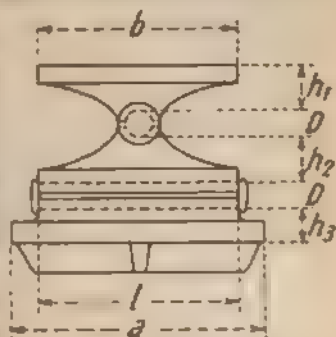


Fig. 388

zwei Reihen von Rollen übereinander angeordnet. Der Durchmesser der Rollen ist für die oberen wie für die unteren derselbe. Die Platte, die zwischen den beiden Reihen liegt, erhält die Stärke.

$$h = 4 + \sqrt{\frac{3 d_1 d_2}{40}} \cdot 2 \text{ cm}$$

i) Winke für den Entwurf.

Von dem Drucke wird nur ein sehr geringer Teil durch die wagerechten Flansche der Winkelleisen bzw. von den Lagen übertragen, der Hauptteil geht durch das Stehblech und die vertikalen Winkelflanschen, namentlich diejenige der Versteifungswinkel, soweit diese abgeschlossen sind. Hiernach ist es bei einfachen Gurtungen überflüssig, eine Kugelauflagerfluche anzuordnen, denn die Pendelbewegung in der Querrichtung ist so wieso frei.

Die Beanspruchung der einzelnen Lagerteile setzt niedrig, um eine gleichmäßige Verteilung der Kräfte zu erreichen.

Krumme Flächen, nach sehr wenig verschiedenen gleich gerichteten Halbmessern bearbeitet, sollen vermulen werden, besonders wenn sie gegen Eindringen von Wasser und Schmutz nicht gesichert sind.

Bei dem beweglichen Lager ist eine Begrenzung der Längsbewegungen überflüssig, auch am festen Lager ist man viel mehr auf die Reibung als auf Knagga Zähne u. dgl. angewiesen.

Bei der Dimensionierung der Unterlagsplatte verlaesse man nicht, die Wirkung der wagerechten Kräfte zu berücksichtigen. Die größte zulässige Druckspannung auf den Quader kann man in diesem Falle um etwa 10% höher als sonst annehmen.

Steinschrauben zur Befestigung der Lager sind überflüssig. Besser ist es, die Grundplatte mit Kreuzrippen zu versehen, welche in den Stein eingelassen werden, während die eigentliche Platte um 1,5—2,0 cm

über der Oberfläche des Quaders zu liegen kommt. Diese Fuge wird mit Zement vergossen; das Richten wird dadurch erleichtert und das Lager hoch über dem Quader gehalten.

Die Anordnung eines abnehmbaren Schutzkastens für die Rollen ist auf alle Fälle zu empfehlen.

91. Berechnung von Durchbiegungen.

Die Berechnung der Durchbiegung eiserner Bauwerke wird vorgenommen, entweder um statisch unbestimmte Systeme zu untersuchen, oder um die absolute Nachgiebigkeit zu ermitteln, oder um durch den Vergleich der rechnerisch ermittelten Durchbiegungen mit den an dem ausgeführten Bauwerk gemessenen einen Überblick über die Verteilung der Kräfte und das Verhalten der einzelnen Glieder zu gewinnen. Zu diesem letzten Zweck werden oft Spannungsmessungen vorgenommen, die eine sehr feine Abmessung erfordern, und deren Ergebnisse leicht von Nebenspannungen u. dgl. beeinflusst werden. Es ist dies aber das einzige Mittel, um die Gründe etwaiger Abweichungen zwischen den gemessenen und den berechneten Durchbiegungen zu erforschen.

a Bei der Anwendung der verschiedenen Methoden zur Ermittlung der Formänderung zum Zweck der statischen Berechnung ist meistens eine große Genauigkeit nicht am Platz, da die endgültigen Querschnitte zu nächst meistens nicht bekannt sind und etwaige Fehler keinen sehr großen Einfluss haben, weil sie sich gegenseitig aufheben. Bei vielfach statisch unbestimmten Systemen kann es geschehen, dass die Unbekannten sich gegenseitig stark beeinflussen, wie z. B. bei einem gelenklosen Bogen; in diesem Falle bleibt nichts anderes übrig, als nach der auf Grund der ersten Berechnung erfolgten Dimensionierung eine mindestens skizzenhafte Zeichnung anzufertigen und an Hand dieser eine neue

Untersuchung durchzuführen. Erst bei dieser lehrt sich, alle Umstände peinlich zu berücksichtigen.

Als vereinfachende Annahmen für die angenäherte Berechnung der Formänderung kann man folgende aufteilen:

1 Vernachlässigung der Formänderung der Futterglieder bzw. der Wirkung der Scherkräfte.

2 Annahme eines konstanten Querschnittes für die Gurtungen, die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes vollwandiger Teile ist alsdann nur durch die Längsführung der Gurte gegeben. Sehr oft kann man, mindestens annäherungsweise, die Veränderung der Gurtquerschnitte schätzen; es ist dadurch möglich, ohne wesentlich mehr Arbeit eine größere Genauigkeit zu erreichen. Im allgemeinen hat aber diese Feinheit keinen großen Zweck. Z. B. ergibt die genaue Berücksichtigung der Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes bei der Untersuchung eines durchgehenden Vollwandtragers mit parallelen Gurtungen Abweichungen bis auf höchstens 6 % gegenüber der gewöhnlichen Berechnungsart.

3 Zur Bestimmung der Längenänderung der Stäbe bei Fachwerken legt man die geometrische Länge zugrunde. Die Anwendung von Formeln, welche sich auf diese Voraussetzung stützen, ist also ohne weiteres zulässig.

Bei der Berechnung der Formänderung sind immer die Werte der Querschnittsflächen und der Trägheitsmomente ohne Nieten einzuführen. Futterstücke, durch Hefnieten angeschlossen, werden als wirksam gerechnet, falls sie nicht sehr kurz sind.

b) Handelt es sich darum, die Formänderung eines ausgeführten Bauwerkes zu berechnen, um die Übereinstimmung mit den gemessenen Durchbiegungen zu prüfen, so ist die größte Genauigkeit erforderlich d. h. es müssen alle Umstände berücksichtigt werden, Veränderlichkeit der Trägheitsmomente, Wirkung der Quer-

Kräfte, Längenänderung aller Stäbe usw. Bei der Berechnung der letzteren ist für die Stäbe nicht mehr ihre geometrische Länge, sondern die Länge des Stabes zwischen den Mittelpunkten der Anschlüsse auf den Knotenblechen maßgebend; die Formeln, welche durch Einführung der geometrischen Länge in den Ausdruck

11 $\frac{S}{EF}$ abgeleitet wurden, sind nicht mehr zu gebrauchen, ihre Anwendung würde bei Bauwerken mit vielen kurzen Stäben ziemlich bedeutende Fehler verursachen.

Die Nebenspannungen, welche dadurch entstehen, daß die Knotenpunkte starr und nicht gelenkig sind, beeinflussen die Verteilung der Kräfte und die gesamte Formänderung nur wenig. Die weitläufige Arbeit, die zur Berechnung der Nebenspannungen nötig ist, steht in keinem Verhältnis zur Genauigkeit, die dadurch erreicht würde.

Mit gleich großer Sorgfalt sind solche statisch unbestimmten Systeme zu behandeln, wo die statisch nicht bestimmbar Größen sich gegenseitig stark beeinflussen, wie z. B. ein Zweigelenkbogen mit einem elastischen Zugband auf einer gewissen Höhe über der Kampferlinie u. dgl. mehr.

92. Überhöhung der Brücken.

Es ist allgemein üblich, den Hauptträgern von Fachwerkbrücken eine etwas nach oben gebogene Form zu geben, damit sie infolge der Belastung nicht nach unten gebogen erscheinen. Man kann sich dabei das Ziel vornehmen, daß die Brücke bei voller Belastung um ebensoviel nach unten durchgebogen erscheint, als sie in unbelastetem Zustande noch überhoht ist, es wäre alsdann die Biegelinie der Hauptträger unter der Belastung durch die bleibende Last und durch die Hälfte der Verkehrslast maßgebend. Bei größeren Brücken,

die einzigen, wo diese Überhöhung (die sog. *Spring*) begründet erscheint, ist eine vollständige Belastung durch die zufällige Last zu unwahrscheinlich, namentlich bei Straßenbrücken; es ist alsdann die Hälfte der wahrscheinlichen Verkehrslast in Betracht zu ziehen.

Die Biegungslinie kann für diesen Zweck als eine Parabel betrachtet werden, deren Pfeilhöhe nach den Annäherungsformeln auf Seite 156 und 160 genau genug gerechnet werden kann. Für durchgehende Träger kann man das Momentendiagramm für den angenommenen Belastungszustand zeichnen und den Träger als einen Gerberschen Balken betrachten, dessen Gelenke mit den Nullpunkten des Momentendiagramms zusammenfallen. In den Außenöffnungen hat man also je ein Gelenk, in jeder Mittelöffnung zwei. Man geht nicht stark fehl, wenn man annimmt, daß das Stück über jedem Mittelpfeiler dort fest eingespannt ist und danach alle Durchbiegungen mit Hilfe der oben erwähnten Formeln bestimmt. Für die eingespannten Teile sind die Formeln 1 und 2 auf Seite 107 zu benutzen. Genauer ist es und macht nicht viel Arbeit mehr, die richtige Biegungslinie nach dem graphischen Verfahren unter vereinfachenden Annahmen (konstanter Querschnitt, starre Füllungs-glieder usw.) zu ermitteln.

Auf alle Fälle sollte man die bleibende Senkung infolge der unvollständig ausgefüllten Nietlöcher u. dgl. nicht außer acht lassen; dieselbe kann auf etwa $\frac{1}{10}$ der Spannweite geschätzt werden.

Man ist mitunter so weit gegangen, das Netz für die Ausführung so zu bestimmen, daß bei der Belastung durch die bleibende Last die Ständer genau vertikal stehen; was indes etwas übertrieben erscheint.

Eine angenäherte Formel für die Pfeilhöhe der Senkung bei einfachen Parallelträgern ist

$$f = \frac{x}{8} \frac{l}{A}.$$

Hier ist ϵ Summe der Längenänderungen der Gurtungen $= f_0 + f_u - \frac{2\sigma l}{E}$, wo

σ mittlere Spannung in t/cm^2 ,

l Spannweite in cm,

E 2150 t/cm^2 ,

f Durchbiegung in cm.

Auf grund der angenommenen Biegelinie berechnet man das Netz für die Ausführung.

Die Sprengung ist theoretisch ganz überflüssig; sie erschwert etwas die Arbeit und ihre Wirkung wird nicht selten aufgehoben durch den Umstand, daß die Gurtungen in der Mitte durch eine größere Anzahl von Lamellen verstärkt sind, wodurch die gerade Linie schwer zu erkennen ist; für Brücken mit krummen Gurtungen kommt sie überhaupt nicht zur Geltung — Für längere Brücken bietet sie immerhin den Vorteil, daß die Fahrbahn sich der vorgesehenen Lage besser nähert, was sich oft durch die Anordnung der Querkonstruktion in passender Höhe durch richtig gewählte Länge der Tragpfosten bei Bahn oben und ähnliche Mittel einfacher erreichen läßt.

93. Betonkonstruktionen.

Bei den üblichen mäßigen Beanspruchungen (etwa 30 kg/cm^2) pflegt man die Betonkonstruktionen so zu berechnen, als ob das Material gleiche Dehnungen für Zug und Druck zeigte und dem Proportionalitätsgesetz gehorchte. In der Tat ist der Elastizitätsmodul mit der Spannung veränderlich; für Beton aus Portlandzement kann man ihn etwa setzen: $E = (360 - 2\sigma) \text{ t/cm}^2$ (wo σ in kg/cm^2 auszudrücken ist), als Mittelwert kann man 300 t/cm^2 annehmen für Druck.

Die Spannungen wachsen nicht proportional der Entfernung von der Nulllinie, sondern langsamer. Die

größten Spannungen sind demnach kleiner als bei der gewöhnlichen Formel berechneten

Schließlich sind die Formänderungen für Zug- und Druck voneinander verschieden, so daß die Lage der Nulllinie von der gewöhnlich angenommenen abweicht.

Bei der Unsicherheit der maßgebenden Zahlen über die Spannungsverteilung ist eine rationelle Berechnung der Biegungsspannungen nicht möglich.

Annäherungsweise kann man die Biegungsspannungen der äußersten Fasern eines rechteckigen Körpers nach folgenden Formeln rechnen.

$$\sigma_1 = \frac{3 M}{b h^2} (1 + \mu) ; \sigma_2 = \frac{3 M}{b h^2} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right),$$

wo μ das Verhältnis der Formänderungen für Zug und Druck darstellt. Mit dem mittleren Wert $\mu = 1,35$ nach Freytag¹ ist

$$\sigma_1 = \frac{6,35 M}{b h^2} ; \sigma_2 = \frac{5,68 M}{b h^2}$$

Die Schubspannungen rechnet man nach den gewöhnlichen Formeln, für rechteckige Querschnitte

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{Q}{b h}$$

Die Berliner Baupolizei gestattet für Betondecken Mischung 1 R T Zement, 3 Sand eine Druckbeanspruchung von 30 kg/cm², und eine Zugspannung von 0,5–1,0 kg/cm². Die Druckfestigkeit ist je nach der Mischung und der Erhartungszeit 160–200 kg/cm². Für Gufabeton kann man den Druck nur bis auf 5–10 kg/cm² zulassen, bei gestumpftem Beton guter Ausführung (Mischung 1 R T Zement, 2 1/2–3 Sand, 5–6 Kies für Betonbrücken 20–35 kg/cm², für durchgehende Fundamente 10–15 kg/cm²).

Zugbeanspruchungen sind in der Regel zu vermeiden

¹ Dieser Wert ist wohl der kleinste, der für μ angegeben ist. Körner gibt im Mittel 1,6, andere 2,5, andere 1,65.

94. Eisenbeton.

Legt man in einen Betonkörper eine Anzahl dünner Eisenstäbe auf die Seite, auf der Zugspannungen eintreten, so erhält man einen Körper, der befähigt ist, Biegungsspannungen aufzunehmen. Die verschiedenen Systeme unterscheiden sich hauptsächlich durch die Anordnung der Eiseneinlagen, die aus einem Netz sich rechtwinklig kreuzender Stäbe oder aus parallel liegenden, nur in gewissen Entfernungen miteinander verbundenen Rund- oder Flacheseisen bestehen. Die wichtigsten Anwendungen sind: Decken, Dachverschalungen, Gewölbe, Stützpfeiler usw.

Die Adhasion von Zement auf Eisen ist ungefähr 50 kg/cm^2 , man kann also auf $4-5 \text{ kg/cm}^2$ mit voller Sicherheit rechnen.

Man pflegt anzunehmen, daß auf der Zugseite die

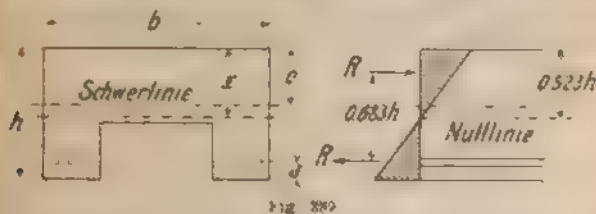


Fig. 282

Eiseneinlagen allein die Kräfte übertragen, ein Zustand, der da eintritt, wo Risse in dem Beton entstehen. Der Sicherheit halber erscheint die Annahme ganz gerecht fertigt.

Die Dehnung der Eiseneinlagen ist gleich derjenigen des umliegenden Betons (denn in der Tat findet keine Trennung statt), es verhalten sich also die Spannungen

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_b} = \frac{E_c}{E_b} = n.$$

Auf Grund dieser Voraussetzungen wird die gebräuchliche Spannungsberechnung durchgeführt.

Für eine vorläufige Dimensionierung kann man das Biegemoment durch das Kräftepaar $\frac{1}{2} h R$ ersetzen,

wo h die Stärke des Betonkörpers bedeutet. Die Lastkraft R führt zur Bestimmung der Querschnittsfläche der Eiseneinlagen, während die Druckkraft $-R$ auf der gedruckten Fläche des Querschnitts meistens oberhalb der Schwerlinie linear verteilt wird, woraus sich die größte Druckspannung im Beton, doppelt so groß, als die mittlere, ergibt, also nach Fig. 389.

$$\sigma_c = 2 \frac{R}{bc} = \frac{3M}{brh}$$

Im allgemeinen nimmt man $\frac{a}{h} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$. Die in Fig. 389 eingetragenen Zahlen sind nach der Annahme $a = \frac{h}{7}$ abgeleitet.

Zur genaueren Berechnung kann man die in Preußen vorgeschriebenen Formeln anwenden (Seite 497).

Für gewöhnliche Platten mit der Stützweite L bei gleichmäßig verteilter Last p kg/m² kann man annehmen

$$a = 0,15 h; \quad \frac{f_c}{b} = \frac{h}{160} \cdot \frac{h - L}{h} \left\{ \frac{p}{30} \right\}$$

(Alle Maße in cm, nur L in m)

Die entsprechenden Spannungen sind in runden Zahlen

$$\sigma_b = 32 \text{ kg/cm}^2; \quad \sigma_c = 800 \text{ kg/cm}^2.$$

Das Gewicht einer solchen Platte ist $24 h$ kg/m².

Durch Vergrößerung des Eisenquerschnittes wird die größte Betonspannung nur wenig geändert.

Die Lage der Eiseneinlagen sollte eigentlich so gewählt werden, daß die entsprechende Kraft mit der Resultante der Zugspannungen zusammenfällt; da aber die Lage der Nulllinie an und für sich unsicher und nach der Belastung veränderlich ist, so wird man sich nicht ubermäßig viel Mühe geben, um einen Zustand zu verwirklichen, der mehr unseren Annahmen als der Wirklichkeit entspricht.

Wird ein unten parabelförmig begrenzter Eisenbetonkörper als einfacher Balken beansprucht, so beachte man, daß der weitaus größere Teil der Kraft von den Eiseneinlagen an den Enden aufgenommen wird, man muß also deren Übertragung sichern. Am besten macht man die Einlagen aus Flacheisen, deren Enden durch darüber und darunter gemietete Flacheisen oder Winkel gegen jede Verschiebung in der Betonmasse gesichert sind. Man rechnet dabei mit der ganzen auf die Eiseneinlagen kommenden Kraft.

Die preussischen Vorschriften (Erlass vom 16. April 1904) enthalten folgende Angaben:

Das spezifische Gewicht des Betons, einschl. der Eiseneinlagen, ist 2,4, sofern nicht ein anderes nachgewiesen wird.

Die in die Berechnung einzuführende Stützweite freiliegender Platten ist gleich der Freilänge zuzüglich der Plattenstärke. Bei durchgehenden Platten ist die Entfernung von Mitte zu Mitte Stütze maßgebend; das Biegemoment in Feldmitte kann zu $\frac{1}{6}$ desjenigen einer freiliegenden Platte angenommen werden, falls keine besondere Berechnung aufgestellt wird. Dieselbe Regel gilt für eingespannte Platten, wobei besondere bauhebe Anordnungen getroffen werden müssen, um eine sichere Einspannung zu bewirken; als Stützweite gilt eine um eine Auflagerlänge vergrößerte freie Spannweite. Bei Plattenbalken (T-förmigen Querschnitten) darf die Breite des oberen Flansches mit nicht mehr als $\frac{1}{2}$ der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden.

Das Verhältnis der Elastizitäts-Koeffizienten ist zu $\frac{E_s}{E_b} = 15$ anzunehmen, falls kein anderes nachgewiesen wird. Für die Biegungsspannungen wird die lineare Verteilung angenommen. Schubspannungen sind zu untersuchen, wenn nach der Form der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres zu erkennen ist;

notigenfalls sind sie durch passend gestaltete Eiseneinlagen aufzunehmen.

Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, daß die Verschiebung gegen den Beton durch ihre Form verhindert wird; soweit dies nicht geschieht, ist die Haftspannung rechnerisch nachzuweisen.

Die Berechnung von Stützen auf Knicken (fünftaste Sicherheit nach der Eulerschen Formel) erfordert, soll erfolgen, sobald ihre Höhe das 18-fache der kleinsten Querschnittsabmessung übersteigt. Querverbände, welche die eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festlegen, sind in Abständen von höchstens dreifachem Durchmesser der Stäbe anzubringen.

Die zulässige Biegungsspannung für Beton ist $\frac{1}{10}$ der Bruchspannung; bei Stützen $\frac{1}{10}$. Die Schubspannung darf $4,5 \text{ kg/cm}^2$ nicht überschreiten, wird größere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die Beanspruchung bis auf $1,1$ davon gesteigert werden. Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

Das Eisen darf nicht über $1,2 \text{ t/cm}^2$ beansprucht werden.

Bei der Berechnung der auf Biegung beanspruchten Teile wird die Nutzlast mit dem Koeffizienten 1 multipliziert bei mäßig erschütterten Bauteilen, mit 1,5 bei stärkeren Erschütterungen oder stark wechselnder Belastung, mit 2 bei besonders starken Stößen (wie Kellerdecken unter Durchfahrten und Höfen).

Rechnungsverfahren.

a Reine Biegung.

Bezeichnet man mit f_c den Querschnitt der Eiseneinlagen auf der Breite b , n das Verhältnis der Elastizitätsmoduli des Eisens und des Betons im allgemeinen $= 15$.

so ist Fig. 390)
$$\frac{n f_c}{b} \left[1 + \frac{2 b (h - a)}{n f_c} - 1 \right].$$

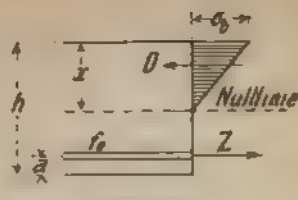
$$\sigma_b = \frac{2M}{b x (h - a - \frac{x}{3})}; \quad \sigma_c = \frac{M}{f_c (h - a - \frac{x}{3})}$$


Fig. 390

Bei T-förmigen und ähnlichen Querschnitten, wo die Schwerlinie den Steg nicht schneidet, sind diese Formeln auch anwendbar. Wenn die Schwerlinie den

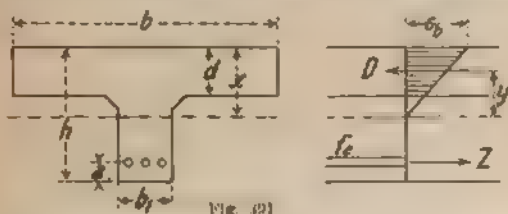


Fig. 391

Steg schneidet (Fig. 391), so ist, unter Vernachlässigung der geringen im Steg auftretenden Druckspannungen,

$$x = \frac{(b - a) n f_c + \frac{b d^2}{2}}{b d + n f_c}, \quad y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6 \cdot 2 x - d}$$

$$\sigma_c = \frac{M}{f_c (h - a - x + y)}, \quad \sigma_b = \sigma_c \frac{x}{h - a - x}$$

die Schubspannung ist: $\tau = \frac{Q}{b_1 (h - a - x + y)}$

b) Zentrischer Druck.

Ist F der Querschnitt der gedrückten Betonfläche, so ist die zulässige Belastung $P = \sigma_b (F + n f_c)$, also

$$\sigma_b = \frac{P}{F + n f_c}, \quad \sigma_c = \frac{n P}{F + n f_c}$$

c) Exzentrischer Druck.

Man rechnet wie für einen homogenen Baustoff, wobei für die Querschnittsfläche und das Trägheitsmoment der Querschnitt der Eisenfläche mit seinem

n -fachen Wert eingeführt wird. Auftretende Zugspannungen müssen durch die Eiseneinlagen aufgenommen werden können.

Die Knicksicherheit der Eiseneinlagen ist vorhanden, wenn die freie Länge derselben die nach der Eulerschen Formel zulässige nicht übersteigt. Darnach rechnet man die Entfernung der Verbindungen durch Quereisen (auf das Vorhandensein von Beton um die Stäbe wird keine Rücksicht genommen).

IX. ABSCHNITT

PRAKTISCHE ANGABEN.

95. Zulässige Inanspruchnahme des Materials.

Bei der Wahl der zulässigen Inanspruchnahme des Materials sind folgende Umstände zu beachten:

1. Die Wirkungsweise der Belastung. Nur die Verkehrslast kann stoßweise auftreten, wodurch die hervorgerufenen Spannungen erheblich größer werden können. Der Einfluß der Stöße wird aber geringer, je geringer die Verkehrslast P im Verhältnis zur ständigen Last Q ist. Es erscheint demnach sehr richtig, die Verkehrslast mit einem Koeffizienten $\gamma = 1 + \frac{P}{P + Q} \alpha$ zu multiplizieren, wo der Wert von α die Heftigkeit der Stöße, die Möglichkeit von Schwingungen wodurch die Spannungen erheblich vermehrt werden können usw. berücksichtigt. Man konnte etwa nehmen $\alpha = \frac{1}{2}$ für Brücken mit glatter Bahn, $\alpha = 1$ für solche mit sehr holpriger Bahn.

Die Einführung dieses »Stoßkoeffizienten« hat den Vorteil, daß konsequenterweise nicht nur die auf Zug oder Druck dimensionierten Teile, sondern auch die Nietanschlüsse und die knieksicheren Stäbe berücksichtigt werden; daß man dabei mit der zu-

lassigen Beanspruchung hoher gehen darf, ist selbstverständlich

2. Die Zuverlässigkeit der bei der Berechnung genommenen Belastungen

3. Die Wahrscheinlichkeit des Zusammenstresses aller ungünstigen Belastungen.

4. Die Zuverlässigkeit der Berechnung. Es ist zu bemerken, daß bei einem einfachen Rundseil, welches zentrisch auf Zug beansprucht wird, eine höhere Beanspruchung zulässig ist als bei den Gliedern eines vielfach unbestimmten Systems. In diesem letzteren Falle ist es ratsam, den statisch unbestimmbaren Größen einen positiven oder negativen Fehler zuzuschreiben und den selben mit dem ungünstigsten Vorzeichen in die weitere Berechnung einzuführen. Die absolute Größe dieses Korrekturgliedes unterliegt allerdings einer großen Schätzung; es dürfte vielleicht im allgemeinen der Wert 5% der betreffenden Größen empfohlen werden.

5. Der Einfluß eventueller Fehler in der Bearbeitung und in der Aufstellung, sowie der Nachgiebigkeit der Lager.

6. Die Gefahr einer eventuellen Überschreitung der Elastizitätsgrenze. Das Eintreten einer bleibenden Formänderung braucht nicht als bedenklich bezeichnet zu werden, indem das Material erst durch sehr oft wiederholte Belastung über die Elastizitätsgrenze und darauf folgende Entlastung zum Bruch gebracht wird. Wenn einmal die Spannung zu hoch wird, so ist nur eine andere Verteilung der Kräfte die unmittelbare Folge. Auf Biegung beanspruchte Körper zeigen eine nicht unwesentlich höhere Bruchlast als die theoretische, weil die Elastizitätsgrenze zuerst in den äußersten Fasern überschritten wird, wobei die Verteilung der Spannungen aufhört, eine lineare zu sein, und die näher an der neutralen Achse liegenden Fasern sich mehr an der Übertragung des Momentes beteiligen; dabei

ist die wirkliche Durchbiegung kleiner als die theoretische.

Bei einem Lager geschieht auch etwas ähnliches, ein Bruch ist also nicht gleich zu befürchten.

Bei einer Unterlagsplatte für einen schweren Träger wird bei zunehmender Durchbiegung die Verteilung der Spannungen auf dem Quader bzw. Mauerwerk eine günstigere usw.

7. Die Zuverlässigkeit des Materials und der Ausführung. So darf man z. B. Beton, Gufseisen, Holz usw. im Verhältnis zur Bruchbelastung nicht so hoch beanspruchen wie Flußeisen.

8. Den Einfluß eventueller Nebenspannungen.

Alle diese Umstände entziehen sich einer rationellen Berücksichtigung, sodass man meistens auf eine ziemlich rohe Schätzung angewiesen ist. Auch ist es noch nicht festgestellt, ob man die Bruchbelastung oder die Elastizitätsgrenze oder irgend einen anderen Wert der Dimensionierung zugrunde legen soll.

Unter den verschiedenen vorgeschlagenen Formeln sei hier nur diejenige von Weyrauch-Launhardt angeführt, die noch bisweilen in Gebrauch kommt.

$$\sigma = k \left(1 + \frac{1}{2} \frac{S_{m,n}}{S_{max}} \right).$$

Kommen nicht Normalbelastungen, sondern Biegemomente in Frage, so sind dieselben an die Stelle von $S_{m,n}$ und S_{max} zu setzen. Haben $S_{m,n}$ und S_{max} entgegengesetztes Vorzeichen, so ist das Verhältnis als negativ zu betrachten. Für k wird meistens der Wert $0,8 \text{ t/cm}^2$ für Schweißeisen und $1,0 \text{ t/cm}^2$ für Flußeisen eingesetzt. Bei der Berechnung ist die mit dem Stoßkoeffizienten meistens 1,5 für Quer- und Langsträger, 1,2 für Hauptträger multiplizierte Last einzuführen.

Wenn auch diese Formel an und für sich annehmbar erscheint und an Einfachheit wenig zu wünschen übrig läßt, so wird doch heutzutage von den meisten Kon-

strukturen vorgezogen, verschiedene Koeffizienten für die verschiedenen Fälle nach Schätzung zu verwenden.

Die im Folgenden angegebenen Werte sind meistens der Praxis entnommen, einige mögen als Vorschlag gelten. Es wird in allen Fällen vorausgesetzt, daß die statische Berechnung genau durchgeführt ist und zwar auf grund zuverlässiger Belastungsannahmen, ferner, daß die zufällige Last ohne Stosskoeffizient eingebracht wird, daß die Ausführung sachgemäß und zuverlässig ist, und daß etwaige Senkungen der Stützen u. dgl. bei der Berechnung bereits berücksichtigt worden sind.

a) Eisenbahnbrücken.

Für eiserne Brücken für Hauptbahnen sind in Preußen laut dem Erlaß vom 1. Mai 1903 folgende höchste Beanspruchungen zulässig.

Für Glieder von Fachwerkträgern und Gurtungen vollwandiger größerer Träger aus Flußeisen

| | | | | | | | |
|------------|------|------|------|------|------|------------------------|---|
| Stützweite | 20 | 40 | 80 | 120 | 160 | 200 m | von 40 m an |
| ohne Wind | 0,85 | 0,90 | 0,95 | 1,00 | 1,05 | 1,10 t/cm ² | 850 $\frac{5}{4}$ t/kg/cm ² |
| mit Wind | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | 1,25 t/cm ² | 1000 $\frac{5}{4}$ t/kg/cm ² |

Für Schweißeisen 10% weniger

Für dazwischenliegende Längen wird geradlinig unterpoliert

¹ In Bayern sind noch die von Gerber auf Grund der Winkelschon Versuche aufgestellten Formeln in Gebrauch. Mit

Kraft = 0,22 der statischen Last Z_0

Kraft wegen der Verkehrslast Z_1

rechnet man $\sigma = 1,7 + 1,9 \frac{Z_1}{Z_0} = \sigma_0 + 0,667 \frac{Z_1}{Z_0}$ (nach der älteren Formel) σ_0

unter sich angewendet $\sigma_0 = 3 + 1,9 + 1,9 \frac{Z_1}{Z_0} + 1,9$ und erhält die

erforderliche statische $P = \frac{\sigma_0 Z_0}{1,6}$. Hier sind Z_0 in t und P in t ausgedrückt.

Diese Berechnungen berücksichtigen wohl die Wirkung der oft wiederholten Belastung, die Belastung nicht aber die Länge der Stütze, die man hier auch zu beachten haben, so führt man $\frac{1}{2} Z_1$ statt Z_1 ein.

Für Hauptträger kleinerer Brücken $\sigma = 0,80 \text{ t/cm}^2$
(für Schweisseisen $0,75 \text{ t/cm}^2$).

Für Quer- und Längsträger, wenn das Schotterbett durchgeführt wird, wie für Hauptträger, sonst $0,75 \text{ t/cm}^2$
(für Schweisseisen $0,70 \text{ t/cm}^2$).

Für Glieder der Wind- und Eckverbände sind die kleinsten zulässigen Flacheisen $80 \cdot 10 \text{ mm}$, die kleinsten Winkelisen $70 \cdot 70 \cdot 10$.

Für Niete ist die zulässige Scherspannung wie die Spannung für Schweisseisen bei den betreffenden Gliedern; der Leibungsdruck darf doppelt so hoch sein. Für Anschlüsse der Längs- und Querträger an die Hauptträger und unter sich ist die zulässige Scherspannung immer um $0,05 \text{ t/cm}^2$ niedriger, der zulässige Leibungsdruck ist immer doppelt so groß als die Scherbeanspruchung.

Die Berechnung soll mit der Annäherung von etwa $\frac{1}{2}\%$ durchgeführt werden; es sollen nicht die erforderlichen und die gewählten Querschnitte bzw. Nietzahl gegenüber gesetzt werden, sondern die tatsächlich eintretenden Spannungen nachgewiesen werden.

Die bei Wind zulässigen Beanspruchungen gelten im allgemeinen, wenn alle angreifenden Kräfte berücksichtigt werden. Es kommen dabei in Betracht die Fliehkraft bzw. ungleiche Verteilung der Last auf beide Seilen für Brücken in Kurven je nachdem der Zug mit normaler Geschwindigkeit fährt oder still steht, der Winddruck für Quer- und Längsträger besonders wichtig, die Bremskräfte, die Reibungskräfte (wenn die Bremskräfte ausgeschlossen sind), die Beschleunigungskräfte und eventuell der Einfluß des Windes in der Längsrichtung der Brücke. Es ist anzunehmen, daß die Fliehkraft zur normalen Belastung durch Verkehrslast zu rechnen ist, und daß die anderen Angriffskräfte zur Windkraft addiert werden.

Für Nebenbahnen behalte man dieselben zulässigen Beanspruchungen wie für Hauptbahnen.

Bei Brücken für besondere Bahnen elektrisch betriebene konnte man etwas höhere Beanspruchungen zulassen, mit Rücksicht auf den Umstand, daß die Stöße viel geringer sind, da die auf- und abgehenden Massen in Fortfall kommen. Für die Hauptträger liefert folgende Formel brauchbare Werte:

a $1,25 \frac{5}{L+3} \text{ t/cm}^2$, wo L in Meter einzuführen ist. Bei Berücksichtigung aller Kräfte $1,25 \text{ t/cm}^2$ sowohl für die Hauptträger wie für Windverbände u. d. Für die Quer- und Langträger, wie überhaupt für alle Glieder, welche der direkten Belastung ausgesetzt sind, etwa $0,8 \text{ t/cm}^2$, bei Berücksichtigung aller Kräfte $1,0 \text{ t/cm}^2$.

Dabei wird vorausgesetzt:

a daß man mit der richtigen Verkehrslast rechnet, nicht mit der aus einem überschläglichen Entwurf ermittelten (letztere kann um 10% und mehr zu niedrig geschätzt sein);

b daß man den Nietabzug immer berücksichtigt, auch bei Druckstäben;

c daß die Fliehkraft bzw. die ungleiche Belastung beider Schienen in Kurven infolge der Neigung des Gleises zu der gewöhnlichen Verkehrslast gerechnet wird.

b) Straßenbrücken.

Für die Teile der Fahrbahn, wie Längs- und Querträger, Säulen oder Hängestangen usw. $0,8 \text{ t/cm}^2$, bei Berücksichtigung aller Kräfte $1,0 \text{ t/cm}^2$. Für Teile der Fußwege, die für eine Belastung von $400\text{--}500 \text{ kg/m}^2$ gerechnet werden, $0,9 \text{ t/cm}^2$ bzw. $1,1 \text{ t/cm}^2$.

Für die Hauptträger etwa $1,40 - \frac{8}{L+4} \text{ t/cm}^2$ bei schwerer Fahrbahn (Schotter und dergleichen) und $1,30 - \frac{6}{L+3} \text{ t/cm}^2$ bei leichter Fahrbahn (Bohlenbelag

u dgl., bei Berücksichtigung aller Kräfte 1,4 bzw. 1,3 t/cm².

c) Dächer gewöhnlicher Gebäude.

Für die Fetten 1,0 t/cm² (wenn dabei die Durchbiegung $\frac{L}{600}$ nicht übersteigt), für das Hauptsystem 1,0 bis 1,2 t je nach der Spannweite, 10 % mehr bei Berücksichtigung des Windes.

Bahnhofshallen. Nach den Vorschriften des preuss. Ministeriums $\sigma = 1,2$ t/cm² für Belastung durch Eigengewicht und Schnee, $\sigma = 1,6$ t/cm² bei Berücksichtigung aller Kräfte.

d) Fabrikgebäude.

Durch schwere Einzellasten beanspruchte Teile (Laufkranträger, Säulen, welche Auslegerkrane tragen usw. mit Rücksicht auf die unsichere Angabe der Lasten, sowie auf unvorhergesehene Belastungsarten, höchstens 1,0 t/cm², wenn man alle Kräfte berücksichtigt (z. B. horizontale Kräfte infolge der schrägen Richtung der Kette usw.), sonst 0,9 t/cm². Sonstige Säulen, Dach usw. 1,0 t/cm².

Windverbände, Zwischenverband zwischen den einzelnen Dachbindern) 1,0 t/cm². Hauptverband, Giebelwände usw. 1,2 t/cm². Die gleiche Beanspruchung ist zulässig für die Glieder des Gebäudes, falls sie auch zum Windverband gehören und die betr. Zusatzspannung berücksichtigt wird.

Treppen 1,0 t/cm².

Wellblech 1,0 t/cm².

In allen diesen Fällen: Knicksicherheit nach Euler fünffach bei Normalbelastung, vierfach bei Berücksichtigung aller Kräfte. Dabei ist die geometrische Länge maßgebend, falls der Stab an schwachen Gliedern angeschlossen ist, bis auf 0,8 derselben, wenn er als mehr oder weniger vollkommen eingespannt betrachtet werden kann.

Die Beanspruchung der Niete sei, auf Abscherung 0,9, auf Leibungsdruck 1,8 der für die betreffenden Teile angegebenen.

Für eiserne Bolzen, die als Gelenke wirken, welche infolge elastischer Formänderungen einer Drehung ausgesetzt sind, soll der Leibungsdruck nicht größer sein als die zulässige Hauptspannung der angeschlossenen Glieder.

e) Holzbauten.

Mit Rücksicht auf den Umstand, daß die Löcher für Verbindungsschrauben durch die Mitte des Querschnittes gehen, pflegt man sie nicht abzuziehen. Auf eventuelle Abschwächungen durch Anschlüsse anderer Glieder muß man selbstredend Rücksicht nehmen.

Hartes Holz (Buchen, Eichen) darf mit 80 kg/cm^2 weiches Holz nur mit 60 kg/cm^2 belastet werden. Für vorübergehende Bauten je 10 kg/cm^2 mehr.

f) Sonstige Angaben.

Eisendraht $1,2 \text{ t/cm}^2$ und mehr.

Drahtkabel für große Hängebrücken bis $3,2 \text{ t/cm}^2$

Gußisen: 0,25 auf Zug, $0,5 \text{ t/cm}^2$ auf Druck

Granit 50 kg/cm^2

Sandstein 15 — 30 kg/cm^2 .

Künstliche Sandsteine 12 kg/cm^2 .

Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel 5 kg/cm^2

Ziegelsteinmauerwerk „ „ 7 „

„ „ Zementmörtel 12 kg/cm^2

Klinkermauerwerk in Zementmörtel 15 kg/cm^2

Mauerwerk aus porösen Steinen 6 kg/cm^2 .

Baugrund 2,5 — 5 kg/cm^2 .

Beton 10 kg/cm^2 und höher (vgl. Seite 494)

Eingerammte Pfähle 25 kg/cm^2 .

Glas 75 kg/cm^2 .

96. Eisenbahnbrücken.¹⁾

I. Belastungsangaben.

1. Eiserne Brücken für Hauptbahnen.

Gemäß den Vorschriften für die preussischen Staatsbahnen ist die Verkehrslast ein Zug aus zwei Lokomotiven in ungünstigster Stellung und einer unbegrenzten Anzahl von Wagen nach folgendem Schema:

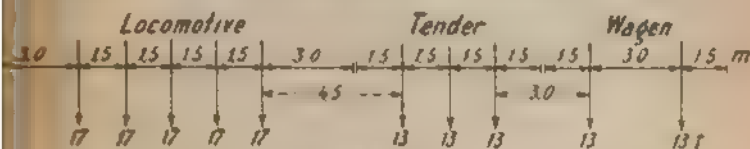


Fig. 392.

Die Zahl der Felder eines Fachwerkträgers, in denen bei Anwendung von Zugstäben Gegendiagonalen erforderlich sind, ist mit dem anderthalbfachen dieser Lasten zu bestimmen.

Für kleinere Brücken, für Quer- und Längsträger ist die ungünstigste der in Fig. 393 angegebenen Belastungen anzunehmen.

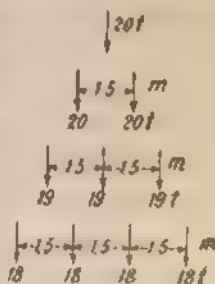


Fig. 393.

Die Belastung durch den vollen Zug kann durch folgende gleichmäßige verteilte Last ersetzt werden:

- für die Momente in der Mitte $p = 2,07 + \frac{674}{96 + L}$
 „ „ „ an den Enden $1,13 p$,
 „ „ Querkräfte in der Mitte $1,34 p$;
 „ „ „ an den Enden $1,13 p$.

¹⁾ Alle Angaben beziehen sich auf die Vorschriften vom 1. Mai 1906 für die preussischen Bahnen. Die neuen österreichischen und bayerischen Belastungsangaben führen auf dieselben Ergebnisse wie jene.

Es war nicht möglich, die in den verschiedenen Staaten geltenden Vorschriften zu berücksichtigen, die wegen Angaben für Nebenbahnen sind nur als Beispiele zu betrachten.

Das Diagramm der größten Momente wird genügend durch zwei Parabelstücke dargestellt, welche an einer 0,12 l langen Wagerechten in der Mitte des Trägers angeschlossen sind. Die mittlere Ordinate des Diagramms ist 0,71 M_{max} , die Ordinate in Entfernung vom nächsten Auflager $4,55 \frac{x}{l} - 5,17 \frac{x^2}{l^2} M_{max}$.

Das Diagramm der größten Querkraft ist genügend aus zwei Geraden gebildet, welche auf Mitte Träger und auf beiden Enden die größten dort vorkommenden Querkraften als Ordinaten haben.

Der Winddruck wird zu 150 kg/m^2 für belastete 250 kg/m^2 für unbelastete Brücken angenommen, sofern dieser Fall für die Standsicherheit in Betracht kommt.

Es sind ferner folgende Belastungen zu berücksichtigen:

a) Fliehkraft.

Führt ein Zug vom Gewicht P in t auf einer Bahn vom Halbmesser R in m mit der Geschwindigkeit V km/Std , so entsteht die Fliehkraft $C = P \frac{V^2}{127 R}$ die im Schwerpunkt des Zuges, d. h. etwa 1,50 m über SO angreift. Infolge der schiefen Lage des Gleises verteilt sich diese Kraft gleichmäßig auf beide Schienen. Bleibt aber der Zug stehen, so verteilt sich die Last auf beide Schienen im Verhältnis $\frac{127 R - 2 V^2}{127 R + 2 V^2}$ wo V die Geschwindigkeit bedeutet, für welche die Neigung des Gleises gerechnet ist.

Für die durch C hervorgerufenen Spannungen ist auf alle Fälle die für Stand- und Verkehrsbelastung zulässige Beanspruchung maßgebend; für die ungleichmäßige Belastung der Schienen kommt im allgemeinen die zulässige Beanspruchung bei Berücksichtigung von Wind in Betracht.

b) Bremskraft.

Wenn ein fahrender Zug auf der Brücke gebremst wird, oder wenn er mit voller Beschleunigungskraft anfährt, so entsteht eine Längskraft, welche den Wert $\frac{P}{7}$ erreichen kann und in einer oder in der anderen Richtung wirkt. Bei zweigleisigen Brücken sind also zwei Fälle zu untersuchen, je nachdem diese Kraft für beide Gleise gleiche oder entgegengesetzte Richtung hat; außerdem ist zu berücksichtigen, daß jede Kraft das Vorzeichen + oder — haben kann. Diese Kraft greift im Schwerpunkt des Zuges an

c) Reibungskraft.

Der Reibungskoeffizient für Gleitlager kann zu $\frac{1}{3}$ angenommen werden, derjenige für Rollenlager zu $\frac{1}{7}$, d , wo d den Durchmesser der Rollen in cm bedeutet (vgl. S. 482). Die Reibung wirkt der Bremskraft entgegen, was wohl zu beachten ist, sie tritt bei jeder Belastung der Brücke infolge der Dehnung der Gurte ein.

2. Brücken für Nebenbahnen (Häselers).

In Preußen ist die Verkehrslast wie für Hauptbahnen, wenn Lokomotiven aus diesen darauf fahren können, sonst bis 25% weniger.

In Bayern
gilt folgendes
Belastungs-
schema

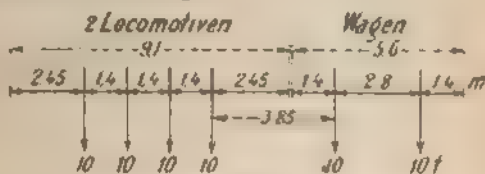


Fig. 391

In Öster-
reich:

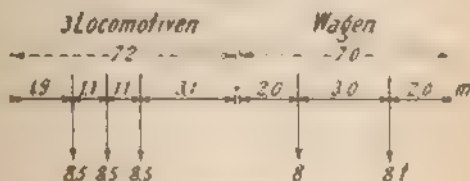


Fig. 395

Für schmalspurige Bahnen ist in Sachsen folgender Belastungszug vorgeschrieben, wobei von den schematisch dargestellten Lokomotiven beliebig viele anzunehmen sind:

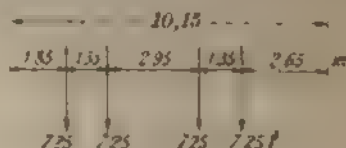


Fig. 396.

Wenn nur eine Achslast in Betracht kommt, so ist für — 10 t anzunehmen

II. Eigengewicht.

1. Gewicht der Fahrbahn.

a. Leichte Konstruktion.

Der Oberbau (Schienen, Schwellen und Befestigungsteile) wiegt 160—190 kg/m Gleis je nach dem Gewicht der Schienen und nach der Entfernung und Länge der Schwellen (letztere schwankt zwischen 2,40 und 2,70 m, in einigen Fällen wird sie noch größer gewählt). Im allgemeinen kann man 190 kg/m Gleis annehmen.

Leitschienen sind vorgeschrieben auf Kurven unter 500 m Halbmesser und im allgemeinen bei größeren Brücken mit Bahn oben. Sie wiegen etwa 150 kg/m Gleis.

Die Abdeckung der Fahrbahn und der Fußwege geschieht durch 5 cm starke Bohlen. Bei kleiner eingliedrigen Brücken mit Bahn oben liegen meistens die (besonders langen) Schwellen auf dem Obergurt der Hauptträger, sonst werden sie von besonderen Längsträgern unterstützt.

Ein Zwischenverband zwischen den Längsträgern ist vorgeschrieben, sobald ihre Tragweite

2,00 m übersteigt, sein Gewicht beträgt etwa 45 kg/m für jedes Gleis.

Das Fahrbahngerippe besteht aus Quer- und Langträgern mit zugehörigen Anschlüssen. Für eingleisige Brücken mit Blechträgern kann es fortfallen; sonst ist sein Gewicht in kg/m:

120 *b* für eingleisige Brücken,

220 *b* „ zweigleisige „ mit Bahn oben,

190 *b* „ „ „ mit Bahn unten,

wo *b* den Abstand der Hauptträger in m bedeutet.

Der Bohlenbelag wiegt etwa 40 kg/m², also 180 kg/m für eingleisige und 320 kg/m für zweigleisige Brücken bei einer Gesamtbreite von 5,00 bzw. 9,00 m.

Der Hauptwindverband einschließlich Versteifungen der Tragwände bzw. Querverband wiegt (nach Hässeler) etwa $30 + 5 L$ kg/m bei eingleisigen, $40 + 8 L$ kg/m bei zweigleisigen Brücken. Hier ist *L* die Spannweite der Hauptträger in m.

Die Fußwege, meistens 0,90 bis 1,00 m breit, können auf besonders langen Schwellen liegen, für welche ein Mehrgewicht von 50 kg/m in Rechnung zu ziehen ist. Ist ein besonderes Tragwerk vorhanden, so beträgt sein Gewicht: für Brücken mit Bahn oben oder für solche, wo die Fußwege innerhalb der Hauptträger liegen, 50 kg/m für beide Fußwege; außerhalb der Hauptträger auf besonderen Konsolen liegende Fußwege erfordern ein eisernes Gerippe, das 150 kg/m (für beide) wiegt. Das Gewicht der Abdeckung durch Bohlen ist in den oben angegebenen Zahlen für den Bohlenbelag bereits enthalten.

Ein Geländer einfacher Ausführung, einschließlich Pfosten und Befestigungsteilen, wiegt 25 bis 35 kg/m, in reichlicher Ausführung 45–60 kg/m und mehr.

Auf einem Meter Länge erhält man für Beton
 - u. etwa 2 m starke volle tragende Fahrtstrahgen 19

| | 1 m | 2 m | 3 m | 4 m |
|----------------------------|-----|------|------|-----|
| <u>Tragbalken</u> | 180 | 360 | 540 | 720 |
| <u>Tragbalken</u> | 180 | 360 | 540 | 720 |
| <u>Zwischenträger:</u> | 45 | 90 | 135 | 180 |
| <u>Tragbalken</u> | 15 | 30 | 45 | 60 |
| <u>Tragbalken</u> | | 1100 | 145 | 180 |
| <u>Tragbalken</u> | | | | |
| <u>Tragbalken</u> | 180 | 360 | 540 | 720 |
| <u>Tragbalken</u> | 50 | 50 | 150 | 150 |
| <u>Tragbalken</u> | 130 | 240 | 130 | 200 |
| <u>Tragbalken</u> | 70 | 70 | 70 | 70 |
| <u>Gesamtgewicht in kg</u> | 115 | 2510 | 1210 | 280 |

Hieraus ist das Gewicht der Bahn unten 330 kg m²
 auf Haupttragbalkenstand bezogen

b. Schwere Bahn

Überbau und Leitschienen wie für leichte Bahn.
 Das Gies wird auf Schotter gebettet. Die Abdeckung
 der Fahrtbahn geschieht meistens durch Buckelplatten.

Der Schotter unter den Schwellen muß mindestens 10 cm stark sein, die Breite t des Trages muß
 um mindestens 50 cm größer sein als die Entfernung
 der Schwellenschienen von einander, also mindestens 3,20 m
 für ein Gies 6,70 m für zwei. Da der Längsträger
 oft 4 m gewählt wird, so muß man dementsprechend
 die Tröglbreite 7,20 m und darüber machen. Der
 Schotter wiegt 540 kg m² also rund 1730 bzw. 3620 kg m
 eventuell mehr.

Die Buckelplatten, meistens 8 mm stark, wiegen
 etwa 65 kg m². Ihr Gewicht ist beim Bahngerippe mit
 gerechnet.

Das Bahngerippe (Querträger, Längsträger und
 eventuell sekundäre Querträger, Buckelplatten usw.) wiegt
 rund 145 t = 206 kg m für eingleisige, 200 t = 296 kg m

einseitige Brücken. Es wird dabei vorausgesetzt, daß der Randträger des Troges auch zum Tragen berufen werden kann.

Zwischenverband ist nicht erforderlich; Spannweiten von 60—70 m ist auch ein Hauptgrund entbehrlich.

Versteifung der Hauptträger bzw. der Querversteifung etwa 30 kg/m für eingleisige, 40 kg/m für zweigleisige Brücken.

Die beiden Fußwege, je 1 m breit, kann man mit 100 kg/m rechnen bei Brücken, wo die Randträger des Troges dafür benutzt werden können, und für den Fall, daß ein besonderes Tragwerk erforderlich ist. Dieses Gewicht umfaßt das eiserne Gitter und die Abdeckung durch Riffelblech; oft deckt man die Fußwege mit Asphalt auf Beton, wozu man ein anderes System flaches Wellblech oder leichte Holzbohlen nimmt. Das Eisengewicht bleibt unverändert; die Deckung kann man rund 80 kg/m² zuschlagen.

Daraus ergibt sich folgende Zusammenstellung der Gewichte für Brücken mit schwerer Bahn.

| | Bahn eben | | Bahn uneben | |
|------------------------|-----------|----------|-------------|----------|
| | 1 Gleis | 2 Gleise | 1 Gleis | 2 Gleise |
| Stützträgerabstand b | 1,80 | 5,00 | 3,70 | 8,50 |
| Stützweite t | 3,20 | 6,70 | 3,20 | 7,20 |
| Stützweite | 190 | 380 | 190 | 380 |
| Stützweiten | 150 | 300 | | |
| Stützweite u. Buckel | | | | |
| Stützweite | 500 | 1640 | 540 | 1950 |
| Stützweite 1 m breit | | | | |
| Stützweite | 130 | 130 | 220 | 220 |
| Stützweite 1 m breit | | | | |
| Stützweite | 160 | 160 | 160 | 160 |
| Stützweite | 30 | 40 | 30 | 40 |
| Stützweite | 70 | 70 | 70 | 70 |
| Stützweite | 1730 | 3620 | 1730 | 3890 |
| Gesamtgewicht kg m | 2060 | 6340 | 2940 | 6710 |

Hiernach ist das Gewicht immer 230 kg und auf die Fläche des Trägers bezogen.

2. Gewicht der Hauptträger

a. Vollwandige Träger

Bei Spannweiten bis auf etwa 20 m kommen bei fast ausschließlich zur Verwendung, besonders für eingleisige Brücken.

Unter Voraussetzung einer Höhe von $\frac{L}{10}$ für eingleisige, und $\frac{L}{8}$ für zweigleisige Brücken, und einer Stärke des Stahlecks ungefähr gleich $k_{St} = 0,8$ cm ist das Gewicht beider Hauptträger einschließlich Verstärkungen, Stoflaschen usw., bei den in Preußen vorgeschriebenen Belastungen und Beanspruchungen durch folgende Formeln ausgedrückt:

| | | |
|----------------------------------|-------------|-------|
| für leichte Bahn oben eingleisig | $g = L + 4$ | 33 kg |
| „ „ „ unten | $g = L - 3$ | 36 „ |
| „ „ „ zweigleisig | $g = L + 6$ | 44 „ |
| „ schwere „ eingleisig | $g = L + 3$ | 40 „ |
| „ „ „ zweigleisig | $g = L + 4$ | 54 „ |

Zu diesem Gewicht muß man noch zuschlagen

- a) für die Endversteifungen etwa 16 L 6 kg bei Barren, und 20 L 6 bei Bahn unten;

b) für einen Endquerträger:

| | |
|-------|------------------------------|
| 120 b | für leichte Bahn eingleisig. |
| 300 b | „ „ „ zweigleisig. |
| 140 b | „ schwere „ eingleisig. |
| 480 b | „ „ „ zweigleisig. |

Zur Ermittlung der größten vertikalen Auflagerdrucke behufs Berechnung der Lager kann man annehmen:

| | |
|------------------------------|---|
| für leichte Bahn, eingleisig | $P = 12,5 + 2,5 L + \left\{ \frac{1}{11} \right\}$ |
| „ „ „ zweigleisig | $P = 25,0 + 4,4 L + \left\{ \frac{1}{9,5} \right\}$ |

für schwere Bahn eingleisig: $P = 12,5 + 3,0 L + \left(\frac{L}{10}\right)^2$,

• • • zweigleisig: $P = 25,0 + 5,7 L + \left(\frac{L}{8,5}\right)^2$.

Diese Formeln geben den Auflagerdruck in t. Sie sind brauchbar bis etwa $L = 40$ m; jenseits dieser Grenze geben sie zu hohe Werte.

b) Fachwerkträger.

Für Parallelträger setze man:

bei leichter Bahn: $g = 0,5 + \frac{B}{91} \frac{L}{50 h}$,

• schwerer : $g = 0,5 + \frac{B}{159 - 8 h} \frac{L}{h}$.

Hier bedeutet: B das Gewicht der Fahrbahn, einschließlich Windverband, in t/m, L die Spannweite in m, h die Trägerhöhe in m. Für Endquerträger, Endversteifung usw. gilt das oben Gesagte.

Für Parabelträger, Schwedler- und Pauli-Träger kann man 84% des nach obigen Formeln berechneten Gewichtes annehmen; die Endversteifung kann unter Umständen nur $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$ derjenigen für Parallelträger wiegen.

Für Halbparabelträger multipliziert man das Gewicht des Parallelträgers mit $\frac{0,84 h}{h} + 0,16 \frac{h_0}{h}$, wobei h_0 die Höhe am Ende des Trägers bezeichnet.

Trapezträger gestatten eine Gewichtsersparnis von 7—10% gegenüber Parallelträgern mit dem Höhenverhältnis $\frac{1}{10} - 1$.

Durchgehende Träger und Gerbersche Träger werden in der letzten Zeit nur noch selten ausgeführt. Sie sind bei größeren Spannweiten vorteilhaft, und zwar beträgt die Ersparnis etwa 15% gegenüber Parallelträgern. Für ganz kleine Brücken, wo der Querschnitt

der Balken nahezu konstant bleibt, können sie wohl mit Vorteil verwendet werden. Zur Berechnung der Auflagerdrücke infolge der Verkehrslast kann man annehmen, daß dieselbe für Spannweiten von 40 m und darüber $2,4 + \frac{65}{L}$ t/m beträgt.

Für schiefe Brücken rechne man einen Endquerträger mehr.

Für Brücken in Kurven wird das Mehrgewicht der Fahrbahn (infolge der größeren Breite) das entsprechende Mehrgewicht der Hauptträger ohne weiteres mit sich führen.

c) Ausnahmefälle

Für sehr unregelmäßige Brücken (wie in der Nähe von Bahnhöfen, bei Abzweigungen usw.) sind die vorherigen Angaben nicht genügend. Man tut gut, das Gewicht B der Fahrbahn für sich zu ermitteln und das Gewicht der Hauptträger nach folgenden Formeln zu berechnen.

Für vollwandige Träger ist (vgl. Seite 116):

$$q = 0,45 \frac{B}{h} + 2 \frac{B}{h} \text{ kg/m.}$$

Für Niete, Stöße usw. siehe oben.

Das erforderliche Widerstandsmoment wird nach dem größten Biegemoment gerechnet und mit dem Koeffizienten 0,8–0,9 multipliziert, je nach der Feinheit der Abstufung.

Für Fachwerkträger (Parallelträger) rechnet man getrennt.

$$g_1 = \frac{1}{6} q \frac{L}{h} + \frac{1}{5,6} p \frac{L}{h} + L,$$

$$g_2 = \frac{1}{1,3} q + 1,13 p + L,$$

$$g_3 = q + 1,13 p + h;$$

$$c = \frac{1}{1270} \frac{q}{\sigma}.$$

Alsdann ist das gesuchte Gewicht:

$$g = t (g_1 + g_2 + g_3) \text{ t/m}$$

In diesen Formeln ist:

q = bleibende Last = $q + B$ in t/m;

p = Verkehrslast in t/m gleichmäßig verteilt;

L und h = Spannweite bzw. Höhe des Trägers in m,

ψ = Konstruktionskoeffizient = $1,43 + \frac{7}{L}$;

σ = zulässige Beanspruchung in t/cm² = $0,85 + \frac{L}{800}$ t/cm².

Man ermittelt q , indem man für q einen eingeschätzten Wert einführt; nötigenfalls bessert man das Ergebnis durch eine zweite Berechnung.

Für Parabel-, Halbparabelträger usw. gilt das oben Gesagte.

Diese Formeln sind ebensogut anwendbar für Straßenbrücken, Fußstege usw. Nur der Konstruktionskoeffizient wird bei sehr leichten Bauten höher (für schmale Fußstege 2,0 bis 2,5).

Brücken für Nebenbahnen.

Das Handbuch der Ingenieurwissenschaften gibt folgende Formeln.

1. Normalspur, Verkehr von Hauptbahnlokomotiven ausgeschlossen, zwischen 5 und 10 m Spannweite:

Bauart: a) Holzquerschwellen auf den Hauptträgern:

$$g = 292 + 31 L \text{ kg/m};$$

b) Fahrbahn zwischen den Hauptträgern auf Trägerrost:

$$g = 462 + 32 L \text{ kg/m}.$$

2 Spurweite 1 m:

Bauart: a) $g = 305 + 26 L \text{ kg/m},$

b) $g = 425 + 27 L$

3. Spurweite 0,75 m. Hauptträger vollwandig, Blechstärke δ cm.

Spannweite 1—10 m $g = 170 + 29 L \text{ kg/m},$

10—30 m:

Bauart: a $g = 250 + 6,5 + 10,2 + 0,5 L$ L kg/m
Bohlenbelag 4 cm stark.

• b $g = 390 + 8 + 10 d + \frac{3}{8} L$ L kg/m
(Bohlenbelag 4 cm stark),

• c) Fahrbahn zwischen den Hauptträgern.
Kiesbettung

$g = 1390 + 9 + 11 d + 0,1 L$ L kg/m

Für Bogenbrücken siehe Seite 378.

III. Die Fahrbahn.

1. Leichte Bahn.

Für eingleisige Brücken mit Bahn oben werden oft die Schwellen unmittelbar auf den vollwandigen Hauptträgern befestigt. Die etwa 3,50 m langen Schwellen läßt man abwechselnd rechts und links soweit herauskragen, sodaß kein besonderes Tragwerk für die Fußwege erforderlich ist. Auch sind abwechselnd lange und kurze Schwellen verwendet worden.

Diese Bahnkonstruktion ist die leichteste, die man bilden kann; für Brücken mit Gitterträgern ist sie aber kaum zu verwenden, auch ist sie für größere Brücken wenig geeignet, weil die Entfernung der Hauptträger nicht über ca. 2,00 m genommen werden kann, was unter Umständen für die Stabilität des Bauwerkes zu wenig ist.

Im allgemeinen werden die Schwellen auf den Längsträgern befestigt (I-Eisen) mit Hilfe von einfachen Winkelseisen 160 · 80 · 12 (15 kg/m für jedes Gleis, nur noch selten werden Klemmhaken angewendet. Wo es möglich ist, werden die Längsträger über den Querträgern durchgeführt, was den Vorteil einer sicheren Auflagerung bietet bei den gewöhnlichen Anschlüssen werden die Niete leicht gelockert. Auch ist der Umstand zu erwähnen, daß die Fahrt auf Trägern mit stetiger Biegungslinie eine viel ruhigere ist. Derartige Träger sollten als durchgehende Balken auf ca

stischen Stützen gerechnet werden; man kann annehmen, daß die gewöhnliche Rechnungsart (als Einzelträger) bis auf die Grenze $m = 1$ brauchbar ist, wo $m = \frac{6 J k}{l^3}$.

Mit k ist hier die Senkung einer Stütze unter der Last 1 t bezeichnet, unter der Annahme $E = 1 \text{ t/cm}^2$, J bezeichnet das Tragheitsmoment der Längsträger, l deren Spannweite.

Die Längsträger sind im allgemeinen 1,70—1,80 m voneinander entfernt.

Querträger. Bei eingleisigen Brücken mit nicht mehr als 3,70 m Hauptträgerabstand und Feldweiten nicht über 4,60 m kommt man mit I-Eisen aus, welche mitunter schwerer, aber meistens billiger sind, als zusammengesetzte Profile. Blechträger werden mit der Höhe $\frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ der Spannweite ausgeführt, Blechstärke 8—10 mm, nur ausnahmsweise hat man Träger mit $\frac{l}{h} = 13$ und darüber ausgeführt, selten mit $\frac{l}{h} = 6$. Die

zulässige Durchbiegung unter der Verkehrslast ist $\frac{l}{1200}$. Gitterträger findet man jetzt nur noch außerst selten (sie sind wohl leichter aber teurer als Blechträger).

Die günstigste Entfernung der Querträger voneinander, mit Rücksicht auf das Gewicht des Bahngerippes ist etwa 1,6 l für eingleisige, 1,7 l für zweigleisige Brücken (l — Hauptträgerabstand in m). Man kann dieses Maß um 0,5—0,7 m überschreiten ohne wesentliche Änderung im Gewicht, ebenso kann man bis auf 1 m darunter bleiben, die Formel hat also für die Praxis wenig Wert. Mit Rücksicht auf das Eisengewicht der ganzen Brücke, wenn sie Fachwerkträger hat, sollte man im allgemeinen die Feldweite möglichst groß wählen; billiger kann eine engere Teilung sein, wenn sie die Anwendung von I-Eisen ermöglicht.

Um das Gewicht des Bahngerippes bei Bahn unten so klein wie möglich zu halten, wird die Entfernung

der Hauptträger auf ein Minimum reduziert und 10 Fußwege außerhalb derselben angeordnet.

Bei Bahn oben kann es vorteilhaft sein für zweigleisige Brücken, die Querversteifungen zur Unterstützung der Querträger in der Mitte zu benutzen. Diese sind alsdann als durchgehende Träger auf drei elastischen Stützen zu berechnen.

Der Anschluß der versenkten Längsträger geschieht in der Regel durch zwei Winkelleisen, von denen eines innerhalb der Gurtungen des Längsträgers bleibt, während das andere so lang ist wie der Querträger es gestattet. Ansklinken der Längsträger erforderlich. Sind die Querträger als Blechbalken gebildet, so werden am besten die Anschlußwinkel unterluttert, nicht gekropft.

Bei geschlossenen Brücken hat man oft die Querträger gelenkig aufgelagert. Theoretisch ist diese Bauart ohne Zweifel korrekt, nur muß man für einen guten Anschluß des Windverbandes sorgen. In der Praxis, besonders bei Bahn unten, scheint ein starrer Anschluß vorteilhafter zu sein, namentlich wenn die Diagonalen der Hauptträger abwechselnd nach links und nach rechts fallen, denn in diesem Falle ist die Durchbiegung der Ständer fast ohne Einfluß auf das Hauptsystem. Bei offenen Brücken müssen die Anschlüsse so steif wie möglich sein: zu diesem Zweck schließt man Eckbleche soweit es das Durchfahrtsprofil gestattet, an den Ständer und an den Querträger an; bei Blechquerträgern nimmt man die Eckbleche so stark wie den Steg, führt sie durch die Gurtwinkel und verlascht sie mit dem Steg. Bei I-Eisen hat man oft das Eckblech einfach auf den oberen Flansch angewinkelt, was indes nicht korrekt erscheint, denn die Niete werden auf Zug beansprucht; besser ist es jedenfalls, den halben Flansch abzuschneiden und das Eckblech fest mit dem Steg zu verbinden; die kleine Exzentrizität des Anschlusses kann man unbedenklich in Kauf nehmen.

2. Schwere Bahn.

Das Gleis ist in Kies gebettet; die Fahrbahndecke wird meistens durch verzinkte Buckelplatten hergestellt. Stehende Buckelplatten werden fast nie verwendet, hauptsächlich wegen der Schwierigkeit der Entwässerung; auch müssen sie bei gleicher Tragfähigkeit stärker sein als hängende. Stärke des Schotter unter den Schwellen mindestens 10 cm, meistens 12—15 cm; geringste zulässige Breite neben den Schwellenenden 15 cm, meistens 20—25 cm. Stärke der Buckelplatten meistens 8 mm, Seitenlänge nicht über 2,00 m (Berechnung nicht erforderlich). Tiefe des Buckels $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{12}$ der kürzeren Seite. Befestigung an allen vier Rändern durch 13—16 mm Niete, Teilung 5—8 cm. Um bei Befestigung auf Walzeisen Wassersäcke zu vermeiden, werden die Ränder der Platten so breit gewählt, daß die ganze Fläche gedeckt wird und über die Fuge eine Deckung aus Filz gelegt. Bei zusammengesetzten Querträgern nimmt man zweckmäßig die erste Lamelle 8 mm stark) um 10 bis 12 cm breiter als die übrigen und befestigt darauf die Buckelplatten. Die Abdeckung durch Filz ist immer empfehlenswert.

Bei Anwendung von \square Eisen legt man am besten die Ränder benachbarter Buckelplatten übereinander, was an anderen Stellen Futter nötig macht (selten angewendete Bauart).

Die Entwässerung wird durch ein ∞ 5 cm großes Loch in jeder Platte bewirkt. Dasselbe wird am besten gestunzt, der Grat (nach außen) nicht entfernt. Das Wasser wird durch ein System von Längs und Querrinnen, Gefälle 1,5 ‰, fortgeführt. Unangenehm ist die Durchführung dieser Rinne durch die vollwandigen Querträger, für die eine besondere Versteifung erforderlich wird (Fig. 396). Die Anordnung *b* ist billiger und besser als die bei *a* dargestellte und meist angewendete. Das Kiesbett wird durch seitliche Wände begrenzt, die am besten vertikal angeordnet und zum Tragen benutzt werden

Die Breite des Kiestroges wird gern so weit als möglich, um das Eigengewicht der Brücke zu reduzieren, der übrige Teil der Fahrbahnplatte wird

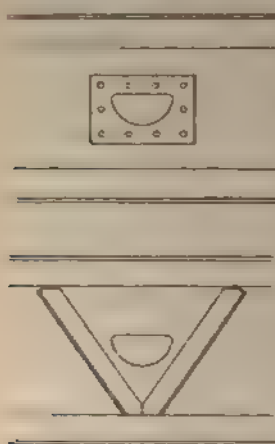


Fig. 394

entweder mit Riffelblech, oder besser mit Wellblech, Bleig, Eisen usw. gedeckt, worauf

- a) Beton mindestens 2 cm und Asphalt 1,5—2 cm als Belag. Die Entwässerung geschieht womöglich nach dem Trog. Monier-Platten kommen für die Fußwege auch in Betracht, sie sind aber, trotz ihrer vorzüglichen Eigenschaften, für Eisenbahnbrücken nicht sehr beliebt.

Von den vielen Abdeckungen der Fahrbahn, die hier und da zur Anwendung

kommen, jedoch nicht allgemein eingeführt sind, seien hier folgende erwähnt.

- a) Zusammengesetzte Profile Fig. 395. Die Entwässerung geschieht nach einer oder nach beiden Seiten.



Fig. 395

Vorteile: ausgezeichnete Steifigkeit, große Tragfähigkeit. Dessen gegenüber steht der hohe Preis als sehr empfindlicher Nachteil.

- b) Abdeckung durch Belag Eisen oder Vautherin-Schwellen. Die Konstruktion bietet den Vorteil, nicht viel Höhe in Anspruch zu nehmen, nachteilig ist der Umstand, daß die leichteren

Teile des Schotters bei wiederholtem Unterstopfen der Schwellen durch die unvermeidlichen Lucken fallen, so daß der Ballast nicht so fest ist wie bei Buckelplatten. Die Entwässerung geschieht ganz natürlich und ist eine vollkommene. Muß aber die Fahrbahn wasserdicht sein, so bleibt nur übrig, eine besondere Decke darunter zu befestigen (Weilblech).

c Hängebleche. Dieselben bieten den Vorteil kleineren Gewichtes gegenüber der Bauart b); die Konstruktion ist sehr einfach und auch für unregelmäßige Felderteilung geeignet. Die Entwässerung geschieht durch Löcher, die an der tiefsten Stelle der Mulde liegen, oder besser, nach einer Seite, wenn man das Blech nicht nach einer zylindrischen, sondern nach einer schwach konischen Fläche formt.



Zur Berechnung der Tragfähigkeit gibt Häselor die Formel¹⁾

$$D = 64 \sigma \frac{a}{l} \frac{\delta^2}{q + 8f} \quad , \quad f = \frac{l}{10} - \frac{l}{12}$$

wo D = Raddruck in t;

a = Länge, auf welche sich der Raddruck rechtwinklig zur Spannweite verteilt, in cm, 70 cm;

l, f, d Spannweite (nicht > 200 cm), Pfeilhöhe und Stärke in cm;

σ = zulässige Beanspruchung, etwa 0,8 t/cm²

Um σ zu bestimmen, pflegt man anzunehmen, daß die Druckspannungen sich im Verhältnis $\frac{y}{x} = \frac{4}{3}$ (Fig. 39b) verteilen; besser ist es x kleiner zu setzen, als diese Regel ergibt.

Der Horizontalschub ist $H = \frac{3}{16} D \frac{l}{f}$. Man pflegt diese Kraft nur bei den Enden der Brücken aufzu-

nehmen, indem man die letzten Felder absteift durch einen besonderen Horizontalverband, oder durch An-



wendung von Buckelplatten. Diese Bauart erscheint indes nicht ganz korrekt; besser wäre überall Versteifungen zwischen den Querträgern anzuordnen, oder mindestens der

Obergurt reichlich breit zu bemessen (eine genaue Berechnung ist nicht möglich).

Oft hat man die Tonnenbleche mit Beton bis etwa 5 cm über den Rand ausgefüllt. Wenn auch dadurch eine größere Steifigkeit erzielt wird, so hat man den Nachteil, daß die Entwässerung mangelhaft ist, denn erfahrungsgemäß ist die Betonmasse nicht wasserdicht.

Stehende Tonnenbleche sind nicht zu empfehlen, da sie wegen der Knickgefahr mit Versteifungswinkeln zu versehen sind und außerdem um etwa 30% stärker sein müssen. Der Hauptfehler ist aber die mangelhafte



Fig. 400

Entwässerung, bei welcher besonders die Befestigungsniete stark angegriffen werden.

Mit Vorteil können Hängebleche mit Buckelplatten verbunden werden (Fig. 400), wobei eine große Steifigkeit der Bahn und eine gute Entwässerung erzielt werden.

Ein besonderer Windverband wird bei Anwendung von Hängeblechen meistens nicht angeordnet.

d) Flachbleche. Besonders in Bayern bedient man in der letzten Zeit die Fahrbahntafel aus flachen

Blech. Die Stärke wird zu $\frac{l}{100}$ gewählt, wo l die kleinste

Entfernung der Langträger bedeutet (etwa 80 cm). Eine genaue Berechnung ist nicht möglich. Die Entwässerung wird bewirkt durch ein Gefälle von 1–1,5‰ nach einer Seite der Bahn, wo sich die Sammelrinne befindet, be-

der Anordnung und Deckung der Stöße muß man immer darauf Rücksicht nehmen. Diese Decke soll sich bis jetzt gut bewährt haben, ihr Hauptvorteil besteht in der Anpassungsfähigkeit, wodurch auch sehr unregelmäßige Brücken ohne wesentliche Kosten-erhöhung abgedeckt werden können; auch spart man das kostspielige System von Rinnen, die bei Buckelplatten erforderlich sind. Der schwache Punkt dieser Konstruktion ist immer die Entwässerung, denn es scheint nicht ausgeschlossen, daß sich Wasserräcke bilden, die unbemerkt bleiben und zur allmählichen Zerstörung des Bleches führen. Das Eisengewicht fällt größer aus als bei Buckelplatten.

Die Anwendung von Flachblechen ist sehr am Platze für die Ecken, die bei Abdeckungen von unregelmäßigen Flächen durch Buckelplatten schwer zu vermeiden sind.

c) Wellblech. Die Entwässerung geschieht nach einer oder nach beiden Seiten der Fahrbahn (Gefälle $1,5\%$). Da die Breite der Blechtafeln 1 m nicht überschreitet, sind viele Längsträger erforderlich.

Gewicht. Das Gewicht der Fahrbahn tafel kann angenähert gesetzt werden (mit D in t, l in cm).

| | |
|-------------------------|-------------------------------------|
| Pür Buckelplatten . . . | $17 + 3 D$ kg/m ² , |
| • Vautherin Schwellen | $35 + 0,13 D l$ kg/m ² , |
| • Belageisen . . . | $33 + 0,12 D l$. . . |
| • Hangebleche | $25 + 0,06 D l$. . . |
| • Wellblech . . . | $25 + 0,10 D l$. . . |

Diese Formeln geben nur das Gewicht der eigentlichen Decke an, wird auch der Tragrost in Rechnung gezogen, so erhält man Gewichte, welche sich nicht wesentlich von einander unterscheiden; die erwähnten Bauarten wären nach dem Eisengewicht etwa so zu ordnen

- | | |
|-------------------|------------------------|
| 1. Buckelplatten, | 4. Wellblech, |
| 2. Flachbleche, | 5. Belageisen, |
| 3. Hangebleche, | 6. Vautherin Schwellen |

Der Preis ist aber nicht allein vom Gewicht abhängig, für den Arbeitslohn muß man die Reihe gerade umkehren

Konstruktion des Gerippes.

Für die Längsträger verwendet man fast ausschließlich **I-Eisen**. Man berechnet sie unter der Annahme, daß die bleibende Last gleichmäßig verteilt ist und die Verkehrslast auf der Breite der Schwellen gleichmäßig wirkt, wobei die weitere Verteilung nach dem Gesetz des einfachen Trägers geschieht. Bei Belageisen und Vautherin-Schwellen konnte man unter Umständen auch die Theorie der durchgehenden Träger anwenden, wobei die Nachgiebigkeit der Stützen jedenfalls zu berücksichtigen wäre, das Ergebnis ist aber nicht wesentlich verschieden.

Bei Buckelplatten hat man oft sowohl die ständige wie die zufällige Last auf alle vier Seiten verteilt nach den Diagonalen der durch die Träger gebildeten Vierecke. Man kommt ungefähr auf dasselbe Resultat wie nach anderen Annahmen.

Die Querträger werden oft als Blechbalken ausgeführt, in diesem Falle nimmt man die erste Lamelle nur $\frac{1}{2}$ mm stark und läßt sie auf jeder Seite um etwa 5 cm überstehen, um die Befestigung der Buckelplatten oder Tonnenbleche zu erleichtern, die überstehenden Ränder werden am besten bei der Berechnung außer acht gelassen. Bei Anwendung von Wellblech, Belageisen usw. müssen die Niete oben versenkt werden, was einen größeren Abzug für die Locher bedingt, etwa 20%, auch darf dabei die Nietteilung nicht enger als $\frac{1}{3}$ genommen werden.

Die Höhe der Querträger kann bei schwerer Bahn etwas größer gewählt werden als bei leichter, der Unterschied braucht indessen nicht sehr stark zu sein, denn maßgebend ist (außer der Beanspruchung) die Durchbiegung infolge der Verkehrslast allein, für die gewöhnlich $\frac{1}{200}$ der Länge als zulässige Grenze angenommen wird.

Die Entfernung der Querträger kann ungefähr um 20% größer sein als bei leichter Bahn. Diese Regel hat aber wenig Wert, denn bei der Wahl sind andere Rücksichten maßgebend.

IV. Die Konstruktionshöhe.

Die Höhe zwischen Schienen-Oberkante und Unterante-Eisenkonstruktion (einschl. Nietköpfe, ≈ 2 cm) heißt die Konstruktionshöhe. Zur Bestimmung derselben ist zuerst die Durchfahrts Höhe zu berücksichtigen. Diese beträgt: für Eisenbahnen 4,80 m über S. O., für Straßen etwa 4,60 m in Städten, 3,8–4,0 m auf Landstraßen. Soll noch eine elektrische Straßenbahn mit Oberleitung durchgeführt werden können, so ist die kleinste zulässige Höhe etwa 4,50 m. Für Wasserstraßen mit Verkehr von mittelgroßen Schiffen 3,20 m über seltenem Hochwasser, 3,50 m über bleibendem Wasser. Die lichte Durchfahrts Höhe ist meistens nicht auf der ganzen Breite erforderlich.

Außerdem kommt noch in Betracht ein Zuschlag von ≈ 5 cm in allen Fällen, in welchen die Höhe der unteren Straße nicht wirklich unveränderlich ist, weil durch das Unterstopfen der Schwellen, durch die Eröberung des Pilastrs usw. das ursprünglich angenommene Maß geändert werden kann.

Schließlich ist noch auf die Durchbiegung des Bauwerkes Rücksicht zu nehmen; dieselbe kann für eine vorläufige Berechnung zu $\frac{1}{1.200}$ der Spannweite angenommen werden. Die kleinste Konstruktionshöhe ergibt sich in einigen Fällen wie folgt:

a) Zwillingssträger

| | |
|--|--------------|
| Schiene und Unterlagsplatte ¹ | 15 cm |
| Langschwelle | 15 |
| Unterer Flansch | 2 |
| Nietköpfe bzw. untere Verbindung | 2 |
| Summe | <u>34 cm</u> |

¹ Diese Höhe kann auch ganz durch Anwendung von Längsschienen ersetzt werden.

Die Konstruktion kann noch ungeändert bis auf eine Spannweite von etwa 30 m. Zwise-
hen 3 und 10 m die praktischen Grenzen dieser Bauart

Die Konstruktionshöhe etwa $\frac{L}{15} - 4$ cm

b) Kleiner einseitige Brücken. Entfernung der Haupt-
träger 3 m. Die Längsträger werden so angeordnet,
daß zwischen benachbarten Unterkante und Querträger eine
minimale freie Spannweite bleibt ≈ 3 m.

Daraus ergibt sich die Konstruktionshöhe

| | |
|--|-------|
| Nische mit Unterlagsplatte | 15 cm |
| Schwelle | 16 " |
| Längsträger | 24 " |
| Untere Flanch der Quer- und Haupt-
träger, Nietköpfe usw. | 5 " |

Summe 60 cm

Die Schwelle kann auf die hier angegebene stark-
abgewinkelte Form wichtig ist dabei, daß der Schnitt
senkrecht zum Planch des Trägers entnommen
wird, um das Verfaulen des Holzes zu verhüten.

Diese Bauart ist bis auf etwa 30 m Spannweite an-
wendbar.

c) Größere Brücken mit leichter Bahn unten. 10 m
Abstand der Hauptträger etwa 4,50 m.

Die Höhe der Querträger kann bis auf 30 cm herab
gesetzt werden, maßgebend bleibt die für die Schwelle
und Längsträger erforderliche Höhe (vgl. Fall b).

d) Brücken mit schwerer Bahn. Abdeckung mit Bockel-
platten.

Es ist auch hier möglich, mit 60 cm Gesamthöhe
auszukommen, indem man die Querträger bis auf 20 cm
unter die Nischen-Unterkante hoch führt. Zur Befestigung
der Bockelplatten benutzt man den Untergurt der Quer-
träger, der aus 2 C-Eisen WP 100, oder 11 P 110,
oder 11 P 16 und Latten besteht, oder hängt sie
mittels L-Eisen an den Obergurt. Die letztere Bauart

erfordert etwas mehr Höhe (ungefähr 1 cm), ist aber vorzuziehen, weil keine Niete auf Zug beansprucht werden. Die Langträger bestehen aus zwei C-Eisen mit einer Lamelle darüber, oder aus einem breitflanschigen I-Eisen (Grey-Träger). Unter der Schwelle muß die geringste Stärke des Schotter's mindestens 10 cm betragen. Eiserner Querschwellen sind 8 cm hoch, hölzerne 16. Danach rechnet sich die Höhe:

| | |
|---|--------|
| Schiene und Unterlagsplatte | 15 cm |
| Hölzerne Schwelle | 16 " |
| Schotter | 10 " |
| Buckel | 14 " |
| Unterer Flansch der Haupt- und Querträger | 5 |
| Summe | 60 cm. |

Für die Abführung des Wassers benutzt man sehr flache Rinnen, die quer zur Bahn angeordnet sind und bis auf die Sammelrinnen dicht bei den Hauptträgern geführt werden; die Querträger werden daselbst etwas zusammengezogen (Fig. 402). Als Rinne werden am besten C-Eisen angewendet, z. B. das Profil C 122/35 der Burbacherhütte oder C 100/20 der Rothe Erde.

Die erforderliche Neigung der Rinnen (mindestens $\frac{1}{200}$) bedingt bei langen Brücken einen Verlust in der Konstruktionshöhe, wenn die freie Höhe darunter auf der ganzen Länge gewahrt bleiben muß. Eine Deckung durch leichtes Wellblech ist indes nicht vorteilhafter.

Die Abdeckung der Fahrbahn durch Tonnenbleche, Wellblech, zusammengesetzte Kasten für den Schotter usw. führt zu derselben Konstruktionshöhe wie Buckelplatten.

Wenn es darauf ankommt, die geringste Höhe zu beanspruchen, kann man auf die günstigste Feldteilung, Form der Gurtungen usw. keine Rücksicht mehr nehmen. Vielmehr muß man auf Grund der Dimensionierung der einzelnen Teile deren größte Tragweite feststellen und danach den Trägerrost bestimmen. Für den Unter-

von der Bauart der Brücke fast nur der mit 50
 Jahren oder längerer Zeit verschiedene T Querschnitt
 zu betrachten. Man vermisse niemals die Durchbiegung
 der einzelnen Träger zu untersuchen, dieselbe soll die
 der Brücke durch die Verkehrslast allein nicht mehr
 als 1/20 der Länge betragen.

Die zulässigen Bogenstrecken bis auf etwa 100
 Meter sind in der Konstruktionshöhe auf ungefähr
 1/10 zu betrachten werden.

27. Straßenbrücken.

1. Belastungsangaben.

Je nach der Umfassung kommt dabei in Betracht
 a) eine schwere Straßenwalze Fig. 301 und Menschen-
 gedränge.

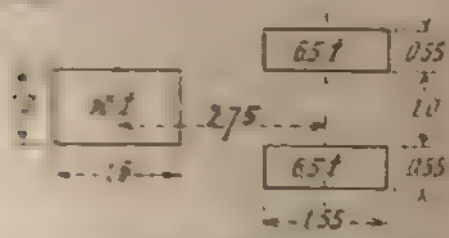


Fig. 301. Eine schwere Straßenwalze.

b) ein oder mehrere Züge nebeneinander fahrender
 schwere und Menschengedränge.

c) ein oder mehrere Straßenbahnwagen.

Für die in Betracht kommenden gewöhnlichen
 Straßenbrücken kommt man zu

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|
| Leichte Wagen | 2,5 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 | 8,0 | 9,0 | 10 | 12 |
| Schwere Wagen | 2,5 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 | 8,0 | 9,0 | 10 | 12 |
| Sehr schwere Wagen | 2,5 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 | 8,0 | 9,0 | 10 | 12 |

Für ein Pferdepaar rechnet man 0,8 t, der beanspruchte Raum ist etwa 2,8 m lang.

Für die Berechnung der Querkräfte ist es ungünstiger, den ersten Wagen ohne Bespannung anzunehmen.

Die gleichwertigen Belastungen in t/m für einen Streifen gleich der Wagenbreite sind annäherungsweise durch folgende Formeln ausgedrückt:

| Wagen
Breite | Achs-
last | Last f d Momente
in der Mitte | Last f Momente
u Querkräfte
an Ende | Last für Querkräfte
in der Mitte |
|-----------------|---------------|----------------------------------|--|---|
| 2,0 | 3 | $q = 0,8 + \frac{3}{L}$ t/m | $q' = q \left(1 + \frac{2}{L} \right)$ | $q'' = q \left(1 + \frac{8}{L} \right)$ |
| 2,3 | 6 | $q = 0,9 + \frac{8}{L}$ t/m | $q' = q \left(1,1 + \frac{15}{L} \right)$ | $q'' = q \left(1,25 + \frac{8}{L} \right)$ |
| 2,3 | 10 | $q = 1,0 + \frac{15}{L}$ t/m | $q' = q \left(1,1 + \frac{15}{L} \right)$ | $q'' = q \left(1,4 + \frac{6}{L} \right)$ |

Diese Werte sind aber nur für angenäherte Berechnungen zu gebrauchen.

Für Menschengedränge rechnet man 300 kg/m² in Dörfern, 400 bis 500 in Städten; für einzelne Teile der Fußwege ist es jedoch ratsam, etwa 560 kg/m² anzunehmen (Häselser).¹⁾

In Bayern sind folgende Belastungen vorgeschrieben, je nach der Klasse der Brücken:

Wagen

| Länge
m | Breite
m | Achsen-
stand
m | Spur-
weite
m | Achsen-
last
t | |
|------------|-------------|-----------------------|---------------------|----------------------|----|
| 1 | 8,0 | 2,6 | 4,0 | 1,0 | 12 |
| 2 | 6,0 | 2,4 | 3,0 | 1,8 | 4 |
| 3 | 5,0 | 2,2 | 2,5 | 1,3 | 2 |

Menschengedränge für die Berechnung der Hauptträger 300 kg m² für Querträger, Zwischenträger und Konsolen 560 kg m².

¹⁾ Ein so dichtes Menschengedränge, daß eine nennenswerte Bewegung der ganzen Masse noch oben möglich ist, wiegt ca. 600 kg m². Bei einer Belastung von 700 kg m² ist jede Bewegung ausgeschlossen.

IX. Maschinen Praktische Angaben

Der ~~erste~~ der Straßenbahnwagen ist im ~~allgemeinen~~ 2 m breit und 3,10 m hoch.

~~Der zweite~~ Wagen Länge ca. 7,6, Achsstand ~~ca. 1,6 m~~ ~~ca. 1,6 m~~ ~~wiegen~~ ca. 3 t für Pferdebetrieb, ca. 11 t für ~~elektrischen~~ Betrieb mit Überleitung, ca. 14 t mit Akk.

~~Der dritte~~ Wagen Länge ca. 10, Achsstand ~~ca. 1,6 m~~ ~~ca. 1,6 m~~ ~~Entfernung~~ der Drehgestelle von ~~Mitte zu Mitte~~ ca. 3 m wiegen ca. 20 t für elektrischen Betrieb mit Überleitung, ca. 25 t mit Akkumulatoren.

Alle Zahlen sind nur als allgemeine Angaben zu ~~verwenden~~. In jedem besonderen Fall muß man noch ~~zu~~ ~~den~~ ~~Möglichkeiten~~ berücksichtigen, daß schwerere Wagen ~~zu~~ ~~Benutzen~~ ~~werden~~ können.

Für den Überbau rechnet man 110–170 kg/m

Für den Winddruck kann man die Vorschriften für Eisenbahnbrücken annehmen.

~~Verwendungsfall~~ ist auch auf die Fliehkraft, Bremskraft und Haltekraft noch Rücksicht zu nehmen.

Gewölbte Brücken. Bei der Unsicherheit der Verteilung der Kräfte empfiehlt sich die Einführung einer gleichwertigen stetigen Last, deren Größe gleich derjenigen für die Querkraft und Momente am Ende eines einfachen Balkens anzunehmen ist.

II. Eigengewicht.

Nach dem Handbuch der Ingenieurwissenschaften rechnet man das Gewicht der Fahrbahn wie folgt

a. Fahrbahnplatte nebst Decke.

- | | | |
|---|---|-----|
| 1 | Bollenbelag aus Eiche oder Kiefer, die untere Schicht 10 cm, die obere quer zur Bahn 6 cm stark | 190 |
| 2 | Buchentohlen 8 cm stark auf eichenen Längsschwellen, die auf Belagisen 30 cm voneinander liegen | 170 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3 | Doppelter Bohlenbelag aus Kiefernholz 11 bzw. 8 cm stark, oben mit Nägeln beschlagen . . | 240 |
| 4 | Stahlplatten auf Belageisen | 180 |
| 5. | Schotter auf Belageisen, 20 cm stark über Oberkante Eisen | 540 |
| 6 | Schotter auf Wellblech, 20 cm stark über Wellenoberkante | 510 |
| 7 | Steinpflaster, 14 cm stark, mit 12 cm Kiesbettung auf 8 mm Buckelplatten | 750 |
| 7a. | Wie 7. Pflaster 10 cm Kiesbett 6 cm stark. . | 530 |
| 8. | Holzpflaster auf 6 cm Asphaltbeton auf 8 mm Buckelplatten mit Beton ausgefüllt | 420 |
| 9 | Schotter 20 cm auf Ziegelgewölben 1 St. stark, einschließend I-Eisen für die Gewölbe . . . | 920 |
| 10 | Holzasphaltmasse auf Belageisen | 440 |
| 10a. | > aus Trägerwellblech | 320 |

b) Fahrbahngerippe.

| | | |
|----|--------------------------------|----------------------|
| 1 | Für leichte Wagen | 65 kg/m ² |
| 2. | > schwere Wagen | 85 |
| 3. | > sehr schwere Wagen | 100 |

Dieses Glied fällt fort, wenn die Bohlen, Belageisen, Wellblech usw. unmittelbar von den Hauptträgern getragen werden.

c) Fußwege.

Die Abdeckung wiegt:

| | | |
|----|---|----------------------|
| 1. | Einfacher Bohlenbelag | 70 kg/m ² |
| 2. | Asphalt über Beton auf Wellblech | 230 |
| 3. | Stehende Tonnenbleche oder Buckelplatten, Beton und Asphalt | 300 |
| 4. | Granitplatten 15 cm stark | 400 |
| 5. | Monierplatten | 120 |

Das eiserne Gerippe wiegt 45 kg/m² bzw. 65 kg/m², je nachdem die Fußwege außerhalb oder innerhalb der Hauptträger angeordnet sind.

Für Brücken, wo die Fahrbahntafel den Hauptwindverband entbehrlich macht, sind je nach der Bauart

[illegible]

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

Pharmaceutical Research

D: 3

— 22 —

[illegible]

1344

: = Feste in m:

$$A = T_1 T_2 \dots T_n \text{ in } \mathcal{M}$$

Für andere Trägerformen sowie für die allgemeinen Formeln zur Berechnung des Gewichtes unregelmäßiger Brücken verweisen wir auf S. 518.

Für Bogenlänge s. S. 378.

III. Die Fährbahn

Sehr oft hat man die Fahrbahn durch einen doppelten Bohlenbelag abgedeckt; der untere ist 8 bis 16 cm stark der obere quer angeordnet 6–8. Bei der Berechnung pilgt man den oberen Belag dadurch zu berücksichtigen, daß man die Einzellasten auf zwei der unteren Bohlen verteilt. Bei der üblichen Breite der Bohlen 25 cm ist alsdann die erforderliche Stärke für den Ralldruck D in t bei einer Stützweite von l cm und einer Beanspruchung von 70 kg/cm^2 $s = 0,65 \cdot D / \text{cm}$. Das Gewicht des durchzufsten Bohlenbelags ist etwa 9 d kg/m^2 für Nadelholz, 10 d kg/m^2 für Eichen- und Buchenholz (d = Gesamtstärke in cm). Für Klappbrücken, wenn sie für sehr schwere Wagen zu berechnen

sind, kann die Anwendung von Stahlplatten vorteilhaft sein, deren Oberfläche muß mit starken Rippen versehen sein, damit die Pferde nicht ausgleiten.

Gulseiserne Platten sind zur direkten Abdeckung selten zur Anwendung gekommen, indem man bei der stoßweisen Einwirkung der Lasten ein Brechen befürchtet.

In den meisten Fällen wird die Fahrbahn durch Schotter, Beton oder Pflaster gedeckt, wozu eiserne Bleche oder Walzprofile als Tragkonstruktion dienen.

Der Schotter von d cm Höhe wiegt im Mittel $19 d$ kg/m². Die Oberfläche wird zwecks besserer Entwässerung flach gewölbt gemacht (etwa 2 ‰). Die Stärke der Beschotterung über den höchsten Stellen der Brückentafel kann in der Mitte zu 20 cm für schwere Wagen angenommen werden, zu 15 cm für leichte Wagen; an den Rändern 15 bzw. 12 cm. Man nimmt an, daß der Druck einer Einzellast sich mit der Neigung $\frac{1}{3}$ überträgt, so daß bei einer Breite des Rades von 10 cm der Druck auf $10 + 1,5 d$ cm gleichmäßig verteilt wirkt (Winkler). Nach anderen Angaben konnte man eine Neigung 1:1 annehmen, was zu $10 + 2 d$ führt.

Beton, aus 1 RT Zement, 3 Sand, 6 Schotter gebildet, 12–18 cm stark, mit einer Asphaltschicht 2,5 bis 4 cm dick, ist auch angewendet worden, besonders für Stadtbrücken. Wölbung etwa 1,5 ‰; Gewicht $19 d$ kg/m². Man vergesse nicht, daß die Entwässerung an der Oberfläche nicht vollkommen ist, so daß man für Ableitung des Wassers aus den Buckelplatten zu sorgen hat, in den meisten Fällen werden jedoch besondere Rinnen wohl entbehrlich sein.

Steinpflaster, 10–26 cm stark, mit einer Kies- oder Sandbettung 6–10 cm, gibt eine sehr widerstandsfähige aber sehr schwere Decke, welche starke Stöße voranlaßt. Das spezifische Gewicht der Steinwürfel ist 2,5.

Die Brückentafel aus einem Werkstoff etwa aus Beton oder aus einem 3—5 m lange abgesetzten Stein, aber sehr für die Herstellung des Gewichtes ist geeignet, ist, wenn man sie nicht durch über den Brückenbogen der Brückentafel eine 4—6 cm dicke Schicht aus Zement oder Beton gerechnet werden.

Die der Tragkonstruktion zugehörigen wir auf die der Brückentafel zugehörige Seite 30. Es sei hier nur bemerkt, daß man bei Straßenbrücken nicht so im Brückenbogen anordnet wie bei Eisenbahnbrücken. Hierherher scheiden nur selten am Platz, besonders wenn durch Auflagen aus Beton die Stetigkeit gegeben ist. Bei Straßen hat man auch sehr oft verwendet, die Last auf 3 Eisen zu verteilen, verläßt man die einzelnen Profile mittels kräftiger Wälzen, welche unten durchgeführt und dann zwischen und passend gefüllte Platten mit den beiden Enden verbunden werden. Es kann vorteilhaft sein, die Brückenbogen anzuordnen, um die sekundären Lasten zu tragen.

Bei der besten guten Verbindung der Brückentafel mit der Quertafel und geschickter Abwechslung der Stöße kann man die Theorie der durchgehenden Träger anwenden.

Brückentafel aus Stein. Diese Brückentafel hat ein sehr hohes Gewicht, was starke Haupt- und Zwischenträger nötig macht, obwohl für das Gerippe der Fahrbahn reicht um 10% höhere Beanspruchungen, mit Rücksicht auf die Milderung der Stöße, zulässig sein dürfen.

Die Gewölbe werden in der Regel aus Ziegelsteinen hergestellt, quer zur Brückennachse angeordnet, und haben bei 10—20 m Spannweite Pfeilhöhe $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{3}$, meist $\frac{1}{4}$, die Stärke von $\frac{1}{2}$ —1 Stein. Die Zwischenräume werden mit Beton ausgefüllt bis über die I Eisen, meistens kommt noch darauf eine dünne 2—4 cm Schicht Zement oder Asphalt zur Wasserdichtung; die obere Fläche muß so geformt sein, daß das Wasser

vom Eisen abgehalten wird. Die I-Eisen, auf welchen die Kampfer liegen, werden miteinander verankert, um den Horizontalschub aufzunehmen.

Nach Winkler ist die Tragfähigkeit eines Kappengewölbes $D = \frac{980 \, t \, h \, d^2}{1,4 + 2 \, d}$ wo:

D = Einzellast in t,

h = Länge, auf welche sich der Druck verteilt, in m (etwa 0,5, ,

h , l und d = Pfeilhöhe, Spannweite und Stärke des Gewölbes in m.

Die zulässige Beanspruchung ist dabei 8 kg/cm² vorausgesetzt. Das Gewicht beträgt

$$80 \left(1 + D + \frac{Dl}{2} \right) \text{ kg/m}^2$$

Bei Anwendung von Hohlziegeln verringert sich dieses Gewicht kaum.

Vorteilhaft sind Kappengewölbe aus Beton mit Eiseneinlagen, für welche die Tragfähigkeit (mit $\sigma = 28 \text{ kg/cm}$)

$$\text{ist: } D = \frac{2800 \, d}{1 \left(\frac{2}{d} + \frac{3}{h} \right)}$$

Das Gewicht muß in jedem Fall ermittelt werden, da die Form des Gewölbes zu sehr von den besonderen Umständen abhängig ist. Für die vorläufige Berechnung kann man es nach der obigen Formel berechnen mit dem Koeffizienten 60 statt 80.

IV. Die Konstruktionshöhe.

Die lichte Durchfahrtshöhe wird, wie auf Seite 529 angegeben, festgestellt.

Für die Abdeckung rechnet man:

| | |
|-----------------------------|----------|
| bei doppeltem Bohlenbelag | 14—16 cm |
| für Schotter auf Belageisen | 16—20 „ |
| „ „ „ Wellblech mindestens | 20 „ |
| „ Steinpflaster auf Kies | 16—25 „ |
| „ Holzpflaster auf Beton | 16—18 „ |

so daß man durchschnittlich auf etwa 20 cm bei Decken mit Buckelplatten oder Hangeblechen, auf etwa 25 cm bei Belagseisen oder Wellblech geführt wird. Die Holzabdeckung bleibt entsprechend dünner.

Asphaltbelag, 4 cm stark auf 8 cm Betonunterlage bildet die niedrigste Abdeckung (für schwere Verkehrslast noch zu knapp).

Die Querträger sollen nicht niedriger sein als der Spannweite. Hiernach kann die Konstruktion für schmale Brücken Abstand der Hauptträger ungefähr 6,0 m wie folgt gerechnet werden:

| | |
|----------------------------------|-------|
| Abdeckung auf Buckelplatten oder | |
| Tonnenblechen | 20 cm |
| Querträger | 40 |
| Nietköpfe usw. | 5 |
| Summe: | 65 cm |

Es ist hier vorausgesetzt, daß die Querträger an beiden Enden verjüngt sind, so daß ihre Unterkante in der Mitte auf gleicher Höhe liegt wie der tiefste Punkt der Hauptträger. Mit Rücksicht auf die Entwässerungsrinnen kann man unter Umständen gezwungen sein, etwa 5 cm zuzuschlagen.

Bei steinernen Bogenbrücken von nicht allzugroßer Spannweite (bis etwa 22 m) kann man die Konstruktionshöhe auf ungefähr 85 cm beschränken.

98. Die Fußwege der Brücken.

Bei Eisenbahnbrücken ist für jeden Fußweg nur eine Breite von höchstens 1 m erforderlich, eine Trennung von der eigentlichen Fahrbahn ist nicht nötig. Abdeckung bei leichter Bahn durch Holz, bei schwerer durch Riffelblech (selten) oder durch Beton und Asphalt auf Wellblech, nur ausnahmsweise auf Profileisen u. dgl.

Bei Straßenbrücken ist eine Trennung durch eine Erhöhung von 15–20 cm empfehlenswert. Liegen die Fußwege außerhalb der Hauptträger, so ist doch die Anordnung einer Längsschwelle, mit Eisen gesäumt, zum Schutz der Tragwände nötig; der Abstand des Randes von der äußersten Kante der Hauptträger kann etwa 40 cm gewählt werden.

Die Abdeckung der Fußwege geschieht meistens mit einfachen Bohlen, die zur Entwässerung eine Neigung von 1,5–2,5‰ (meistens nach der Fahrbahn zu erhalten, oder durch Fugen von etwa 0,5 cm getrennt sind. Zur berechneten Stärke schlage man etwa 1 cm zu, um der Abnutzung Rechnung zu tragen. Steinplatten werden selten angewendet wegen des hohen Gewichtes. Bei gleichmäßig verteilter Last q kg/m², zulässiger Beanspruchung σ (etwa 9 kg/cm² für Sandstein, bis 20 kg/cm² für Schiefer wird die Stärke der auf allen vier Seiten aufliegenden Platte:

$$d = \frac{l}{100} \sqrt{\frac{3q}{\sigma}} \quad l^4 + l_1^4$$

wo $l_1 > l$ alle Maße in cm. Die größte Fläche einer Platte ist etwa 1,5 m². Das Gewicht ist annähernd 0,70 t kg/m².

Vielfach gebräuchlich ist die Abdeckung durch Beton, über welchen eine dünne Schicht von Asphalt zu liegen kommt. Als tragender Teil kommt Eisen in Frage und zwar als Buckelplatte etwa 1–3 mm stark $g = 32–40$ kg/m², Vautherin-Schwellen oder Belag eisen, so weit voneinander liegend, daß die Lücke durch Ziegelsteine überbrückt werden kann etwa 8 cm im Lichten), wobei das Gewicht etwa 15 kg/m² beträgt, oder Wellblech ($g = 33$ kg/m²; selten findet man Tonnenbleche. Die Betonschicht soll mindestens 4 cm über dem Eisen stark sein, auf diese kommt dann die 1,5 bis 2,5 cm dicke Asphaltdecke.

Sehr geeignet und in der letzten Zeit vielfach verwendet sind Monier Platten, die zweckmäßig auch

mit Asphalt gedeckt werden. Für das Gewicht vgl. Seite 497.

Zum Genippe gehören die Konsolen, deren Gewicht bei Breite b und Entfernung l in m etwa $9bl + 20 \text{ kg}$ bei leichter Abdeckung, $12bl + 30 \text{ kg}$ für schwere Abdeckung geschätzt wird (Winkler).

Sind besondere Längsträger erforderlich, so rechnet man deren Gewicht $\sim 0,6(7 + b) \text{ kg/m}^2$ bzw. $0,5(7 + l) \text{ kg/m}^2$.

In besonderen Fällen, namentlich bei kurzen Brücken kann es vorteilhaft sein, die Fußwege durch besondere Träger zu unterstützen, die ebenso lang wie die Hauptträger sind und wie diese auf den Pfeilern aufgelagert werden. Das Gewicht des Eisens läßt sich in jedem besonderen Fall leicht berechnen.

Brücken, die nur für Fußgänger bestimmt sind werden fast ausschließlich mit Holz gedeckt. Bei der Berechnung der Stärke muß man berücksichtigen, daß schwer beladete Handkarren eventuell die ungünstigste Belastung ergeben.

99. Wahl des Hauptsystems für Brücken.

I. Träger mit einer Öffnung.

1. Vollwandige Träger.

Dieselben bieten in vielen Fällen die einzig mögliche Konstruktionsform (Laufkranträger, Querträger für Straßenbrücken usw.). Sie gestatten beliebig viele Angriffspunkte der äußeren Kräfte und sind einfach in der Herstellung. Als Hauptträger sind sie für Brücken bis 15 m Spannweite noch vorteilhaft, obwohl schwerer als Fachwerkträger. Selbst für Spannweiten bis 25 m stellen sich die Kosten eines vollwandigen Trägers nicht wesentlich höher als die eines Fachwerkträgers, so daß hier andere Gründe für die Systemwahl ausschlaggebend sind. Für Spannweiten über 25 m wird dagegen der vollwandige Träger unrationell; die dann erforderlichen

häufigen Stöße des Stehbleches und die kräftigen Versteifungen erhöhen unverhältnismässig das Gewicht sowohl wie die Löhne gegenüber kleinen Trägern. Bei durchgehenden Trägern sind sie für etwas größere Spannweiten gut anwendbar, besonders bei beschränkter Konstruktionshöhe in solchen Fällen bietet die Anordnung der Diagonalen in gewissen Feldern von Fachwerkträgern manche Schwierigkeiten). Liegen nicht besondere Gründe vor, so führt man die vollwandigen Träger mit parallelen Gurtungen aus. Andere Formen gestatten wohl eine gewisse Materialersparnis, kosten aber mehr an Werkstattlohn und erschweren außerdem den Anschluss von Querkonstruktionen.

Ausschlaggebend für die Wahl von vollwandigen Trägern für Brücken wird auch in manchen Fällen der Umstand, dass man bei der Montage das Bauwerk an einem Ufer fertig zusammennietet und alsdann über die ganze Öffnung hinwegschieben kann. Erforderlich ist dazu nur die Aufstellung eines Bockes etwa in Mitte der Öffnung, oder die provisorische Anbringung eines Vorderschnabels, eventuell auch eines Hinterschnabels für ein Gegengewicht.

2. Fachwerkträger.

a) Parallelträger. Die Parallelträger gelangen ungemein häufig zur Ausführung, sowohl für kleine wie für große Spannweiten von 100 m und darüber, als Träger auf zwei Stützen wie als durchgehende Träger, für letzteren bieten sie für Fachwerkträger die geeignetste Form. Die gewöhnliche Trägerhöhe ist $1/4$ bis $1/12$.

Vorteile sind Einfachheit in der Ausführung, Unabhängigkeit in der Anordnung der Stöße, und Möglichkeit, die Querversteifungen rationell anzubringen.

Demgegenüber stehen als Nachteile die unschöne Form und der größere Materialaufwand. Im allgemeinen empfiehlt es sich auch bei andern Trägerformen, die Diagonalen abwechselnd rechts und links fallend anzu-

ordnen. Der Vorteil dieser Bauart besteht hauptsächlich darin, daß die Hauptträger so wenig wie möglich von der Durchbiegung der Querträger beeinflusst werden. Die Gesamtdurchbiegung wird außerdem um etwa 6% geringer und auch der Materialbedarf etwas kleiner. Liegt die Bahn oben, so spart man die Hälfte der Ständer; daß dabei einige Diagonalen mehr knietzweher gemacht werden müssen, fällt kaum ins Gewicht insbesondere bei doppelten Wänden.

Stets vorteilhaft, wenn auch unschon, ist es, die Enddiagonalen als Gurte zu betrachten, und die Endpfosten, sowie den Endstab des einen Gurtes wegzulassen. Bei kleineren Brücken kann das ohne weiteres geschehen, bei größeren mit Bahn unten, wo ein durchgehender oberer Windverband besteht, kann man das Endportal nach amerikanischer Art in einer schrägen Ebene anordnen was aber wegen konstruktiver Schwierigkeiten weniger zu empfehlen ist, oder es mit dem ersten Ständer zusammen fallen lassen. Das letztere bietet keine Bedenken, nur muß die Wirkung auf den unteren Windverband berücksichtigt werden. Für Brücken mit Bahn oben gilt Entsprechendes, sinngemäß geändert.

γ Parabelträger. Gewöhnliche Trägerhöhe h , und mehr. Für die Anwendung des Parabelträgers oder überhaupt der Fachwerke mit polygonalen Gurtungen spricht zunächst der Umstand, daß sich die Gurtungen besser der theoretisch günstigsten Form nähern als bei Parabelträgern. Vorzugsweise bei Parabelträgern kommt man ferner zu fast durchgehende konstanten Gurtquerschnitten. Rechnet man hinzu, daß auch das Gitterwerk im allgemeinen sehr leicht ausfällt, so erscheint es begründet, daß die Fachwerke mit gekrümmter resp. geknietester Gurtung, besonders bei größeren Spannweiten häufig dem Parallelträger trotz der höheren Herstellungskosten vorgezogen werden.

Auch für den Parabelträger empfiehlt es sich, die Gitterstäbe druckfähig zu machen und keine Gegen

diagonalen anzuordnen, da durch deren Wechselwirkung die Verbindungen leicht gelockert werden.

Die Gewichtsersparnis beim Parabelträger gegenüber dem Parallelträger beträgt bei kurzen Spannweiten bis 12 %, bei großen bis 15 %. Durchgehende Parallelträger mit Spannweiten von über 50 m sind dagegen leichter als unabhängige Parabelträger.

Zu den Nachteilen des letzteren zählt zunächst die schwierigere und somit teure Art der Herstellung sowie die ungünstige Bildung der Spitzen an den Auflagern. Hierzu kommt eine größere Nachgiebigkeit, die bei gleicher Höhe 1,4 bis 1,7, bei $5/4$ facher Höhe noch etwa 1,1 bis 1,4mal so groß ist als beim Parallelträger.

y) Halbparabelträger. Derselbe ist zu einer ziemlich ausgedehnten Verwendung gelangt, vorzugsweise für größere Brücken, infolge seiner rationellen und gefälligen Linienführung. Er wird leichter aber konstruktiv ungünstiger, je mehr sich seine Form dem Parabelträger nähert. Die gewöhnliche Trägerhöhe beträgt $1/5$ — $1/10$, ist aber teilweise abhängig von der Höhe des Endständers, der praktisch so hoch angenommen wird, daß sich der obere Windverband bis zum Ende durchführen läßt. Man kann auch hier das Endportal nicht mit dem letzten, sondern mit dem vorletzten Ständer zusammen fallen lassen, und den Endständer sowie den Obergurt im letzten Feld fortlassen, wodurch eine gewisse Materialersparnis (3—5 %) zu erzielen ist (amerikanische Bauart). Ordnet man einen Endständer aber nur deshalb an, um einen bequemen Anschluß des Endquerträgers zu ermöglichen, so beschränke man seine Höhe nach Möglichkeit der Anschluß der Enddiagonale macht oft Schwierigkeiten).

δ, Schwedlerträger und ähnliche Formen. Der Schwedlerträger ist etwas leichter (etwa 4 %) als der Parabelträger. Übliche Trägerhöhe $1/5$ und mehr. Ein Grund zur Konstruktion dieses Trägersystems ist trotz der theoretisch günstigen Form kaum noch vor-

handen. Sie erfolgte nach dem Prinzip, alle Diagonalen nur auf Zug zu beanspruchen. Es entsteht dadurch eine Trägerform, bei welcher sich der gekrümmte Übergurt nach der Tragermitte hin etwas senkt; da dies sowohl in konstruktiver wie in ästhetischer Hinsicht ungünstig ist, so hilft man sich dadurch, daß man die obere Gurtung im mittleren Teil wagerecht durchführt.

Die Trägerform kann auch mit Rücksicht auf eine gefällige Linienföhrung nach Gutdunken gezeichnet werden, da die ohnehin steif zu bildenden Diagonalen eine gewisse Druckkraft aufnehmen können, zugewachte man darauf, daß die Spitzen der Gurte an den Auflagern möglichst stumpf sind.

Der Schwebelträger ist einfacher zu konstruieren als der Parabel- und Halbparabelträger, weil der mittlere Teil zum Parallelträger wird und der Winkel der beiden Gurtungen an den Enden nicht sehr spitz ist. Die Gurtquerschnitte sind nicht stark veränderlich, da die Trägerform sich eingewachsen dem Diagramm der größten Momente anschmiegt.

II. Träger über mehrere Öffnungen.

a) Durchgehende Parallelträger. Die Vorteile dieser Träger sind der Hauptsache nach

1. Einfachheit der Herstellung.
2. Eine um 20—30 % geringere Durchbiegung im Vergleich mit getrennten Parallelträgern.
3. Niedriges Gewicht bei geringer Konstruktionshöhe.
4. Stoßfreies Fahren infolge stetigen Verlaufs der Biegelinie über den ganzen Träger.

Diesen großen Vorzügen steht der schwerwiegende Nachteil gegenüber, daß das ganze System gegen unabsichtliche Senkungen der Stützen ziemlich empfindlich ist. Es ist deshalb von vornherein erforderlich, die Lager bei der Montierung peinlich genau einzustellen und besonders in der ersten Zeit wiederholt

und eingehende Kontrollen der Höhenlage vorzunehmen. Bei unzuverlässigem Baugrunde muß man von der Verwendung durchgehender Träger überhaupt absehen, um so mehr, wenn hohe Meiler in Frage kommen, deren Schräglage bei einseitiger Senkung außerst schädlich wirken kann (ungünstige Beanspruchung des Windverbandes). Bei einer Konstruktionshöhe von $l/11$ sind durchgehende Parallelträger um etwa 15–20% leichter als einfache getrennte Träger von gleicher Höhe. Dieser Unterschied kommt allerdings nicht ganz zur Geltung, weil eine eventuelle Nachgiebigkeit der Stützen berücksichtigt werden muß. Selbst bei gutem Baugrunde sollte man stets eine geringe Senkung der Auflager in Rechnung ziehen. Immerhin ist auch dann noch auf eine Ersparnis von etwa 15% zu rechnen. Einfache getrennte Parabelträger mit großer Konstruktionshöhe sind bis etwa 50 m Spannweite noch leichter als durchgehende Träger, Schwedlerträger noch weiter. Das Resultat wurde sich für den durchgehenden Träger günstiger gestalten, wenn man eine Form wählte, die der theoretisch günstigsten nahe kame, was indessen aus konstruktiven und ästhetischen Gründen außerst selten ausgeführt wurde.

β) Gerbersche Träger Infolge ihrer statischen Bestimmtheit bleiben bei Gerberträgern Senkungen der Stützen, ungleiche Erwärmung, Montierungsfehler usw. ohne Einfluß auf die Stabkräfte, wodurch ihr Verwendungskreis, im Gegensatz zum durchgehenden Träger, unbeschränkt ist.

Nachteile sind die Stöße beim Fahren infolge der Gelenke, sowie konstruktive Schwierigkeiten bei der Ausbildung der letzteren (siehe S. 467).

Eine mindestens grobe Anschmiegung an die theoretisch günstigste Form ist bei Gerberträgern oft ausgeführt worden. Im Vergleich mit durchgehenden Trägern ist das Gewicht im allgemeinen um einige Prozente geringer, die Durchbiegung der schwebenden

Teile nicht unwesentlich grösser, diejenige der auskragenden nahezu gleich.

III. Bogenträger.

Dieselben sind für große Öffnungen empfehlenswert, sobald genügend Konstruktionshöhe vorhanden ist. Für kleine Spannweiten sind sie kaum leichter als einfache Träger, befriedigen aber in ästhetischer Hinsicht bedeutend mehr als die meisten anderen Systeme.

Der Dreigelenkbogen ist um etwa 15% leichter als der Zweigelenkbogen, weil bei ihm Temperatureinflüsse nicht berücksichtigt zu werden brauchen; eine Gewichtsersparnis ist aber trotzdem kaum zu erzielen, da die Konstruktion des Scheitलगеленка ziemlich viel Material beansprucht. Gegen den Dreigelenkbogen spricht die Stosswirkung im Scheitलगеленк, die allerdings durch geeignete Ausbildung desselben herabgemindert werden kann. Dem gegenüber steht als Vorteil die Unempfindlichkeit gegen kleine Verschiebungen der Widerlager. Hieraus ergibt sich von selbst, daß auf unsicherem Boden ein Zweigelenkbogen überhaupt unzulässig ist, unter Umständen sogar auch ein Dreigelenkbogen. Der beiderseits eingespannte Bogen ist für kleine Spannweiten unvorteilhaft, weil die Temperaturkräfte eine zu große Rolle spielen. Erst bei Spannweiten über 50 m kann er in Betracht gezogen werden und auch dann nur, wenn die Pfeilhöhe verhältnismäßig groß ist. Jedenfalls ist die Montierung sehr umständlich und die kostspielige Verankerung läßt sich nicht immer vermeiden. Unbedingtes Erfordernis ist eine absolute Zuverlässigkeit der Widerlager.

Bogenträger mit elastischem Zugband sind im allgemeinen unvorteilhaft; sie können Parabelträgern mit drei Gurtungen und sehr niedrigem Gitterwerk gleich gestellt werden. Ähnlich verhalten sich andere Systeme, wie Bogen mit Versteifungsträger usw.

Der Zwickelbogenträger (Fig. 317 und 318, ist im Vergleich mit dem sog. Parallelbogen oder Stabhogen nur für mittlere und große Spannweiten, etwa über 30 m vorteilhaft. Der Sichelbogen bietet keine beson-

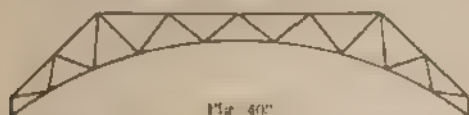


Fig. 402

deren Vorteile und verursacht mancherlei Schwierigkeiten in der Herstellung. Am vorteilhaftesten dürfte der allerdings unschöne Bogen mit abgeschnittenen Zwickeln sein (Fig. 403).

IV. Sonstige Systeme.

Für sehr große Spannweiten kommen Auslegerbrücken in Betracht (Fig. 336). Dieselben unterscheiden sich im Prinzip nicht vom Gerberschen Balken; sie erfordern aber eine bedeutende Höhe über den Pfeilern. Ob sie mit Bogenbrücken in Konkurrenz treten können, hängt von den besonderen Umständen ab.

Kragbogenträger können vorteilhaft sein, wo man sich dadurch dem Boden gut anschmiegen kann, oder wo es darauf ankommt, hohe gemauerte Pfeiler zu vermeiden. Das Einschalten von Gelenken ist im allgemeinen nicht zu empfehlen, wenn auch dadurch die statische Unbestimmtheit auf eine einfache reduziert oder ganz aufgehoben wird.

Für sehr große Öffnungen kommen endlich die Hängebrücken in Frage. Am vorteilhaftesten sind sie, wenn man die Kette als Drahtkabel und den Versteifungsbalken als parabolischen Träger ausführt.

Welches System in jedem einzelnen Falle am besten gewählt wird, muß natürlich durch besondere Untersuchung und unter Berücksichtigung der obwaltenden Umstände entschieden werden.

Hat man ein flaches Gelände zu überbrücken und liegt keine Beschränkung in der Anzahl der Stützen vor, so wähle man bei getrennten Parallelträgern und Pendelstützen die Spannweite etwa gleich der Stützenhöhe bei eingespannten Stützen ungefähr 25 % größer. Die billigste Lösung ist die, wo eine Brückenöffnung ebensoviel kostet wie eine Stütze einschl. der Fundierung.

100. Wahl des Systems für Dächer.

Dachbinder aus Holz und Eisen kommen nur für mäßige Spannweiten in Betracht. Auf Biegung oder auf Druck beanspruchte Stäbe werden aus Holz angefertigt; Verbindung der einzelnen Teile entweder durch Verzapfung oder mittels gusseiserner Schuhe. Letztere sind geeignet zur Unterstützung des Firstbalkens und zur Auflagerung der Binder auf dem Mauerwerk. Für größere Spannweiten verwendet man fast ausschließlich Dachbinder aus Eisen, besonders für Werkstattgebäude.

Für gewöhnliche Bauart (Satteldächer u. dgl.) ist es ziemlich einerlei, welches System für die Binder gewählt wird. Polonceau-Binder sind weniger geeignet in den Fällen, wo man wohl unter Annahme einer höheren Beanspruchung damit rechnen muß, daß schwere Lasten an das Dach gehängt werden, was in Werkstätten oft vorkommt.

Bei den englischen und belgischen Dachstühlen kann man etwas Material sparen, wenn man das tiefste Glied des Untergurtes nicht mit dem Obergurt über den Lagern zusammenlaufen läßt, sondern ihm nahezu parallel anordnet und eine Diagonale in das so gebildete Viereck einschaltet. Dadurch wird die Kraft im unteren Teil des Obergurtes wesentlich kleiner, so daß der ganze Obergurt, der meistens aus einem einfachen Walzeisen besteht, leichter gehalten werden kann.

Vorteilhaft sind die parabelförmigen Binder bei stetiger Krümmung des Obergurtes, denn bei der gleich-

maßigen Belastung, die fast ausschließlich in Betracht kommt, können die Fetten ohne Rücksicht auf die Lage der Knoten verteilt werden.

Die Anwendung von räumlichen Systemen kann bei Walmdächern vorteilhaft sein, besonders wenn der Firstbalken nicht sehr lang ist. Die langen Seiten müssen durch einen Windverband ausgesteift werden, falls man ihre Füße nicht fest verankern will; derselbe ist aber mit wenig Materialaufwand zu konstruieren. — Die günstigsten Verhältnisse für diese Bauart liegen vor, wenn der Firstbalken so kurz ist, daß er durch keinen

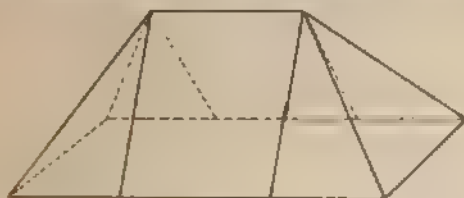


Fig. 101

Sparren belastet wird (Fig. 404). Das System kann aber auch in anderen Fällen empfohlen werden, besonders wo es darauf ankommt, den inneren Raum vollständig frei zu lassen.

Ähnliche Systeme hat man für Mansardendächer angewendet. Z. B. in dem in Fig 405 skizzierten Fall

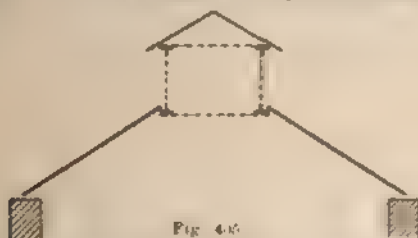


Fig. 405

sind zwei kräftige Längsträger auf den Giebelwänden aufgelagert und durch zwei Windverbände miteinander verbunden. Die Sparren sind daran befestigt und auf den Längswänden beweglich aufgelagert.

Bei freitragenden Dächern, wie sie für Bahnsteige gebräuchlich sind, wo das ganze Bauwerk auf einer Reihe von eingespannten Säulen ruht, wählt man die kleinste zulässige Neigung, um die Angriffsfläche des Windes möglichst gering zu machen, man veräume aber nicht die Stabilität der Säulen zu untersuchen bei Annahme

- a) einer Richtung des Windes von etwa 10 Grad gegen die Horizontale geneigt;
- b) einer einseitigen Schneedecke, ungefähr halb so stark als die gewöhnlich für die ganze Dachfläche in Rechnung gezogene.

Für offene Hallen kann man immer einen regelrechten Windverband konstruieren, sobald es möglich ist, zwei Punkte des Hauptwindverbandes durch Streben gegen jede Verschiebung zu sichern; am besten wählt man dazu zwei möglichst weit voneinander entfernte Ecken. Für das Dach kann man entweder eine Reihe von Bindern konstruieren oder irgend ein räumliches System. Auf alle Fälle verbinde man die Köpfe aller Säulen zu einer kinematisch starren Scheibe. — Ist die Anordnung von Streben in keiner Wand zulässig, so hilft man sich durch eines der folgenden Mittel:

1. Man verbindet alle Säulen jeder Wand mittelst einer durchgehenden Gurtung, auf halber Höhe angeordnet, zwischen dieser Gurtung und der zweiten auf den Köpfen der Säulen genügt es, ein Feld starr zu machen. Alsdann beteiligen sich alle Säulen einer Wand an der Übertragung der Horizontalkräfte und zwar werden alle auf Biegung beansprucht, daher ist das System sehr elastisch.
2. Man verbindet biegeunfest alle Säulen mit den Bindern, so daß eine Reihe von zweigelenkigen Portalen entsteht. Man vergesse nicht, daß diese stark nachgiebig sind; eine Untersuchung der elastischen Formänderung ist also unerlässlich. Diese Bauart ist nur für niedrige Hallen geeignet.

3. Man spannt jede Säule am Fuße fest ein. Teure und schlechte Bauart wegen der starken Nachgiebigkeit).
4. Man verbindet die Säulen biegungsfest mit den Bindern und außerdem spannt man sie am Fuße fest ein; es entstehen dadurch eingespannte Portale.

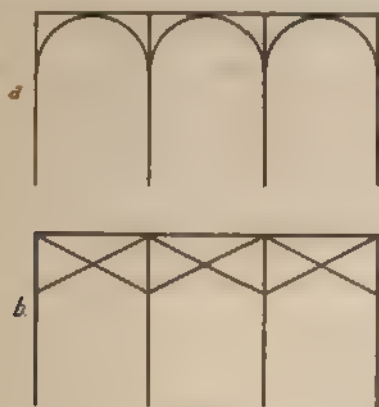


Fig. 405

5. In jeder Wand verbindet man jede Säule mit der nächsten durch einen Bogen oder durch ein Kreuz, (Fig. 406). Die Wirkungsweise der Säulen ist ähnlich wie bei der Anordnung 1, nur ist die Nachgiebigkeit größer. Diese Konstruktion läßt dem Architekten einigermassen freie Hand.
6. Für größere Hallen ist es schließlich möglich, die Binder selbst bis auf den Boden fortzuführen.

Die Anordnung von Zwischensparren, welche oben gegen ein biegungsfestes System gestützt sind, ist nur für kleine Dächer vorteilhaft oder für solche, wo aus anderen Gründen der Dachfirst sehr kräftig konstruiert wird.

Die komplizierten Formen, die von den Architekten gewählt werden, bieten nicht selten eigentümliche Schwierigkeiten.

Flache räumliche Systeme sind zum Tragen von Einzellasten wenig geeignet infolge der großen Nachgiebigkeit, z. B. ist eine hohe Laterne auf einer flachen Kuppel möglichst zu vermeiden. Ist man zu einer solchen Konstruktion gezwungen, so wähle man für die Kuppel die kleinstmögliche Anzahl von Sparren und lasse sie tunlich alle zu einem mittleren Knoten laufen. Das System wird dadurch in hohem Grade statisch unbestimmt und wird am besten auf grund vereinfachender Annahmen untersucht; am einfachsten setzt man voraus, daß die Kuppel durch eine starre Scheibe geschlossen ist.

Muß der innere Ring vollständig frei bleiben, so bleibt nichts anderes übrig, als ihn sehr steif zu konstruieren, eine möglichst kleine Anzahl von Sparren anzuordnen und sie durchgehend biegungsfest zu machen. Es empfiehlt sich im allgemeinen, die Kuppeln mit wenigen Sparren zu konstruieren und die gewünschte Form durch Zwischensysteme am besten mit den Füllern zusammenliegend zu erzielen. Das System wird dadurch übersichtlicher und auch für die Ausführung vorteilhafter.

Was die eigentlichen Hallensysteme anlangt, so ist man dabei in noch höherem Maße als sonst von der architektonischen Form abhängig. Die Hauptbinder werden als zwei- oder dreigelenkige Bogen ausgeführt, ersteres ist der Einfachheit halber vorzuziehen, der Einfluß von Temperaturänderungen usw. ist immer klein. Sind mehrere Hallen nebeneinander angeordnet, so ist es zweckmäßig, die Binder der größeren für sich stabil zu machen und die kleineren daran zu stützen; die Verbindung kann im allgemeinen gelenkig (Fiederblattgelenk o. dgl.) gemacht werden, es würde aber wenig an dem Verlauf der Kräfte ändern, sie biegungsfest anzuschließen, wodurch eine größere Steiligkeit erzielt werden könnte.

Der Windverband wird in der Ebene der Dachdeckung angeordnet; mindestens in einem Feld jeder

Langsawand wäre ein Kreuz erforderlich, was meistens aus ästhetischen Rücksichten nicht zulässig ist. Je nach der Form der Binderfusse wird man die eine oder die andere der auf S. 552 angegebenen Lösungen anwenden.

Die Endbinder tragen die Schürze, die am unteren Rand durch einen horizontalen Träger gegen den Winddruck auszusteifen ist. Wird dieser Träger mit dem Binder beiderseits fest verbunden, so bildet er ein Zugband, wodurch das System zweifach statisch unbestimmt wird und zwar (besonders bei sehr hohen Bindern, wo das Band verhältnismässig tief liegt) beeinflussen sich gegenseitig die beiden statisch nicht bestimmbarren Grössen (Kraft in dem Zugband und Horizontalschub am Auflager) ziemlich stark, so dass zur Bestimmung derselben eine sorgfältige Berechnung erforderlich ist, und ein grosser Spielraum für eventuelle Fehler in der Aufstellung gelassen werden muss. Die Einschaltung eines Gelenkes im Scheitel ändert an diesem Zustande nur wenig. Um die Schwierigkeit zu umgehen, hat man den Windträger auf einer Seite beweglich angeschlossen oder einen Fuss des Binders auf ein Rollenlager gestellt (wenig zu empfehlen wegen der starken Beanspruchung des einen und der Nachgiebigkeit des anderen Binderfusses) oder schliesslich den Windträger ganz weggelassen und die Schürze durch besondere Glieder (etwa viertelkreisförmig) gegen den nächsten Binder abgesteift, wobei der untere Stab der Schürze sehr leicht sein kann und auf einer Seite beweglich gestützt wird.

Querbalken werden am besten entweder so niedrig gebaut, dass sie das Hauptdach da schneiden, wo es nur schwach gekrümmt ist, oder ebenso hoch wie dieses, damit der Schnitt auf einer ebenen Kurve gescheht man hat mitunter diesen Umstand ausser acht gelassen und zum Anchluss doppeltgekrümmte Träger gebaut, die erhebliche konstruktive Schwierigkeiten bieten

101. Linienführung der Gurtungen.

Bei Bauwerken mit krummen Gurtungen, wie sie bei größeren Brücken, Hallenländern u. dgl. vorkommen, ist es angenehm und praktisch, die Kurve nach einem bestimmten Gesetz zu bilden, um zu einer möglichst gefälligen, stetigen Linie zu gelangen und hauptsächlich, um die einzelnen Punkte durch Rechnung mit der gewünschten Genauigkeit feststellen zu können. Für getrocknete Gurtungen empfiehlt es sich aus denselben Gründen sie als in einer regelmäßigen Kurve eingeschriebene Polygone auszuführen.

Der Kreisbogen wird oft als Grundlinie für flache Bogenbrücken gewählt, da er in diesem Falle entschieden eleganter als eine Parabel aussieht; dagegen ist für stark überhöhte Bogen die letztere günstiger. In mittleren Fällen kann ein Ellipsenbogen eine schönere Lösung bieten, da die Kurve wird in diesem Fall freihändig nach Gutdünken gezeichnet und nach einem der auf Seite 20 angegebenen Verfahren die Ellipse konstruiert.

Für Fachwerktrager, deren Höhe an den Enden nicht gleich Null ist, gibt eine Parabel die geeignete Gurtform.

Für lange Auslegerbrücken empfiehlt Müller-Breslau ein Seilpolygon für eine nach den Kampfern hin zunehmende Last. Durch alle Punkte, die man bestimmen will, legt man eine Vertikale und fasst sie als Wirkungslinie einer Last auf. Die Lasten sind vollständig wirklich, nur müssen sie nach den Kampfern hin regelmäßig zunehmen, dabei lassen sich mit Vorteil die Differenzen benutzen (Seite 19). Man kann eventuell in der Mitte eine Reihe gleich großer Lasten annehmen, an welche sich die zunehmenden anschließen, die entstehende Unstetigkeit ist im allgemeinen unwesentlich. Zu diesen Lasten rechnet oder zeichnet man das Seilpolygon mit solcher Polweite, daß die gewünschte Pfeilhöhe entsteht. Diese Konstruktion ist besonders für

hängende Gurtungen zu empfehlen, wo sie sehr gefällige Linien liefert.

Die Liniensführung ist hauptsächlich Geschmacksache; man soll jedoch in der Regel plötzliche Übergänge von einer Kurve in eine andere vermeiden, noch mehr den Übergang von einer Kurve in eine Gerade. In letzterem Fall kann eine Hyperbel gute Dienste leisten, notigenfalls eine solche höheren Grades, deren Gleichung auf die Asymptoten bezogen ist: $x^m y^n = c$. Die Exponenten m und n sind durch Versuche zu bestimmen. Zur Anfertigung der Werkstattzeichnungen wird oft die Kurve durch Kreisbögen ersetzt; es genügt meist, durch je drei aufeinanderfolgende Punkte einen Kreis zu legen; den Halbmesser bestimmt man nach der Formel $R = \frac{abc}{4F}$, wo a , b und c die Seiten des Dreiecks sind und F dessen Fläche bedeuten. Es genügt fast immer, die nötigen Maße aus der Zeichnung abzugreifen. Man nehme die Halbmesser lieber zu groß als zu klein!

102. Windverbände.

Die Windverbände haben den Zweck, das Bauwerk zu versteifen und widerstandsfähig gegen wagerechte Kräfte zu machen.

In jedem Bauwerk finden wir zunächst einen Hauptwindverband, der sich über die ganze Länge erstreckt und die Kräfte nach den Lagern führt. Derselbe wird am zweckmäßigsten dort angeordnet, wo die größten Horizontalkräfte angreifen; jeder Punkt des Bauwerkes, auf den eine Horizontalkraft übertragen werden kann, muß mit dem Hauptwindverband verbunden werden.

Bei größeren Brücken hat man vielfach zwei durchgehende Windverbände; der wichtigste ist der in Höhe der Fahrbahn angeordnete, der andere hat viel geringere

Kräfte aufzunehmen. Viel seltener findet man die durchgehende Windverbände

Ob es vorteilhafter ist, eine Reihe von Querversteifungen oder mehrere durchgehende Windverbände anzuordnen, muß in jedem einzelnen Falle entschieden werden.

Das Netz ist so einfach wie möglich zu halten. Zwischenaststeine kommen vielfach zur Anwendung. Statistische Unbestimmtheiten sowohl in dem ganzen System wie in den Einzelheiten werden meistens umgangen, obwohl dadurch das ganze Bauwerk steifer wenn auch oft etwas schwerer werden würde. Z. B. für die Querverbindungen bei Brücken genügen theoretisch zwei Kreuzdiagonalen, wesentlich besser ist es aber, dazu noch einen unteren Riegel anzuordnen wie bei den meisten Ausführungen. Man soll sich aber nicht lediglich aus Rücksichten der Symmetrie dazu verleiten lassen, unnötige Glieder einzuschalten.

Ihrer Natur nach können die meisten horizontalen Kräfte in verschiedenen Richtungen wirken (eine Annahme macht die Zentrifugalkraft bei Brücken in Kurven), so daß im allgemeinen alle Glieder des Windverbandes auf Zug und Druck zu berechnen sind. Um die Notwendigkeit sehr langer knicksicherer Glieder zu vermeiden, macht man von Gegendiagonalen ausgiebigen Gebrauch.

Der Hauptwindverband wird zweckmäßig so angeordnet, daß bereits vorhandene Konstruktionsteile als dessen Glieder benutzt werden. Bei Gebäuden kann mitunter zu diesem Zwecke auch die Mauerwand in Betracht, alsdann ist darauf zu achten, daß die an jedem Knotenpunkte eintretende neue Gurtkraft wirklich aufgenommen werden kann. Für die Behandlung dieses Falles siehe Seite 205.

Von den Füllungsgliedern sind im allgemeinen einige vorhanden, indem die Querträger o. dgl. als Riegel benutzt werden können. Bei passender Feldform wird ein einfaches System von Diagonalen am zweck-

maßigaten sein. Sind die Längen derselben nicht allzugroß, so empfiehlt es sich, sie knicksicher zu machen. Bei beschränkter Konstruktionshöhe dagegen, wie bei sehr langen Diagonalen, verwendet man fast immer Gegendiagonalen. Die Vorschrift des preuss. Eisenbahnministeriums¹⁾ macht die sonst nicht zu empfehlende Anwendung von Flachbäumen mitunter vorteilhaft.

Sehr geeignet für Windverbände, besonders bei langen und schmalen Feldern ist das System mit halben Diagonalen, bei welchem sowohl die Kneklänge der Diagonalen wie die der Riegel wesentlich verkleinert wird. Theoretisch sind zwar schlaffe Diagonalen und Gegendiagonalen, notigenfalls über zwei Felder vorteilhafter, vorausgesetzt daß die Riegel an und für sich steif genug sind, ein Fall, der z. B. bei einem Windverband in Höhe der Fahrbahn vorliegt, wo die Quertträger dazu benutzt werden. Muß man dagegen, wie beim oberen Verband einer Brücke mit Bahn unten, besondere Riegel konstruieren, so sind die Halbdagonalen zu empfehlen.

Die Auflagerung der Windverbände muß ebenso untersucht werden wie die jedes anderen Tragwerkes. Bei Gebäuden benutzt man dazu die Giebelwände, bei Brücken mit Fahrbahn oben ist die Anordnung von Kreuzen in den Endrahmen möglich. Liegt die Bahn am Untergurt, so ist man gezwungen, steife Portale zu konstruieren, um die Kräfte herunterzuführen; ebenso wenn der Verband nur den mittleren Teil der Brücke faßt.

Die amerikanische Anordnung eines schrägen Portals ist wegen der konstruktiven Schwierigkeiten nicht zu empfehlen.

1) Die Windverbände sind soweit angegeben aus starken Stäben zu bilden. Für solche Fälle genügt der Nachweis einer nur zweifachen Knicksicherheit, wenn sie paarweise angeordnet sind, es bemessen wird angeschlossen wird, daß der auf Zug beanspruchte Stab beim etwaigen Ausweichen des Gegenstabes die zu übertragende Kraft selbst aufnehmen kann. Erlaß vom 1. Mai 1875.

Hat man sich für die Anordnung eines einzigen durchgehenden Windverbandes nebst einer Reihe von Querversteifungen entschlossen, so ist noch auf die dadurch entstehende Mehrbelastung der Hauptträger Rücksicht zu nehmen. Das Gleiche gilt für den Fall, daß ein steifes Portal nicht gerade am Ende der Brücke aufgestellt ist.

Windverbände, welche nicht in einer Ebene, sondern in einer krummen Fläche liegen, müssen als räumliche Fachwerke betrachtet werden, sie geben immer eine Zusatzbelastung der mit ihnen verbundenen Tragwand.

Es sei noch erwähnt, daß bei Brücken die Windverbände infolge der Durchbiegung des Tragwerkes unter dem Eigengewicht von vornherein eine Beanspruchung erfahren. Was den unteren Windverband anbelangt, so wird sich derselbe etwas verlängern, die Diagonalen somit alle Zugspannungen, die Riegel Druckspannungen erhalten. Bei dem oberen Windverbände haben umgekehrt alle Diagonalen infolge der Verkürzung der Gurtungen einen Druck aufzunehmen, d. h. wenn sie schlaff sind, biegen sie sich durch und kommen erst zur Wirkung, wenn das ganze Bauwerk soviel nachgegeben hat, daß eine Schar von Zugdiagonalen wieder gespannt wird. Sind die Diagonalen steif, so entstehen in ihnen Spannungen, welche nach der Verkürzung der Gurtungen berechnet werden können. Bezeichnet man mit a die Länge eines Gurtstabes, mit d diejenige einer Diagonale, und vernachlässigt die Längenänderung der

Riegel, so ergibt sich: $\frac{Jd}{Ja} = \frac{a}{d}$. Führt man die Span-

nungen ein, so ist: $Ja = \frac{a}{E} \sigma_a$ und $Jd = \frac{d}{E} \sigma_d$, also

$$\frac{Jd}{Ja} = \frac{d}{a} \frac{\sigma_d}{\sigma_a} \text{ oder } \sigma_d = \sigma_a \frac{a^2}{d^2}$$

Hieraus ist zu ersehen, daß die durch das Eigengewicht des Bauwerkes in den Diagonalen des Wind-

verbandes verursachten Spannungen nicht so ganz un-
erheblich sind. So übernimmt der Windverband einen
Teil der Gurtkräfte; man hat also mit einem vielfach
statisch unbestimmten räumlichen Fachwerk zu tun.

Für die Praxis empfiehlt es sich, die Windverbände
erst dann fest anzuschließen, wenn die Brücke frei vom
Gerüst sich selbst trägt, oder besser, auch mit einem
Teil der Verkehrslast belastet ist. Ganz schlaffe Diago-
nalen sind auf alle Fälle zu vermeiden.

Für die Beanspruchung des Materials ist bei Wind-
verbänden eine höhere Grenze üblich und zulässig, als
bei anderen Konstruktionsteilen; auch schließt man die
Stäbe zum Teil exzentrisch an, ohne Innehaltung der
theoretischen Systemlinien. Dadurch entstehen natur-
gemäß Nebenspannungen, die nicht selten zur Über-
schreitung der Elastizitätsgrenze führen.

Dieser Übelstand ist insofern nicht allzu groß, weil
man mit Kräften rechnet, die nur äußerst selten oder
überhaupt nicht eintreten und eine bleibende Form-
änderung nicht ohne weiteres gefährlich ist. Es wäre
jedoch richtiger, nur die wahrscheinlichen Kräfte ein-
zuführen und dann mit der Beanspruchung des Materials
einschließlich aller Nebenspannungen über eine gewisse
Grenze nicht hinauszugehen.

103. Allgemeine Regeln für statische Berechnungen.

a) Man behandle immer jede Belastung für sich
und erst am Schluss addiere man die Resultate

b) Man sammle möglichst die Ergebnisse in Ta-
bellen, wo der Reihe nach alles eingetragen wird
die durch die einzelnen Belastungen hervorgerufenen
Kräfte, dann die Summe der Kräfte bei Normalbelastung
und unter Berücksichtigung aller Belastungen, die maß-
gebenden Zahlen werden unterstrichen. Es folgen
erforderliche Eisenfläche und eventuell Trägheitsmoment.

gewähltes Profil, Spannung bei Normalbelastung und bei Berücksichtigung aller Kräfte, Anzahl der Anschlüsse, deren Beanspruchung auf Abscherung und auf Lochleibungsdruck.

c) Bei keiner Zahl darf die Bezeichnung der Dimensionen fehlen; z. B. bei Momenten $\frac{1}{m}$ oder 1 cm , bei Widerstandsmomenten cm^2 oder m^2 , bei Spannungen $1/\text{cm}^2$ oder kg/cm^2 , bei Winkeln Grad oder Bogengrad usw.

d) Je knapper der Text desto besser. Längere Erörterungen sollen ganz getrennt von der eigentlichen Berechnung bleiben.

e) Wenn nicht ausdrücklich eine genaue Ermittlung aller Zahlen verlangt wird, beschränke man sich auf den Gebrauch des Rechenschiebers und gebe das Resultat in einer Form an, die sofort erkennen lässt, wie groß die Annäherung ist, z. B.

$$a = 1,12 \text{ t}/\text{cm}^2 \text{ oder } P = 2130 \text{ t.}$$

Sollte auch die letzte Stelle unsicher sein, so genügt dieser Grad der Genauigkeit fast immer, auch bei der Berechnung statisch unbestimmter Systeme. Bei der Unsicherheit der zugrunde gelegten Annahmen ist eine größere Genauigkeit zwecklos. Es darf übrigens nicht vergessen werden, daß die ganze Statik auf mathematische Genauigkeit keinen Anspruch machen kann.

f) Sehr große und sehr kleine Zahlen sind unübersichtlich und verursachen leicht Fehler, man wähle daher die Einheiten dementsprechend. Es trägt viel zur Übersichtlichkeit bei, gewöhnliche Brüche statt Dezimalbrüche anzuwenden; so ist z. B. die Bezeichnung $11 = 1/220$ klarer als $11 = 0,0045$ t.

g) Man vermeide als Regel irgendwelche Größen aus der Differenz zweier sehr großer Zahlen, oder aus dem Verhältnis zweier sehr kleiner, oder aus dem Produkt einer sehr großen mit einer sehr kleinen zu bestimmen. Aufgaben, welche auf solche Fälle führen wie z. B. die Untersuchung eines Bogens mit festen Kämpfergelenken und elastischem Zugband sind mit der größten Vor-

sicht zu behandeln, am besten ändert man entsprechend das Grundsystem.

h) Bei allen statischen Untersuchungen stelle man sich die Frage, ob die Berechnungsart der Wirklichkeit entspricht, und was die Folgen eventueller Abweichungen sein können (z. B. bei der Berechnung versenkter Langsträger bei Brücken als unterbrochene oder als durchgehende Träger).

i) Man verfolge jede Kraft von ihrem Entstehen bis auf die Fundamentsohle.

k) Man vergesse niemals, daß alle Bauwerke in der Tat räumlich sind. Man sorge also für Knicksicherheit bzw. für Sicherung gegen Windschiefwerden ebener Systeme.

l) Man vernachlässige nicht ohne weiteres gewisse Einflüsse wie z. B. das Eigengewicht langer wagerechter Stäbe), sondern überzeuge sich durch eine angenäherte Berechnung, daß die gemachten Annahmen zulässig sind.

m) Man veräume niemals, die elastischen Formänderungen zu untersuchen, sei es auch auf grund roh angenäherter Formeln.

n) Ein Bauwerk wird zum Tragen gebaut, nicht um statisch untersucht zu werden. Man lasse sich also niemals dazu verleiten, Änderungen einzuführen, lediglich um die Berechnung zu erleichtern.

104. Dimensionierung.

1. Allgemeine Regeln.

a) Die einfachste Bauart ist die beste.

b) Für die Kosten des Bauwerkes ist nicht das Gewicht allein maßgebend. Kann man z. B. mit Walzprofilen auskommen, so sind diese besser als zusammengestellte Glieder, wenn sie auch schwerer und nicht immer billiger sind.

c) Eine sehr genaue Übereinstimmung der gewählten mit den theoretischen Querschnitten ist nicht nötig,

sogar kleine Überschreitungen der zulässigen Spannung etwa 2–3 % sind unbedenklich.¹

d Man vermeide, Profile von sehr verschiedener Stärken zusammenzuheften

e Man vermeide scharfe Übergänge von schmaler zu breiten Profilen

f Man suche im allgemeinen das Material zu spreizen, die dünneren Winkelleisen sind den dicken vorzuziehen, Vorprofile sind unvorteilhaft usw


g Man vermeide womöglich, den einen Flansch eines Profils beim Anschluß abzuschneiden, denn bei nicht sorgfältiger Arbeit entstehen leicht Risse in den verbleibenden Teil

2. Eiserne Querschnitte.

A Querschnitte für einfache Wände

a) Flachisen Im Hochbau ohne Bedenken anwendbar, im Brückenbau nur für sekundäre Glieder brauchbar. Der Anschluß ist meistens exzentrisch, jedoch ist bei der starken Nachgiebigkeit der Flachisen im Vergleich mit den steifen Hauptgliedern dieser Umstand belanglos.

b) Einfache Winkelleisen Als Zug und Druckglieder für Windverbände u. dgl. gut geeignet. Grenze der Querschnittsfläche etwa 52 cm², jedoch nur bis etwa 20 cm² vorteilhaft. Es empfiehlt sich, beide Schenkel anzuschließen, wobei, wenn die anschließenden Glieder sehr steif sind, auf eine Einspannung der Enden gerechnet werden darf. Gilt der Anschluß als gelenkig, so ist die Nebenspannung infolge der Exzentrizität ungefähr ebenso groß wie die Hauptspannung.

c) Zwei Winkel über Kreuz  Grenzen etwa 13 bis 104 cm². Die Winkel werden durch Querbleche mit zwei Nieten auf jeder Seite miteinander verbunden.

¹ Die Werte dieser Tabelle sind nur für den ersten Teil der Belastung zu nehmen.

Sehr vorteilhaftes Profil. Zur Aufhebung des Momentes infolge des exzentrischen Anschlusses muß das erste Verbindungsblech dicht beim Knotenblech angeordnet werden. Für Gurtungen gut zu verwenden (eventuell im Anschluß an Profil d), denn die Stöße gestalten sich sehr einfach, indem man die neuen Winkel in den von den alten frei gelassenen Vierteln anordnet.

Dieser Querschnitt kann durch eine dazwischen liegende Lamelle verstärkt werden. Obere Grenze etwa 140 cm^2 . Zum Anschluß wird die Lamelle stumpf bis auf das Knotenblech geführt. Die Winkel gehen weiter und werden mit Hilfswinkeln angeschlossen, die zugleich den Lamellenstoß decken. Um in beiden Richtungen gleiche Knicksicherheit zu erhalten, müssen in diesem Fall die Schenkel der Winkelisen etwa im Verhältnis 3:4 stehen.

d Zusammengesetzter Kreuzquerschnitt. Erfordert viel Nietarbeit, bietet Schwierigkeiten bei den Anschlüssen, macht unter Umständen lange durchgehende Futterungen nötig. Das Profil ist mitunter vorteilhaft für lange Druckglieder, bei denen es nicht erforderlich ist, den ganzen Querschnitt anzuschleifen.

e Einfache \square -Eisen. Dieselben werden für Zugglieder besonders im Hochbau oft angewendet. Der Anschluß ist meistens exzentrisch, kann man auf eine Einspannung nicht rechnen, so entstehen Nebenspannungen von etwa 90%, der Hauptspannung; bei der geringen Steifigkeit des Profils ist dieser Umstand nicht sehr schwerwiegend (vgl. S. 418). Obere Grenze der nutzbaren Fläche etwa 63 cm^2 (bei Anwendung von Vorprofilen). Oft wird der Steg durch ein Flacheisen verstärkt, wodurch die nutzbare Fläche auf etwa 110 cm^2 gebracht wird.

f Zusammengesetzte \perp Querschnitte. Praktische Grenze der nutzbaren Fläche etwa 500 cm^2 . Ausführungen bis 900 cm^2 und darüber sind vorhanden, doch Nachahmung nicht zu empfehlen. Es ist dies der

meistens gebräuchliche Querschnitt für die Gurtung kleinerer Brücken. Man achte darauf, daß bei der Verstärkung durch Lamellen der Schwerpunkt in gleicher Höhe bleibt, was durch einen höheren Steg erreicht werden kann. Meistens wird der Steg bei jedem Knieblech unterbrochen und besonders angeschlossen.

B Querschnitte für doppelte Wände

a H Querschnitt, aus einem Grey Träger bestehend. Grenze etwa 200 cm². Kleine Änderung der Fläche möglich.

b H Querschnitt aus zwei Stehblechen und einem wagrechten Verbindungsblech nebst Winkelseisen bestehend. Keine große Änderung der Fläche möglich.

c Zwei \square -Eisen, vergittert. Sehr brauchbares Profil sowohl für Zug wie für Druckstäbe. Durch Verstärkung des Steges wird die nutzbare Fläche 200 cm² und darüber.

d) Doppelter T-Querschnitt T T. Sehr oft verwendete Form; meistens für den Obergurt mit durchgehenden breiten Lamellen, für den Untergurt in zwei Teile geteilt, um Wassersäcke zu vermeiden.

e Doppelter \square Querschnitt, aus zwei parallelen Stehblechen bestehend, jedes durch Winkelseisen und Lamellen verstärkt. Sehr oft werden im Obergurt die beiden Teile durch breite Lamellen verbunden. Kastenquerschnitt. Dieser Querschnitt ist der am besten geeignete für sehr große Brücken, es empfiehlt sich, mehr die Stege als die Kopfblamellen zu verändern.

C Querschnitte für Säulen.

Außer der unter a, b und c für doppelte Wände erwähnten, findet man oft folgende Querschnitte.

a Zwei \square Eisen in gewisser Entfernung voneinander durch breite, durchgehende Lamellen verbunden.

b Vier Quadranteisen, mit oder ohne Zwischenlagen (Flacheisen).¹

¹ Unrichtig ist der Eindruck, daß die Quadranteisen im Verhältnis zu \square -Eisen weniger stark sind und sich nicht leicht richten lassen.


c) Zwei Belageisen, mit oder ohne Zwischeneinlage.


Diese drei Formen haben den gemeinschaftlichen Nachteil, daß man das Innere nicht anstreichen kann; nur die erste ermöglicht eine gute Fuß- und Kopfbildung.

d) H formige Querschnitte bestehen aus:

1 Grey-Profil;

2 -Eisen und einem -Eisen;

4 -Eisen auf einem querliegenden Flacheisen befestigt;

3 -Eisen;

3 breite Flacheisen, das eine querliegend und mit dem anderen durch Winkleisen verbunden, die beiden anderen durch Winkel verstärkt.

Alle diese Querschnitte sind gut brauchbar; bei der dritten und der letzten Form ist es ratsam, die freistehenden Flansche durch eine leichte Vergitterung (aus Flacheisen) miteinander zu verbinden, um die Säule torsionsfest zu machen, noch besser ist die Versteifung durch regelrecht angeschlossene Querwände. Durch Hinzufügung von Flacheisen kann man die nutzbare Fläche nach Bedarf vergrößern.

3. Wahl der Querschnittsform.

Außer den Festigkeitsrückichten sind noch folgende Punkte zu beachten:

a) Alle Teile des Gliedes müssen zur Erneuerung des Anstriches und zum eventuellen Ersatz fehlerhafter Nieten gut zugänglich sein.

b) Die Anschlüsse müssen möglichst einfach sein.

c) Die Knotenpunkte müssen von allen Seiten gut zugänglich sein, auch wenn viele Stäbe zusammenlaufen.

d) Die Gurtquerschnitte müssen eine Veränderung der Nutzfläche gestatten und dürfen für die Anordnung der Stöße keine Schwierigkeit bieten. Deshalb nehme man nur ausnahmsweise mehr als drei Lamellen und wähle

für dieselben die gleiche oder kleinere Stärke der Winkelisen.

e Eine gute Verteilung der Spannungen muß immer möglich sein. So sind z. B. einfache T-Querschnitte mit sehr breiten Lamellen nicht zu empfehlen. Die Lamellen sollten womöglich nicht mehr als 1 cm über die Winkelisen hervortreten; sind sie wesentlich breiter, so kann man darauf einen Winkel, nicht aber ein schmales Flacheisen anschließen.

f Die Entwässerung muß immer gesichert sein. Bei einem Parallelträger ist z. B. der H formige Querschnitt für die Gurtungen unzuweckmäßig. Es soll womöglich vermieden werden, daß Fugen, welche eventuell klaffen können, Wassersäcke bilden.

g Einfache Wände sind in Vergleich mit doppelten billiger herzustellen und leichter zugänglich zum Anstreichen und Beaufsichtigen, dabei aber nicht in gleichem Maße steif, namentlich die Knicksteifheit ist nur mit viel größerem Materialaufwand zu erreichen.

105. Gewichtsrechnungen.

Liegen die vollständigen Zeichnungen eines Bauwerkes vor, so bietet es keine Schwierigkeit, das Gewicht genau zu berechnen. Dazu kommen folgende Zuschläge

$\frac{1}{8}\%$ als Differenz des Gewichtes von Schweißisen und Flußeisen die Tabellen geben meistens das erste, in diesem Buch aber das zweite.

etwa 2% wegen der unvermeidlichen Abweichungen in den Stärken der verschiedenen Profile,

für Nietköpfe

1,5% für Trägerroste aus Walzeisen,

2,5—3,5% für Blechträger,

2—2,5% für Gitterträger,

0,4% für vergitterte Stäbe,

1% für Windverbände

Hiernach ergibt sich ein Gesamtzuschlag von $\sim 5\%$

Zur Berechnung merke man sich noch

Die Verzinkung glatter Bleche auf beiden Seiten wiegt 1 kg/m^2 .

Riffelblech wiegt 4.5 bis 5 kg/m^2 mehr als glattes Blech.

Ein einmaliger Anstrich mit Eisenmennig wiegt etwa 0.1 kg/m^2 , man kann also ungefähr $\frac{1.4}{d}$ kg Farbe für jede Tonne der Eisenkonstruktion rechnen, wo d die mittlere Stärke des Eisens in cm bedeutet. Für Bleimennigfarbe rechnet man 50% mehr.

Für Gewichtsabrechnungen auf grund einer vollständigen Dimensionierung und der geometrischen Stab-längen kann man folgendes annehmen.

Bei vollwandigen Trägern rechnet man in $\%$ des ganzen Trüggewichtes für die Decklaschen der Wand-stöße:

| | |
|---------|----------------|
| 1.5% | bei 10 m Länge |
| 2.0% | „ 15 „ „ |
| 2.5% | „ 20 „ „ |
| 3.5% | „ 25 „ „ |
| 5.0% | „ 30 „ „ |

Für die Deckung der Stöße der Winkeleisen 1.3% , wenn die Länge 14 m oder darüber beträgt

Für die Deckung der Lamellenstöße

| | |
|---------|----------------------|
| 0.4% | bei 18 m Länge |
| 1.4% | „ 25 „ „ |
| 2.4% | „ 30 „ „ und darüber |

Für die Versteifungswinkel, wenn sie nicht mit den Anschlüssen anderer Glieder gerechnet werden:

| | |
|--------|---|
| 20% | bei Trägern mit sehr leichten Gürtungen |
| 10% | „ „ „ „ schweren „ |

Für eine Endversteifung das Gewicht der sonstigen Versteifungen auf 1 m Länge reduziert.

mittlung einiger Kräfte bzw. Momente durchführt, können folgende Angaben nützlich sein.

Das Gewicht eines vollwandigen Trägers ist mit genügender Annäherung $g = \frac{1}{3} \left(\delta h + 7 \frac{W}{h} \right)$ kg/m bis auf

1 m Höhe, $g = 0,45 \delta h + 2 \frac{W}{h}$ für höhere Träger. Das

erforderliche Widerstandsmoment wird nach dem vollen Biegemoment gerechnet, wenn auf eine Abstufung des Widerstandsmomentes nicht zu rechnen ist, sonst, im besten Falle, auf 75 % davon. Werden die Versteifungen nicht als Anschlüsse von Querträgern gerechnet, so schlägt man dafür etwa 30 % zu. Die theoretische Länge des Trägers wird für die Gewichtsrechnung um 40–50 cm größer angenommen. Für Nietköpfe, Stöße usw. siehe oben.

Für Fachwerke führen wir den Konstruktionskoeffizienten η ein.

Gurtungen. Bei ganz leichten Bauwerken $\eta = 2,5$, bei schweren $\eta = 1,5$. Zur geometrischen Länge des ganzen Bauwerkes schlägt man 40–50 cm zu. Den erforderlichen Querschnitt ermittelt man auf Grund der größten Gurtkraft, wenn keine Änderungen im Profil anzunehmen sind, sonst auf 70–80 % desselben, je nach der Feinheit der Abstufung. Für gezogene Gitterstäbe: $\eta = 1,5$, für gedruckte $\eta = 2,5$. Man rechnet immer auf geometrische Länge und schlägt für die Knotenbleche 30 % zu. Bei Parallelträgern rechnet man die größte und die kleinste Kraft und nimmt einen mittleren Wert für alle Stäbe an; für Parabelträger rechnet man mit dem Wert der mittleren Diagonale. Für Nietköpfe, Vergitterungen usw. gilt das oben Gesagte.

Ähnliches für Windverbände

Für vollwandige Querschnitte, welche auf Biegung und Druck beansprucht werden, rechnet man das Gewicht nach der oben für niedrige Blechträger ange-

gegebenen Formel und schlage noch hinzu das Gewicht der für die Normalkraft erforderlichen Eisentfläche.

Durchgehende Träger und Gerberische Balken behandelt man wie einfache Träger mit der Spannweite $0,85$ der wirklichen.

Dreiecksträger betrachtet man für die Berechnung der Gurtungen als Parabelträger von halber Pfeilhöhe.

Ändert man aus irgend einem Grunde die Belastung eines Systems, so kann man annehmen, daß das betreffende Gewicht um die Hälfte zu ändern ist (z. B. bei 20 % mehr Belastung wird das Gewicht um 10 % höher).

106. Bomblerte Wellblechdächer.

Gewölbte Dächer aus Wellblech, ohne irgendwelche tragende Konstruktion, sind bis auf etwa 20 m Spannweite vorteilhaft, können aber bis auf 30 m und noch mehr ausgeführt werden. Sie sind, besonders für provisorische Bauten, gut zu verwenden.

Ein solches Dach, wenn auch nach einem Kreis gekrümmt, kann annäherungsweise als ein parabolischer Zweigelenkbogen mit Zugstange behandelt werden. Die Pfeilhöhe wird $1/3$ bis $1/2$ gewählt.

Für die Berechnung wird eine Last von 75 kg/m^2 Schnee angenommen (der Winddruck von 150 kg/m^2 gibt viel kleinere Beanspruchungen). Das Eigengewicht beträgt bei 1 m Spannweite etwa 2 kg/m^2 .

Das Profil des Wellbleches muß so gewählt werden, daß die Gesamtbeanspruchung die zulässige Grenze $1,20 \text{ t/cm}^2$ nicht überschreitet. Das größte Moment entsteht bei einseitiger Schneebelastung und ist für 1 m

Breite (mit l in m $M = \frac{12 l^2}{100} \text{ tcm.}$

Der größte gleichzeitig eintretende Druck ist

$$D = \frac{75 + 4 l}{1000} \cdot \frac{l^2}{16 f^3}$$

Die Tabellen für Wellblech liefern direkt das Widerstandsmoment W' in cm^4 für 1 m Breite; die Fläche ist mit genügender Annäherung $F' = 2,2 \delta$, wo δ die Blechstärke in mm bedeutet.

Es ist alsdann: $\sigma = \frac{M}{W'} + \frac{D}{F'}$

Die Zugstangen werden in Entfernung von 3 bis 5 m voneinander angeordnet. Die größte Zugkraft ist

$D' = \frac{150 + 4 l}{1000} \cdot \frac{l^2}{16 f}$ t/m; darnach rechnet man den nötigen Kerndurchmesser für 1,2 t/cm².

Die Zugstangen werden in Abständen von etwa 4 m durch dünne Rund-eisen 16 mm) aufgehängt. Zur Unterstützung des Daches und zum Anschluß der Zugstange dient ein C Eisen, das nach der Kraft D' t/m auf die Entfernung der Zugstangen als einfacher Träger mit gleichförmig verteilter Last gerechnet wird.

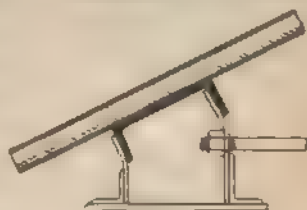


Fig. 107

Fig. 407 zeigt die Auflagerung des C -Eisens

107. Treppen.

Es sollen hier nur leichte Treppen einfachster Bauart besprochen werden, wie sie bei Fabrikgebäuden u. dgl. zur Anwendung kommen.

Als Nutzlast wird 450 kg/qm angenommen (die Berliner Baupolizei schreibt 500 vor), als Eigengewicht 100 bis 150 kg/m².

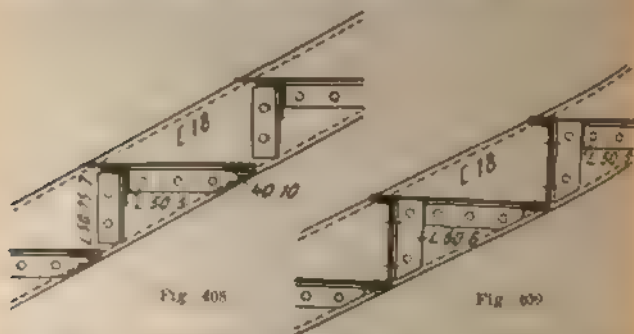
Das Verhältnis $\frac{\text{Steigung}}{\text{Auftritt}} = \text{Neigung}$ schwankt zwischen $\frac{14}{34} = 0,41$ und $\frac{20}{25} = 0,80$. Als Mittelwert kann man $\frac{17}{31} \approx 0,55$ annehmen. Auf grund des Mafses

31 cm = Austritt Stufenbreite 35 cm) erhält man für holzerne Stufen mit $\sigma = 70 \text{ kg/cm}^2$, bei einer Treppenbreite von $l \text{ cm}$, die Stärke der Bretter $h = \frac{l}{40} \text{ mm}$. kommt ein Zuschlag von etwa 1 cm für die Abnutzung.

Für eiserne Stufen aus Riffelblech, versteift durch ein Winkelseisen und an der Hinterkante durch ein Flacheisen, kann man die Beanspruchung 1,00 t/m und die Durchbiegung $l/100$ zulassen. Mit Rücksicht auf

die Beanspruchung ist dann: $l = 100 \sqrt{\frac{H'}{2}}$, wegen der Durchbiegung $l = 20 \sqrt{21,5 J}$.

Für die Treppenbreite 1,80 m, Stufen aus Riffelblech 350 · 4 mm, versteift durch einen Winkel 50



50 · 5 und ein Flacheisen 40 · 10, ist das Eisengewicht 63 kg/m².

Für die Treppenbreite 3,00 m mit Stufen aus Riffelblech 350 · 5 mm, versteift durch einen Winkel 50 · 75 · 7 und ein Flacheisen 40 · 10 (Fig. 408), ist das Gewicht 80 kg/m².

Für 7,00 m Treppenbreite mit Stufen aus Riffelblech 350 · 5 gestützt auf L-Eisen $\frac{180 \cdot 50}{8 \cdot 10}$ (auf einer Seite liegt das Blech auf dem oberen Flansch des L-Eisens, auf der anderen ist es auf der Innenkante des

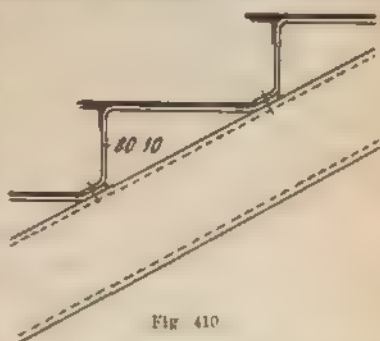
unteren Flansches befestigt, Fig. 409), beträgt das Gewicht 110 kg m^2 .

Diese Gewichte verstehen sich auf das m^2 Horizontalprojektion und schliessen Anschlüsse an den Wangen, Wangen, Geländer usw. nicht ein.

Die Nietteilung und die Anschlüsse müssen in jedem Falle gerechnet werden, ebenso die Wangen. Das Gewicht der Anschlüsse an den Wangen beträgt für beide etwa 12 kg/m bei der Anordnung der Fig. 408 und 15 kg/m für die der Fig. 409 (Länge horizontal gemessen).

Die Anordnung der Stufen zwischen den Wangen erfordert für diese C-Eisen von mindestens 18 cm Höhe. Sie ist vorteilhaft wegen der Einfachheit der Konstruktion, der Steifigkeit des Systems und der geringeren erforderlichen Konstruktionshöhe.

Die weniger empfehlenswerte Anordnung der Fig. 410 erfordert für die Anschlüsse an die Wangen ca. 21 kg/m Eisen.



Mitunter (besonders für Bahnhöfe) werden die Stufen mit niedrigen Holzwurfeln (ca. 4 cm hoch) oder mit einer Asphaltmasse gedeckt. Man kann etwa 40 kg/m^2 für die Deckung rechnen und 17 kg/m^2 für die Umsäumung des Bleches mit Winkeln 45° .

Für jede der Wangen kann man das Eisengewicht

$$g = \frac{a}{14 a^2 b + 114} \text{ kg/m}^2 \text{ setzen, wo } a \text{ die Länge und } b$$

die Breite (in m) des von der Treppe gedeckten Raumes bedeuten.

108. Montagegerüste.

Die Gerüste zur Aufstellung von größeren Bauwerken werden meistens aus Holz angefertigt. Zum Entwurf sind folgende Grundsätze maßgebend.

- a Es ist praktisch schwierig, einzelne Holzstäbe zu verbinden, daß große Zugkräfte mit Sicherheit übertragen werden; deshalb werden die Zugstäbe aus Rundeisen angefertigt, welche durch die zu verbindenden Teile durchgehen und mittels Mutter (mit Unterlagscheibe; Länge des Gewindes sehr reichlich bemessen) angezogen werden. Bei den Druckstäben werden die Kräfte direkt übertragen.

Man wählt am besten Systeme, deren meisten Glieder auf Druck beansprucht werden, z. B. lange Balken, gegen die Stützen durch fächerartig angeordnete Streben abgesteift.

- b Auf die Kontinuität einzelner Balken kann nur ausnahmsweise gerechnet werden.
- c Man wählt zweckmäßig einfache Systeme, wo die Verteilung der Kräfte recht übersichtlich ist, hauptsächlich vermeidet man, Systeme anzuwenden, deren einzelne Stäbe bald auf Zug, bald auf Druck beansprucht werden.

Die meistens gebräuchliche Form besteht aus einer Anzahl getrennter Tragjoche, am besten so konstruiert, daß jedes für sich gegen seitliche Kräfte widerstandsfähig ist, und daß die schwersten Lasten womöglich direkt durch die Stiele getragen werden. Die einzelnen Tragjoche werden durch Sprengwerke miteinander verbunden.

Muß man eine größere Öffnung freilassen, so empfiehlt es sich, diese mit einem eisernen Träger zu überbrücken.

Die Last P , die ein eingerammter Pfahl vom Gewicht Q mit einfacher Sicherheit tragen kann, ist:

$$P = \frac{h B^2 Q}{B + Q^2}$$

wo B das Gewicht des Rammbaren, h dessen Fallhöhe und e die Strecke, um welche der Pfahl beim letzten Schlag eingedrungen ist. In der Praxis werden die Pfähle höchstens mit $\frac{1}{4} P$ belastet, besonders für Montagegerüste werden sie weniger stark eingetrieben, um sie leichter und unbeschädigt herausziehen zu können. Man rechnet meistens, daß ein Pfahl von 30 cm Durchmesser mit 10 t belastet werden darf.

Für die einzelnen Teile des Gerüsts kann man die Beanspruchung von 90—100 kg/cm² zulassen, die Knieksicherheit 8-fach annehmen. Die eisernen Teile rechnet man auf 0,8 t/cm². Für die Verstrebung sind geschlitzte Bretter nur bei nicht allzugroßer Höhe zulässig.

109. Zum Entwurf einer Eisenbahnbrücke.

1. Die Fahrbahn.

Wenn irgend möglich, ordnet man die Fahrbahn oben an. Die Konstruktion wird dadurch leichter, die Querversteifungen lassen sich besser anbringen und die Pfeiler werden niedriger. Es lohnt sich, um die Bahn oben zu halten, die Hauptträger niedriger zu machen bis l_{11} und darunter daher schwerer. Bogenbrücken wurden oft diese Anordnung zulassen und andere Vorteile bieten, jedoch werden sie teurer wegen der erforderlichen festen Pfeiler.

Bei kleinen Spannweiten kann man die sogenannten Zwillingsträger anwenden, wo jede Schiene zwischen zwei Trägern liegt, die bis auf 80 hoch sein dürfen, der leichte Raum zwischen den Flanschen muß mindestens 20 cm betragen, die Schiene liegt auf einer hölzernen Langschwelle. Für die Fußwege kann man selten Konsolen anordnen, man ist meistens auf be-

rücksichtigen sind. Bei Brücken mit Kieriebettung muß man noch auf eine eventuelle Verschiebung des Gesteins Rücksicht nehmen.

Bei unregelmäßigen Brücken ist man mitunter gezwungen, die Hauptträger nicht parallel anzuordnen; man strebe alsdann darnach, die größtmögliche Anzahl von Anschlüssen rechtwinklig zu machen.

Mit Rücksicht auf die Auflagerung und auf den Bau der Pfeiler ist die wirkliche Länge der Hauptträger mindestens $L = 1,01 \cdot L' + 0,40 \text{ m}$ zu nehmen. L' = der Öffnung; dabei sei man nicht zu sparsam.

3. Das Bahngerippe.

Die nach der ziemlich allgemein gültigen Formel $d = 1,65 \sqrt{b}$ bestimmte günstigste Feldteilung braucht nicht genau innegehalten zu werden, denn Abweichungen bis auf 1 m haben keinen merklichen Einfluß auf das Eigengewicht. Am besten berechnet man diese theoretische Teilung und wählt die praktische auf Grund anderer Erwägungen nicht weit von der gefundenen.

Man suche womöglich mit Walzeisen auszukommen und das Material sowohl bei Querträgern wie bei Langträgern gut auszunutzen.

Man vergesse nicht, daß die Feldteilung bei Fachwerkträgern eine wichtige Rolle spielt. Die theoretisch günstigste Neigung der Diagonalen gegen die Horizontale ist bei Fachwerken mit Vertikalen etwa $35^\circ 20'$, wenn in diesem Hauptsystem keine Vertikalen sind, 45° . Bei Abdeckung mit Buckelplatten, deren längste Seite etwa 2,00 m betragen kann, ist auch auf diesen Umstand Rücksicht zu nehmen, indem zur guten Ausnutzung des Materials eine Feldteilung von etwa 4 m, bzw. 6 m die richtige ist.

In zweifelhaften Fällen wähle man lieber eine größere als eine kleinere Entfernung der Querträger. Bei leichter Bahn ist die Lage der Langträger durch diejenige der

Gleise angegeben. Bei schwerer Bahn teilt man die Breite in zwei Felder für eingleisige und in vier für zweigleisige Brücken. Ist die Konstruktionshöhe nicht beschränkt, so nimmt man die Höhe der Querträger $b/2$ und $b/4$ und fuhr bei leichter Bahn die Längsträger oben darauf durch. Es sind dabei drei Anordnungen möglich: entweder unterbricht man sie bei jedem Querträger und verlascht nur den Steg, oder fuhr sie als wirkliche durchgehende Träger durch Stöße ungefähr auf $1/4$ der Spannweite), oder man macht sie als Gerbersche Balken (Gelenke ungefähr auf $1/4$ der Spannweite). Die letzte Anordnung erfordert das kleinste Eisengewicht; es ist aber nicht unbedenklich, Gelenke für Träger anzuwenden, welche der unmittelbaren Belastung und den Stößen ausgesetzt sind, besonders bei leichter Bahn; auch ist dabei die Quersteifigkeit eine sehr mangelhafte, trotz der größten Sorgfalt in dem Entwurf und der Ausführung der Gelenke. Vor dieser Anordnung ist also dringend zu warnen.

Bei unregelmäßigen Brücken halt man immer die einzelnen Felder so groß wie möglich. Die Anschlüsse der Längs mit den Querträgern macht man in der Regel rechtwinklig.

Die Breite der Fußwege beträgt mindestens 0,60 m außerhalb des Profils, oft mehr; die kleinste zulässige Entfernung der Geländer voneinander ist (im Lichten etwa 5,20 m für eingleisige, 8,70 für zweigleisige Brücken. Die Entfernung der Konsolen sei möglichst groß, 4 m und darüber, wenn sie auch nur bei jeder zweiten oder dritten Versteifung bzw. Vertikale angeordnet werden sollen; man spart dabei Material und Arbeit, obwohl die besonderen Längsträger etwas schwerer werden. Die Geländerpfosten seien aber nicht mehr als 2 m von einander entfernt.

Hat man so den Grundriß seiner Brücke in den Einzelheiten festgelegt, so schreitet man zur Ausarbeitung des Aufrisses.

Bei der Wahl der Form der Hauptträger hat man sich zu beachten:

Spannbettträger werden meistens inoffengetragt, besonders bei Brücken mit Stahlträgern, es ist indes vorteilhafter, die Endposten vorgebaut und mit einer Druckstange oder Kettenträger verbunden. Bei Bahnbrücken ist die Form der Endposten die Anordnung ist indes meist besser, wenn die Endposten von der Pfeiler unnötig hoch über den Wasserspiegel zu liegen kommen. In beiden Fällen müssen die Endposten mit 20 Prozent über ein Geraden aus der Höhe der Lager oder Hochwasser zu liegen. Die Endposten werden am besten abwärts geneigt und mit einer Last von 10 t/m² belastet. Bei Brücken mit Stahlträgern ist die Ständer erforderlich, bei Stahlbrücken die Mauer.

Verhältnisse sind Parabelträger und ähnliche Systeme. Am besten würde sich eine Form empfehlen, die die Endposten unter dem Winkel $35^\circ - 40^\circ$ mit dem Gurt anschließen und sich an einer Parabel anschließen, die in der Mitte die gewählte Höhe erreicht. Wer diese Form nicht mag, kann allerdings mit einer gewissen Materialverschwendung einen Halbparabelträger machen, wo der Endposten eine solche Höhe hat, daß die letzte Diagonale unter einem Winkel von $35^\circ - 40^\circ$ mit dem Gurt angeschlossen wird. Wechsellastdiagonalen sind hier auch am Platz.

Schwererträger kommen nur noch selten zur Ausführung.

Bei großen Spannweiten (etwa von 40 m an) ist der Parabelträger nicht mehr vorteilhaft. Die meistens gewählte Form ist halbparabolisch, bei Bahnbrücken macht man den Endposten so hoch, daß der obere Windverband noch durchgeführt werden kann etwa 6,0 m. Mehrfache Fachwerke sind zu vermeiden, weil die Belastung der Gitterstäbe innerhalb weiter Grenzen schwankt, indem die Verkehrslast sich über die Brücke bewegt. Meistens ist eine steilere Anordnung der Dia-

gonalen die einfachste und beste Lösung; jedoch sind Zwischensysteme auch gut brauchbar

Endlich ist die Form der Gurtungen zu wählen. Unter Hinweis auf S. 564 sei hier nur bemerkt, daß man Beispiele hat, wo einfache Querschnitte T- und kreuzförmig noch für Träger von 70 m und darüber angewendet wurden, während andererseits bei leichten Trägern von 20 m und noch weniger bereits doppelte Gurtungen vorkommen. Es ist vielleicht passend erst von 30 m Spannweite an doppelte Querschnitte anzuwenden. Diese besitzen den Vorteil großer Stetigkeit, gestatten aber keine sehr feine Abstufung in dem Flächeninhalt und erfordern im Vergleich mit einfachen Querschnitten mehr Material für die Anschlüsse der Gitterstäbe und der Windverbände und für die Verbindung der beiden Gurteile unter sich

Bei schiefen Brücken ist es zweckmäßig, in dem mittleren Teil beide Hauptträger vollständig gleich zu machen; die unregelmäßigen Felder werden an den Enden angeordnet. Auf diese Regel ist besonders bei Trägern mit polygonalen Gurtungen zu achten, denn sonst entstehen für die Anschlüsse der Windverbände manche Schwierigkeiten

Das bisher Gesagte bezieht sich immer auf den vielfach vorliegenden Fall, daß es sich um Brücken über eine einzige Öffnung handelt oder um solche wo die von vornherein festgelegten Öffnungen mit einzelnen Trägern überbrückt werden. Es ist diese auch die meistens gewählte Lösung, obwohl durchgehende und Gerbersche Träger leichter sind. Bei dem letzteren System bietet im allgemeinen die Konstruktion der Gelenke gewisse Schwierigkeiten, die man am besten umgeht, wenn man sie als wirkliche Auflager bauen kann. Man achte darauf, daß der Windverband auch als Gerberscher Träger mit beweglichen und festen Gelenken durchzuführen ist. Die Hauptträger hat man oft trapez- oder halbparabelförmig gebaut, nicht selten aber einfachen

mit parallelen Gurtungen. Bei sicherem Baugrund sind kontinuierliche Träger empfehlenswert, obwohl sie nicht zutage im allgemeinen nicht sehr beliebt sind.

Ist man in der Einteilung der Öffnungen sowie in der Anzahl der Mittelstützen vollständig frei, so kann man annäherungsweise rechnen, daß die günstigste Anzahl der Öffnungen diejenige ist, bei welcher ein Pfeiler einschließlicb Fundament ebensoviel kostet wie eine Brückenöffnung ausschließlicb Fahrbahn. Ruben die Brücken auf eisernen Tragjochen, so soll das kleinste Eisengewicht erforderlich sein, wenn die Länge einer Spannweite gleich der Höhe der Joche ist. Eine endgültige Entscheidung kann aber nur auf Grund ausführlicher Vergleichsentwürfe getroffen werden. Eventuelle Schwierigkeiten in dem Transport und bei der Aufstellung, Erleichterung von Reparaturen oder Verstärkungen usw. müssen dabei auch berücksichtigt werden. Man wird im allgemeinen auf verhältnismäßig kleine Spannweiten geführt werden.

Für den bei großen und hohen Brücken erforderlichen Revisionswagen verweisen wir auf Seite 589.

110. Zum Entwurf einer Straßenbrücke.

Die stärkste Neigung der Fahrbahn soll im Flachlande $\frac{1}{40}$, im Hügellande $\frac{1}{20}$ nicht überschreiten. eine glatte Abdeckung (z. B. Asphalt) gestattet keine steilere Rampe als etwa $\frac{1}{20}$. Wegen der leichteren Entwässerung und aus ästhetischen Rücksichten hat man oft eine Steigung von etwa $\frac{1}{20}$ bis auf Mitte Brücke angenommen, auch wenn dies aus anderen Gründen nicht erforderlich war. Unter Umständen wird die Neigung gleichmäßig durchgeführt, wenn die Ufer ungleich hoch liegen, sonst rundet man den Gefallwechsel ab mit einem Halbmesser $R = 16$ m, wenn die Steigung $\frac{1}{20}$ ist. Oft hat man das Längsprofil der Straße nach einer Parabel geformt.

Das Quergefälle der Bahn wird ziemlich stark gewählt, $\frac{1}{20} - \frac{1}{40}$ bei glatter, $\frac{1}{20} - \frac{1}{33}$ bei rauher Oberfläche.

Die Breite des Fahrdammes richtet sich nach dem Verkehr. Man rechnet für zwei Wagenreihen 4,8 bis 5,0 m Breite, für eine doppelgleisige Straßenbahn (2,60 von Mitte zu Mitte Gleis, Profilbreite etwa 2,10) etwa 5,20 m, für eingleisige 2,70 m (bis 3,00 m, wenn zwei Gleise zusammengezogen werden, so daß jedes für den Verkehr in einer Richtung benutzt wird). Vier Wagenreihen erfordern eine Fahrdammbreite von etwa 10 m. In den seltensten Fällen wird noch ein Zuschlag für die Straßenbahn nötig sein.

Die lichte Entfernung der Hauptträger sei um mindestens 80 cm größer. Die Breite der Hauptträger kann zu $25 + \frac{L}{2}$ cm angenommen werden (L in m).

Liegt die Bahn in ihrer ganzen Breite oberhalb der Hauptträger, so kann es vorteilhaft sein, mehrere Hauptträger anzuordnen (besonders bei Bogenbrücken); hat man nur zwei gewählt, was im allgemeinen anzuraten ist, so ist deren Abstand ungefähr 0,6 der ganzen Brückenbreite. Über die Konstruktionshöhe vgl S. 539. In zweifelhaften Fällen wird es wohl nötig sein, Vergleichsentwürfe aufzustellen, um zu entscheiden, ob es vorteilhaft ist, die Hauptträger unter der Bahn anzuordnen, es lohnt sich, etwas zu opfern und diese in vielen Hinsichten günstigere Bauart durchzuführen.

Die Breite der Fußwege wählt man nicht unter 1,25, selten über 3,00 m. Bei Brücken untergeordneter Bedeutung hat man nicht selten nur einen Fußweg angeordnet, wobei der eine der Hauptträger leichter ausfällt.

Nachdem über diese allgemeinen Fragen eine Entscheidung getroffen ist, legt man die Länge der Hauptträger (ähnlich wie für Eisenbahnbrücken) fest und schreitet zur Einzzeichnung des Grundrisses.

Falls man nicht durch die beschränkte Konstruktionshöhe gezwungen ist, eine schmale Feldteilung zu

wählen, nimmt man sie am besten wie bei der Besprechung der Fahrbahn auseinandergesetzt, mit Rücksicht auf die Hauptträger ist eine große Teilung immer vorteilhaft

Liegen die Hauptträger zum Teil über der Fahrbahn, so werden die Fußwege außerhalb derselben auf Konsolen angeordnet. Das Geländer muß etwas stärker sein als für Eisenbahnbrücken, man geht auf alle Fälle sicher, wenn man auf eine horizontale Kraft von 50 kg/m rechnet. Die Höhe des Geländers sei mindestens 1 m, besser 1.10 m, die Lichtweite zwischen den Stäben nicht über 20 cm.

Hinsichtlich der Anordnung der Hauptträger im Aufriss verweisen wir auf Seite 582.

Es sei hier bemerkt, daß die Möglichkeit, von den Fußwegen auf den Fahrdamm zu gehen, nicht über weiteres dazu führen soll, Hauptträger ohne Diagonalen zu bauen, die betr. Konstruktionsformen Bogen mit Versteifungsträger und ähnliche sind statisch ungünstiger als gewöhnliche Parabel- oder Halbparabelträger, weil sie mehr Material erfordern und lange nicht so steif sind.

Mit Rücksicht auf die Unwahrscheinlichkeit einer totalen Belastung kann man eine größere Durchbiegung zulassen als bei Eisenbahnbrücken (etwa $\frac{L}{1000}$).

Die Entwässerung der Oberfläche geschieht am besten nach den Seiten des Fahrdammes, wo die Überhöhung der Kanten gute Gelegenheit dazu bietet. Sind die Fußwege mit Beton oder mit Monier-Platten gedeckt, so empfiehlt es sich, sie ununterbrochen durch die Hauptträger durchzuführen. Bei den meisten Brücken muß man noch auf die Durchführung von Gas und Wasserleitungen eventuell auf Kabel für elektrische Beleuchtung oder Kraftübertragung Rücksicht nehmen. Am besten dazu geeignet ist der Raum unter den Fußwegen. Rohrleitungen werden in einem kastenförmigen

Träger in Sand eingebettet, die Kabel müssen auf ihrer ganzen Länge unterstützt werden.

Schließlich muß man bei großen und hohen Brücken einen Revisionswagen unter der Bahn anordnen. Der selbe soll die Erneuerung des Anstriches und eventuell kleine Reparaturen ermöglichen. Die Nutzlast ist gering man kann ungefähr 60 kg. m^2 und außerdem mindestens zwei Einzellasten zu je 200 kg rechnen. Haupterfordernisse sind die leichte Beweglichkeit und die Stabilität. Die erstere bietet Schwierigkeiten, weil der verhältnismäßig schmale Träger leicht eckt, und die dem Rost ausgesetzten und selten gebrauchten Bewegungsmechanismen meistens nur mit Menschenkraft zu bewegen sind, was zur Annahme einer sehr geringen Geschwindigkeit zwingt. Es ist deshalb zu empfehlen, möglichst große Tragräder auf Kugellagern zu wählen, und für eine gute Führung zu sorgen. In einigen Fällen hat man mit Vorteil elektrische Motoren angewendet.

Die Stabilität ist schwer zu erreichen in dem Fall, daß der Wagen in vertikaler Richtung herabgelassen werden muß z. B. um hohe eiserne Pfeiler zu untersuchen, man ist dann gezwungen, den Wagen an einem beweglichen Rahmen mittels Drahtseil anzuhängen und die seitlichen Bewegungen durch schräge Seile zu hindern, was jedoch ohne Anwendung von komplizierten Mechanismen nur unvollkommen erreicht werden kann. Am besten dürfte eine Vorrichtung sein, welche erlaubt, die schrägen Seile stramm anzuziehen, wenn der Wagen die gewünschte Höhe erreicht hat.

III. Zum Entwurf eines Daches.

Die Belastungen der Dächer und die entsprechenden Neigungen sind folgende. Die Richtung des Windes wird 10° gegen die Horizontale angenommen, sein Druck

zu 125 kg/m^2), die Schneelast zu 75 kg/m^2 auf der Grundfläche bezogen.

Dachneigung 1:1.5

| | |
|---|-----|
| Eindeckung mit Dachzungen, Pfannen, Hohlziegeln | 300 |
| Eindeckung mit Falzriegeln, Schiefer, gußeisernen Platten | 250 |

Dachneigung 1:2

| | |
|---|-----|
| Eindeckung mit Falzriegeln, Schiefer, gußeisernen Platten, Blei | 225 |
| Eindeckung mit Zink, Kupfer, Wellblech, Pappe, Glas | 185 |

Dachneigung 1:4

| | |
|---|-----|
| Eindeckung mit Pappe, Zink, Kupfer, Wellblech, Glas | 150 |
| Holzzementdächer (etwa 1:20 geneigt) | 300 |

Die Gewichte beziehen sich auf die Grundfläche und enthalten die Schalung, Fetten usw., nicht aber die Binder.

In der letzten Zeit werden vielfach Mauerdecken angewendet; die auf einer provisorischen Schalung ausgeführten Platten können auch die Fetten vollständig einschließen und so als durchgehende Träger berechnet werden. Zur Deckung wird meistens eine doppelte Lage Teerpappe verwendet. Neigung innerhalb sehr weiter Grenzen veränderlich. Das Gewicht muß jedesmal ermittelt werden.

Das Gewicht der Dachbinder ist sehr verschieden je nach der Bauart; es spielt aber immer eine untergeordnete Rolle, so daß man mit einer rohen Annäherung zufrieden sein kann. Man kann durchschnittlich

¹⁾ Nach einer Vorschift des Preuß. Minist. der öffentl. Arbeiten, soll die Wölbung wagrecht angenommen werden, und der Druck auf die Dachfläche nach der Formel $p_1 = p \sin \alpha$ gerechnet werden.

$q = \frac{a l}{3}$ kg/m² annehmen, wo a und l die Entfernung der Binder, bzw. deren Spannweite in m bedeuten.

Man wählt den Binderabstand 3—6 m. den Fettenabstand 1,25—2,00 m. Die zulässige Beanspruchung ist nach der Berliner Baupolizei 0,875 t/cm² für Flußeisen 1,00 t/cm², wenn eine Prüfung des Eisens vor der Abnahme stattgefunden hat), nach dem Normalprofilbuch 1897 1,0 t/cm² für Schweißeisen und 1,2 t/cm² für Flußeisen. Die zulässige Durchbiegung (etwa $\frac{1}{600}$) führt nicht selten zu stärkeren Profilen.

Die eisernen Fetten bestehen meistens aus I- oder C-Eisen, seltener aus L-Eisen. Das erste Profil gestattet ja eine bessere Annäherung an die theoretische Tragfähigkeit, läßt aber meistens nur eine sehr mangelhafte Befestigung zu. Die L-Eisen werden so verlegt, daß der obere Flansch nach oben gerichtet ist, so daß die Tragfähigkeit am besten ausgenutzt wird. Profile, deren eine Hauptachse parallel zu dem Steg liegt, werden mitunter vertikal befestigt, meistens aber direkt auf den Binder gelegt, so daß sie die Neigung desselben aufweisen. Da die Belastung vertikal wirkt abgesehen vom Winddruck wurden sie dabei sehr ungünstig beansprucht, wenn man nicht dafür sorgte, eine seitliche Ausbiegung zu hindern. Bei Sparrendächern genügt dazu meistens die Verbindung mit den Sparren; bei kurzer Entfernung der Binder kann auch die Holzverschalung dieselben Dienste leisten. Sonst hilft man sich mit Rundeisen, welche bis zu dem Firstbalken geführt werden (Fig. 61, Seite 76), die Vertikalbelastung wird in eine normale und in eine parallele zum Dach zerlegt, die erste ist für die Fetten, die zweite für die Rundeisen maßgebend. Der Firstbalken erhält in diesem Fall eine zusätzliche Vertikalbelastung, dasselbe geschieht bei den Fetten bei polygonalen Bindern, worauf bei der Dimensionierung wohl zu achten ist.

Die Endverlänger der Hohlkehlen der Fächer wird größer als das $\frac{1}{2}$ d. d. Fächerbreite. Man kann wegen der Hohlkehlen auch in anderen Fällen die Vorteilhaft der Endverlänger nicht in Betracht ziehen und die Fächer zwischen den Rinken auftragen und auf $\frac{1}{2}$ der freien Länge. Für diese Breite ist es meist schwierig, den Übergang an den gebogenen Rücken zu berechnen, deshalb wird es aber auch so gelöst werden.

Der Hauptwindverband in der Ebene des Überganges der Binder kann unter Umständen durch eine sorgfältig ausgeführte Verankerung ersetzt werden, in der Regel sollte man sich nicht darauf verlassen.

Zwischen jedem Bindergaar nimmt man einen rechten Diagonalverband in der Höhe der Übergänge an. Als Regel kann man die Fächer annehmen, sind diese aber nur mangelhaft mit der Eisenconstructur verbunden wie die Hohlketten im allgemeinen, so nimmt man am besten besondere Winkelisen dazu. Die beiden Diagonalen eines jeden Faches bestehen aus Flacheisen bei Anwendung von steifen Papier genügt eine Diagonale. Solche Verbinde lassen sich nicht genau berechnen, in der Praxis findet man die Winkelisen zwischen 50/50 5 und 80/80 10 je nach der Länge. Die Flacheisen zwischen 50/8 und 80/12. Wegen der Temperaturänderungen ist zu empfehlen, Dilatationsstöße in den Fächern anzuordnen, was am besten auf $\frac{1}{4}$ der freien Länge in Feldern ohne Verband geschieht.

Konstruktionelle Dächer müssen außerdem gegen Abheben durch Winddruck von unten gesichert werden. Sind gar keine Wände vorhanden, so kann man den inneren Winddruck halb so groß als den äußeren annehmen, sind aber teilweise geschlossene Wände vorhanden, so tut man gut, 80–100% in Rechnung zu bringen. In Preußen ist vorschriftsmäßig nur eine

Last von 60 kg/m^2 , auf die Druckfläche bezogen, zu berücksichtigen)

113. Zum Entwurf eines Werkstattgebäudes.

Für die allgemeine Anordnung sind Umstände maßgebend, welche von Fall zu Fall zu erwägen sind. Vielfach üblich ist die Anordnung von drei Hallen, deren mittlere hoch und mit einem Laufkran versehen ist, während die seitlichen niedriger und schmaler sind. In jeder Giebelwand ist ein großes Tor, durch das ein Gleis geführt wird. Es kann im allgemeinen eine Ausdehnung des Gebäudes mehr in der Länge als in der Breite empfohlen werden.

Mehrstöckige Gebäude sind vorteilhaft in allen Fällen, in welchen keine sehr schweren oder mindestens keine stofsweise arbeitenden Maschinen zur Verwendung kommen; wenn solche nur in kleiner Anzahl vorhanden sind, werden sie im Erdgeschoss aufgestellt. Der Grundriss wird durch mehrere Reihen von Säulen in Felder eingeteilt, so daß Längsschiffe von 4,5–6,5 m Breite entstehen; die Entfernung der Säulen ist gewöhnlich 3,0 bis 3,5 m. Die Gesamtbreite darf 30–35 m nicht überschreiten, damit das Licht überall genügend ist, besser ist es, nicht über 25 m zu gehen. Die Höhe der einzelnen Stockwerke wird um so größer genommen, je breiter das Gebäude; gewöhnlich für das Erdgeschoss 4,5 bis 5,5 m, für die oberen Stockwerke je 4,0–4,5 m. Die Fenster sind so hoch und breit wie möglich auszuführen. Die Säulen, aus I- oder C-Eisen oder Grey Trägern bestehend, laufen bis unter das Dach. Die Decken werden oft aus Holz gemacht; für schwere Belastung kommen außerdem in Betracht:

- a Kappengewölbe, Spannweite bis auf 4 m, Stichhöhe $\frac{1}{8}$ – $\frac{1}{10}$, Stücke $\frac{1}{2}$ Stein bis etwa 2 m, darüber 1 Stein.

spannen, auch wenn sie mit dem Längsträger fest verbunden sind.

Für größere Werkstattgebäude, wo schwere Lauf- und Drehkrane angeordnet sind und eine große freie Höhe erforderlich ist, macht man am besten die Außenwände aus Fachwerk. Ausmauerung $\frac{1}{2}$ Stein stark; Riegel aus I NP 14; Schwellen, Rahmen von Türen und Fenstern usw. aus C NP 14. Die Breiten der einzelnen Hallen werden auf grund der besonderen Erfordernisse festgestellt; man findet sie bis auf 30 m und darüber. Für sehr große Spannweiten kann es vorteil-



Fig. 412

haft sein, wirkliche Hallenbinder in der Form von zwei- oder dreigelenkigen Bogen zu verwenden.

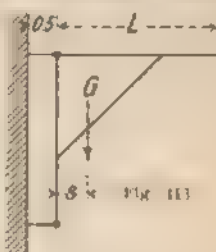
Im allgemeinen werden kräftige Säulen in Abständen von 9—12 m angeordnet und mit einem Fachwerk verbunden, welches die 3—4 m voneinander entfernten Dachbinder trägt.

Bei der Feststellung der Höhe sowie bei der Berechnung der Säulen muß man auf die Krane Rücksicht nehmen. Im allgemeinen kann man folgende Angaben benutzen:

Drehkrane. Ausleger 3—5 m. Fig. 413

Lage des Schwerpunktes des unbelasteten Krans $s = \frac{1}{3} L$

30°



Eigengewicht bei der Tragkraft T in t:

$$G = \left(\frac{2}{3} T + 2,5 \right) \frac{2}{3} + \frac{L}{12} \quad \text{Höhe über dem Boden 3—4 m}$$

Laufkrane.

S = Spurweite in m,

λ = Radstand „ „

D = größter Raddruck in t,

O = erforderlicher freier Raum über S. O. in m

U = „ „ „ „ unter „ „ „

$$D = 0,6 T + \frac{S}{100} T + 15$$

$$\lambda = 1,7 + \frac{S + 0,1 T}{17}$$

$$O = 1,50 + \frac{T}{35}; \quad U = 0,40 + \frac{T}{100}$$

Zwischen der Schiene und der Wand ist ein freier Raum von mindestens 30—40 cm erforderlich, je nach der Tragkraft des Kranes.

Bei allen Berechnungen bezüglich Krane empfiehlt sich die Annahme, daß die Kette bis auf $\frac{1}{10}$ gegen die Vertikale geneigt zieht und dabei die volle Last trägt. Die entstehenden Horizontalkräfte müssen durch besondere Verbinde aufgenommen werden.

Die Kranträger können auf besonderen Säulen gelagert werden einfache und gute Anordnung Fig. 414. oder auf einem besonderen System, Fig. 415. In diesem Fall muß die Entfernung von der Säule ziemlich groß werden (0,6 m und darüber), um keine zu großen Kräfte in den Streben zu erhalten. Zur Berechnung derartiger Säulen nimmt man an, daß der Ständer am Anschluß mit dem Riegel durch ein Gelenk unterbrochen ist. In Berechnung als statisch unbestimmtes System führt fast genau auf dasselbe Resultat. Der Riegel allein wird als biegungsfestes Glied betrachtet. Die Ermittlung der Kräfte geschieht am besten von jedem Ende der Säule ab. Infolge dieser Anordnung ist zwar die Span-

weite des Laufkranes kleiner, es entstehen aber nicht unwesentliche wagerechte Kräfte, welche den oberen Verband beanspruchen. Die Laufkranträger sind immer durch besondere Zwischensysteme zu versteifen und zwar auch am Untergurt.

Zwischen den Säulen werden die Laufkranträger meist durch besondere Konsolen unterstützt, die mit den Ständern des von Säule zu Säule laufenden Gitterträgers verbunden sind. Der Untergurt des Laufkranträgers



Fig. 414



Fig. 415

wird dazu benutzt, um mit dieser Tragwand und dem Hauptwindverband einen dreiwandigen räumlichen Träger zu bilden (vgl. S. 236); zwischen zwei gleichen Hallen kann ein symmetrischer Rieppelträger konstruiert werden.

Bei der Berechnung der Säulen wird meistens am Fuß derselben ein Kugellager vorausgesetzt. Bei einer korrekten Ausführung mußte dieses eigentlich auch verwirklicht werden, wofür im Gegenteil im allgemeinen ein flacher Fuß gebildet wird, der obendrein mit 2 bis

Oberlichter wiegen je nach der Konstruktion:

| | |
|--------------------|---------------------------------------|
| Rohglas ca. | 15 kg/m ² -Ansichtsfläche, |
| Eisengerippe 15—25 | » -Grundriffsfläche, |
| Im ganzen 35—45 | » -Ansichtsfläche. |

Der Hauptwindverband wiegt ca. 6 kg/m², auf Grundrifs bezogen. Sind besondere Gurtungen erforderlich, so ist dieses Gewicht doppelt so groß.

Durchgehende Laufkranträger auf festen Stützen sind um ca. 20% leichter als einzelne Träger, auf jeder Stütze unterbrochen.

X. ABSCHNITT

TABELLEN.

Anmerkungen.

Das angegebene Gewicht der Profileisen gilt in der Regel für Flußeisen spez. Gewicht 7,85, eine Ausnahme machen die Gewichte der Rund- und Quadrat-eisen und der Schrauben. Schweißeseisen wiegt $\sim 2,1$, weniger.

Die Werte von F , J und W , und die Lage des Schwerpunktes sind unter Berücksichtigung der Schragen und Abrundungen ermittelt. Rechnet man mit der mittleren Stärke, so ist der Fehler für F , J_x und W , unbedeutend, für I-Eisen ist dagegen der richtige Wert von J , Fig. auf Seite 620, ca. 84 % des so gerechneten, für C-Eisen ist J_x (Fig. auf Seite 616) 83 % bis 86 %, und der Abstand des Schwerpunktes von dem Rücken 0,92 bis 0,90 des so gerechneten, je nachdem die Flanschen breit oder schmal sind.

Vorprofile (schlechtthin Maximum-Profile) kommen hauptsächlich für I und C-Eisen in Betracht; sie haben in der Regel einen um 5 mm stärkeren Steg; auf Grund dieses Maßes rechnet man den Zuschlag zur Fläche sowie zum Tragheits- und Widerstandsmoment. Die Vorprofile für gleichschenklige und ungleichschenklige Winkelseisen haben gleiche Schenkelbreite und 1 mm größere Schenkeldicke.

1. Längenausdehnung verschiedener Körper etc 601

Anormale Profile und Vorprofile sind selten auf Lager, besonders die Spezialprofile nach englischem Maß sind sehr schwer zu haben; vor Einzelverwendung ist deshalb dringend zu warnen. Die Vorprofile sind meistens schwerer als die nächsten höheren Normalprofile und weniger tragfähig, ihre Anwendung ist also oft mit einer Materialverschwendung verbunden.

Die Wurzelmaße sind auf Grund der auf Seite 453 angegebenen Maße so gerechnet, daß der Rand des Nietkopfes mit dem Anfang der Rundung zusammenfällt.

Die freie Länge (fünffache Knicksicherheit) entspricht der Formel: $J = 2,36 F L^2$ (L in m, F in cm^2 , J in cm^4) oder $l_{\text{cm}} = 65 \sqrt{\frac{J}{F}}$. Für J und F sind immer die Brutto-Werte eingeführt.

1. Längenausdehnung verschiedener Körper pro Längeneinheit.

Bei einer Temperaturzunahme von 100°C .

| | | |
|----------------|-------------------|---------------------------------------|
| Alu | 0,002 848 | $\frac{1}{351}$ |
| Alu | 0,001 736 | $\frac{1}{576}$ |
| Eisendraht | 0,001 235 | $\frac{1}{810}$ |
| Stahlfeder | 0,001 176 | $\frac{1}{850}$ |
| Stahlblech | 0,000 872 | $\frac{1}{1150}$ |
| Stahlblech | 0,000 812 | $\frac{1}{1230}$ |
| Stahlfeder | 0,001 067 | $\frac{1}{940}$ |
| Holz quer | 0,001 bis 0,002 | $\frac{1}{430}$ bis $\frac{1}{500}$ |
| Holz längs | 0,0005 bis 0,0010 | $\frac{1}{2000}$ bis $\frac{1}{1000}$ |
| Kupfer | 0,00172 | $\frac{1}{580}$ |
| Mauerwerk | 0,0007 | $\frac{1}{1430}$ |
| Zement (Beton) | 0,001 430 | $\frac{1}{700}$ |

2. Spezifische Gewichte

Удвоит бы $4^\circ \text{ C} \equiv 1$

[illegible]

4. Niettafel.
Tragkraft von Nieten in t.

| Bruchdruck des Materials | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---------------|------------------------|---|------|------|------|------|---|------|------|-------|-------|------------------------|------------------------|------|
| Niet-
Nennweite | Niet-
Höhe | Niet-
Höhe
in mm | Zugdruck 1 t/cm ²
bei Beschneiden von | | | | | Zugdruck 1 t/cm ²
bei Beschneiden von | | | | | Niet-
Höhe
in mm | Niet-
Höhe
in mm | |
| | | | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | | | |
| 10 | 0,65 | 0,71 | 0,79 | 1,28 | 1,50 | 1,62 | 2,24 | 2,44 | 2,64 | 2,84 | 3,04 | 3,24 | 10 | 2,80 | 3,00 |
| 12 | 1,06 | 1,12 | 1,18 | 1,46 | 2,08 | 2,50 | 2,91 | 3,34 | 3,76 | 4,18 | 4,60 | 5,02 | 12 | 3,12 | 3,32 |
| 14 | 1,47 | 1,53 | 1,59 | 2,05 | 2,56 | 3,07 | 3,58 | 4,09 | 4,60 | 5,11 | 5,62 | 6,13 | 14 | 3,44 | 3,64 |
| 16 | 2,01 | 2,07 | 2,13 | 2,59 | 3,20 | 3,81 | 4,42 | 5,03 | 5,64 | 6,25 | 6,86 | 7,47 | 16 | 3,76 | 3,96 |
| 18 | 2,55 | 2,61 | 2,67 | 3,13 | 3,74 | 4,35 | 4,96 | 5,57 | 6,18 | 6,79 | 7,40 | 8,01 | 18 | 4,08 | 4,28 |
| 20 | 3,10 | 3,16 | 3,22 | 3,68 | 4,29 | 4,90 | 5,51 | 6,12 | 6,73 | 7,34 | 7,95 | 8,56 | 20 | 4,40 | 4,60 |
| 22 | 3,64 | 3,70 | 3,76 | 4,22 | 4,83 | 5,44 | 6,05 | 6,66 | 7,27 | 7,88 | 8,49 | 9,10 | 22 | 4,72 | 4,92 |
| 24 | 4,19 | 4,25 | 4,31 | 4,77 | 5,38 | 5,99 | 6,60 | 7,21 | 7,82 | 8,43 | 9,04 | 9,65 | 24 | 5,04 | 5,24 |
| 26 | 4,73 | 4,79 | 4,85 | 5,31 | 5,92 | 6,53 | 7,14 | 7,75 | 8,36 | 8,97 | 9,58 | 10,19 | 26 | 5,36 | 5,56 |
| 28 | 5,28 | 5,34 | 5,40 | 5,86 | 6,47 | 7,08 | 7,69 | 8,30 | 8,91 | 9,52 | 10,13 | 10,74 | 28 | 5,68 | 5,88 |

1 Die hier aufgeführten Zahlen stellen sich bei Zugversuchen dar

Das Maß γ gibt die mittlere zu einem Bruchpunkt von Mitten Niet bei einem bestimmten Bruchwert bei
Niet-Höhe in mm bei 100

5. Gewichte von Quadrat- und Rundeisen mit Seitenlänge bzw. Durchmesser d in mm.

Die angegebenen Gewichte gelten für schwedisches spez. Gew. 7,8.

| d
mm | Gewicht
in kgm | | d
mm | Gewicht
in kgm | | d
mm | Gewicht
in kgm | |
|-----------|-------------------|--------|-----------|-------------------|---------|-----------|-------------------|---------|
| | □ | ○ | | □ | ○ | | □ | ○ |
| 5 | 0,195 | 0,155 | 50 | 19,400 | 15,315 | 180 | 262,720 | 198,186 |
| 6 | 0,281 | 0,221 | 52 | 21,091 | 16,685 | 185 | 266,055 | 200,660 |
| 7 | 0,382 | 0,300 | 54 | 22,735 | 17,864 | 190 | 281,680 | 211,152 |
| 8 | 0,499 | 0,392 | 56 | 24,461 | 19,311 | 195 | 286,595 | 222,045 |
| 9 | 0,632 | 0,496 | 58 | 26,270 | 20,608 | 200 | 312,000 | 235,442 |
| 10 | 0,780 | 0,614 | 60 | 28,184 | 22,151 | 205 | 327,795 | 250,150 |
| 11 | 0,944 | 0,741 | 62 | 29,985 | 23,510 | 210 | 345,990 | 259,161 |
| 12 | 1,125 | 0,882 | 64 | 31,919 | 25,091 | 215 | 366,500 | 280,170 |
| 13 | 1,318 | 1,035 | 66 | 33,977 | 26,686 | 220 | 377,620 | 290,604 |
| 14 | 1,529 | 1,201 | 68 | 36,067 | 28,392 | 225 | 394,870 | 310,154 |
| 15 | 1,755 | 1,374 | 70 | 38,229 | 30,018 | 230 | 412,620 | 324,671 |
| 16 | 1,997 | 1,568 | 72 | 40,435 | 31,680 | 235 | 434,775 | 338,714 |
| 17 | 2,254 | 1,770 | 74 | 42,717 | 33,384 | 240 | 449,250 | 350,864 |
| 18 | 2,527 | 1,985 | 76 | 45,073 | 35,134 | 245 | 468,110 | 367,720 |
| 19 | 2,816 | 2,212 | 78 | 47,515 | 36,921 | 250 | 487,300 | 382,882 |
| 20 | 3,120 | 2,450 | 80 | 49,920 | 38,927 | 255 | 507,190 | 398,950 |
| 21 | 3,440 | 2,702 | 85 | 56,100 | 44,261 | 260 | 527,280 | 414,120 |
| 22 | 3,775 | 2,960 | 90 | 62,184 | 49,621 | 265 | 547,750 | 430,206 |
| 23 | 4,126 | 3,231 | 95 | 68,300 | 55,288 | 270 | 568,520 | 446,503 |
| 24 | 4,493 | 3,520 | 100 | 74,000 | 61,281 | 275 | 589,570 | 460,287 |
| 25 | 4,875 | 3,829 | 105 | 80,095 | 67,516 | 280 | 611,320 | 486,287 |
| 26 | 5,273 | 4,131 | 110 | 86,480 | 74,112 | 285 | 633,800 | 510,775 |
| 27 | 5,686 | 4,460 | 115 | 93,150 | 81,018 | 290 | 657,080 | 531,206 |
| 28 | 6,115 | 4,807 | 120 | 100,100 | 88,316 | 295 | 681,750 | 553,121 |
| 29 | 6,560 | 5,182 | 125 | 107,350 | 95,929 | 300 | 707,000 | 573,560 |
| 30 | 7,020 | 5,581 | 130 | 114,900 | 103,861 | 305 | 732,550 | 599,881 |
| 32 | 7,987 | 6,275 | 135 | 122,750 | 111,648 | 310 | 758,580 | 628,710 |
| 34 | 9,017 | 7,082 | 140 | 130,880 | 120,072 | 315 | 785,000 | 659,567 |
| 36 | 10,110 | 7,955 | 145 | 139,290 | 128,861 | 320 | 812,720 | 692,313 |
| 38 | 11,260 | 8,850 | 150 | 148,000 | 137,877 | 325 | 841,850 | 727,370 |
| 40 | 12,480 | 9,802 | 155 | 157,000 | 147,180 | 330 | 872,420 | 764,774 |
| 42 | 13,760 | 10,806 | 160 | 166,300 | 156,828 | 335 | 903,500 | 804,692 |
| 44 | 15,100 | 11,860 | 165 | 175,900 | 166,780 | 340 | 935,080 | 846,178 |
| 46 | 16,500 | 12,960 | 170 | 185,800 | 177,041 | 345 | 968,000 | 890,160 |
| 48 | 17,970 | 14,110 | 175 | 196,000 | 187,612 | 350 | 1,001,000 | 936,148 |

6. Schragentabelle nach Whitworth

| Äußerer Durchmesser des Gewindes | | Kern | | Anzahl der Gewindegänge | | Höhe der Mutter abgezogen bei | | Höhe der Mutter abgezogen bei | | Höhe der Mutter abgezogen bei | | Längswinkel | | Längswinkel | |
|----------------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|-------------|------|-------------|------|
| d | d ₁ | d ₂ | d ₃ | n | n ₁ | h | h ₁ | h ₂ | h ₃ | h ₄ | h ₅ | α | β | γ | δ |
| mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm |
| 1 | 1,0 | 0,75 | 0,6 | 1 | 1 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| 1,5 | 1,5 | 1,125 | 0,875 | 1,5 | 1,5 | 0,75 | 0,75 | 0,75 | 0,75 | 0,75 | 0,75 | 0,75 | 0,75 | 0,75 | 0,75 |
| 2 | 2,0 | 1,5 | 1,25 | 2 | 2 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| 2,5 | 2,5 | 1,875 | 1,625 | 2,5 | 2,5 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 |
| 3 | 3,0 | 2,25 | 1,9 | 3 | 3 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 |
| 3,5 | 3,5 | 2,625 | 2,375 | 3,5 | 3,5 | 1,75 | 1,75 | 1,75 | 1,75 | 1,75 | 1,75 | 1,75 | 1,75 | 1,75 | 1,75 |
| 4 | 4,0 | 3,0 | 2,625 | 4 | 4 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 2,0 |
| 4,5 | 4,5 | 3,375 | 3,125 | 4,5 | 4,5 | 2,25 | 2,25 | 2,25 | 2,25 | 2,25 | 2,25 | 2,25 | 2,25 | 2,25 | 2,25 |
| 5 | 5,0 | 3,75 | 3,375 | 5 | 5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,5 |
| 5,5 | 5,5 | 4,125 | 3,875 | 5,5 | 5,5 | 2,75 | 2,75 | 2,75 | 2,75 | 2,75 | 2,75 | 2,75 | 2,75 | 2,75 | 2,75 |
| 6 | 6,0 | 4,5 | 4,125 | 6 | 6 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 |
| 6,5 | 6,5 | 4,875 | 4,625 | 6,5 | 6,5 | 3,25 | 3,25 | 3,25 | 3,25 | 3,25 | 3,25 | 3,25 | 3,25 | 3,25 | 3,25 |
| 7 | 7,0 | 5,25 | 4,875 | 7 | 7 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 | 3,5 |
| 7,5 | 7,5 | 5,625 | 5,375 | 7,5 | 7,5 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 |
| 8 | 8,0 | 6,0 | 5,625 | 8 | 8 | 4,0 | 4,0 | 4,0 | 4,0 | 4,0 | 4,0 | 4,0 | 4,0 | 4,0 | 4,0 |
| 8,5 | 8,5 | 6,375 | 6,125 | 8,5 | 8,5 | 4,25 | 4,25 | 4,25 | 4,25 | 4,25 | 4,25 | 4,25 | 4,25 | 4,25 | 4,25 |
| 9 | 9,0 | 6,75 | 6,375 | 9 | 9 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 4,5 |
| 9,5 | 9,5 | 7,125 | 6,875 | 9,5 | 9,5 | 4,75 | 4,75 | 4,75 | 4,75 | 4,75 | 4,75 | 4,75 | 4,75 | 4,75 | 4,75 |
| 10 | 10,0 | 7,5 | 7,125 | 10 | 10 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 |
| 10,5 | 10,5 | 7,875 | 7,625 | 10,5 | 10,5 | 5,25 | 5,25 | 5,25 | 5,25 | 5,25 | 5,25 | 5,25 | 5,25 | 5,25 | 5,25 |
| 11 | 11,0 | 8,25 | 7,875 | 11 | 11 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 5,5 |
| 11,5 | 11,5 | 8,625 | 8,375 | 11,5 | 11,5 | 5,75 | 5,75 | 5,75 | 5,75 | 5,75 | 5,75 | 5,75 | 5,75 | 5,75 | 5,75 |
| 12 | 12,0 | 9,0 | 8,625 | 12 | 12 | 6,0 | 6,0 | 6,0 | 6,0 | 6,0 | 6,0 | 6,0 | 6,0 | 6,0 | 6,0 |
| 12,5 | 12,5 | 9,375 | 9,125 | 12,5 | 12,5 | | | | | | | | | | |

¹ Der Durchmesser des um die Mitte umgeschalteten Kreises

142 11

6a Gewichte von schweißseisernen Mutttern u Köpfen 607

6a. Gewichte von schweißseisernen Mutttern und Köpfen zur Schraubentabelle nach Whitworth

| Aufwerz | | Gewicht | | | |
|---------------------|-------|-----------|--------|-----------------|-------------------|
| Gewinde Durchmesser | | von 10 cm | der | des schweiß- | des quadratischen |
| Engl. Zoll | mm | Sechsh | Mutter | gekigten Kopfes | Kopfes |
| | | kg | kg | kg | kg |
| 1/4 | 6,35 | 0,030 | 0,006 | 0,005 | 0,005 |
| 3/16 | 7,94 | 0,036 | 0,011 | 0,01 | 0,012 |
| 1/2 | 9,52 | 0,061 | 0,026 | 0,017 | 0,021 |
| 5/16 | 11,1 | 0,088 | 0,038 | 0,021 | 0,028 |
| 3/4 | 12,7 | 0,134 | 0,055 | 0,031 | 0,04 |
| 7/8 | 15,9 | 0,167 | 0,058 | 0,051 | 0,063 |
| 1 | 19,0 | 0,221 | 0,104 | 0,095 | 0,110 |
| 1 1/8 | 22,2 | 0,324 | 0,131 | 0,129 | 0,172 |
| 1 1/4 | 25,4 | 0,414 | 0,184 | 0,194 | 0,255 |
| 1 3/8 | 28,6 | 0,516 | 0,235 | 0,274 | 0,316 |
| 1 1/2 | 31,7 | 0,627 | 0,356 | 0,368 | 0,420 |
| 1 5/8 | 34,9 | 0,760 | 0,463 | 0,470 | 0,516 |
| 1 3/4 | 38,1 | 0,922 | 0,659 | 0,605 | 0,708 |
| 1 7/8 | 41,3 | 1,081 | 0,725 | 0,770 | 0,838 |
| 1 5/8 | 44,4 | 1,241 | 0,870 | 0,906 | 1,120 |
| 1 3/2 | 47,6 | 1,412 | 1,109 | 1,189 | 1,375 |
| 2 | 50,8 | 1,593 | 1,277 | 1,362 | 1,623 |
| 2 1/4 | 57,1 | 2,061 | 1,595 | 1,919 | 2,254 |
| 2 1/2 | 63,5 | 2,569 | 2,317 | 2,672 | 3,01 |
| 2 3/8 | 69,9 | 3,092 | 3,196 | 3,13 | 3,55 |
| 2 1/2 | 76,2 | 3,632 | 4,037 | 4,48 | 5,156 |
| 2 3/4 | 82,5 | 4,220 | 5,106 | 5,707 | 6,624 |
| 2 5/8 | 88,9 | 4,862 | 6,384 | 7,073 | 8,173 |
| 2 3/2 | 95,2 | 5,646 | 7,801 | 8,600 | 9,762 |
| 3 | 101,6 | 6,471 | 9,129 | 10,38 | 11,37 |
| 3 1/8 | 107,9 | 7,146 | 10,42 | 12,48 | 14,45 |
| 3 1/4 | 114,3 | 8,192 | 12,77 | 14,87 | 16,99 |
| 3 3/8 | 120,6 | 9,609 | 14,87 | 17,30 | 20,07 |
| 3 1/2 | 127,0 | 11,867 | 17,28 | 20,10 | 22,25 |
| 3 5/8 | 133,3 | 13,30 | 19,77 | 22,39 | 26,71 |
| 3 3/4 | 139,7 | 15,01 | 22,88 | 24,77 | 30,68 |
| 3 7/8 | 146,0 | 16,06 | 25,60 | 30,06 | 34,75 |
| 4 | 152,4 | 17,34 | 29,03 | 34,07 | 39,29 |

Anmerkung: Der in der Mutter steckende Teil der Schraube ist in den Gewichtszusagen nicht enthalten.

8. Gewichte von Platten in kg/m für Flusseisen gültig¹⁾

| Platten-
stärke
in mm | Dicke in mm | | | | | | | | | | | | | | | Platten-
gewicht
in kg/m |
|-----------------------------|-------------|------|------|------|------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|--------------------------------|
| | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | |
| 4 | 0,13 | 0,14 | 0,28 | 0,42 | 1,29 | 1,70 | 1,84 | 2,16 | 2,12 | 2,89 | 1,10 | 0,28 | 0,12 | 1,29 | 1,81 | 2,16 |
| 5 | 0,16 | 0,16 | 0,32 | 1,18 | 1,57 | 1,76 | 2,05 | 2,18 | 2,10 | 3,10 | 0,25 | 0,28 | 0,15 | 1,46 | 2,02 | 2,16 |
| 6 | 0,20 | 0,47 | 0,94 | 1,41 | 1,88 | 2,03 | 2,32 | 2,29 | 2,78 | 1,25 | 0,70 | 0,42 | 1,15 | 1,81 | 2,15 | 2,68 |
| 7 | 0,27 | 0,56 | 1,09 | 1,69 | 2,18 | 2,48 | 2,77 | 2,87 | 1,79 | 1,36 | 1,18 | 1,09 | 1,19 | 2,08 | 0,48 | 3,04 |
| 8 | 0,33 | 0,68 | 1,29 | 1,88 | 2,12 | 2,40 | 2,76 | 1,78 | 1,04 | 1,05 | 0,29 | 1,26 | 1,84 | 2,15 | 1,10 | 3,02 |
| 9 | 0,38 | 0,77 | 1,41 | 2,40 | 2,49 | 2,57 | 2,99 | 1,94 | 0,66 | 0,69 | 0,03 | 1,41 | 2,10 | 2,60 | 0,71 | 3,09 |
| 10 | 0,43 | 1,02 | 1,57 | 2,53 | 2,40 | 2,92 | 1,16 | 1,19 | 0,28 | 0,28 | 0,58 | 1,50 | 2,45 | 3,10 | 0,97 | 3,10 |
| 11 | 0,48 | 1,09 | 2,06 | 2,99 | 3,43 | 3,18 | 0,18 | 0,04 | 0,08 | 0,08 | 0,66 | 1,57 | 2,51 | 3,18 | 1,18 | 3,11 |
| 12 | 0,51 | 0,94 | 2,46 | 2,46 | 2,78 | 4,10 | 3,62 | 0,30 | 7,07 | 8,18 | 0,40 | 1,84 | 2,87 | 4,10 | 1,32 | 3,12 |
| 13 | 0,54 | 1,02 | 2,41 | 2,82 | 3,11 | 4,27 | 3,12 | 7,14 | 8,14 | 9,22 | 1,21 | 2,01 | 3,02 | 4,10 | 1,43 | 3,13 |
| 14 | 0,59 | 1,09 | 2,96 | 2,97 | 3,19 | 5,49 | 0,91 | 7,04 | 8,72 | 9,83 | 1,20 | 2,19 | 3,12 | 4,10 | 1,54 | 3,14 |
| 15 | 0,59 | 1,18 | 2,45 | 3,53 | 4,10 | 5,88 | 7,04 | 8,23 | 9,42 | 10,60 | 1,18 | 2,15 | 3,15 | 4,10 | 1,65 | 3,15 |
| 16 | 0,63 | 1,26 | 2,67 | 3,68 | 4,24 | 6,06 | 7,10 | 8,22 | 9,40 | 11,30 | 1,16 | 2,12 | 3,12 | 4,10 | 1,76 | 3,16 |
| 17 | 0,67 | 1,35 | 2,69 | 4,04 | 4,28 | 6,47 | 8,07 | 9,16 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | 2,10 | 3,10 | 4,10 | 1,87 | 3,17 |
| 18 | 0,70 | 1,41 | 2,82 | 4,29 | 4,52 | 7,03 | 8,18 | 9,21 | 1,10 | 1,10 | 1,10 | 2,10 | 3,10 | 4,10 | 1,98 | 3,18 |
| 19 | 0,74 | 1,49 | 2,96 | 4,45 | 4,77 | 7,48 | 8,69 | 9,69 | 1,14 | 1,14 | 1,14 | 2,14 | 3,14 | 4,14 | 2,09 | 3,19 |
| 20 | 0,78 | 1,57 | 3,14 | 4,73 | 5,06 | 8,00 | 9,48 | 1,18 | 1,18 | 1,18 | 1,18 | 2,18 | 3,18 | 4,18 | 2,20 | 3,20 |
| 21 | 0,82 | 1,64 | 3,27 | 4,80 | 5,14 | 8,44 | 9,84 | 1,21 | 1,21 | 1,21 | 1,21 | 2,21 | 3,21 | 4,21 | 2,31 | 3,21 |
| 22 | 0,84 | 1,72 | 3,41 | 5,08 | 5,43 | 9,08 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 2,25 | 3,25 | 4,25 | 2,42 | 3,22 |
| 23 | 0,88 | 1,80 | 3,54 | 5,15 | 5,51 | 9,48 | 1,29 | 1,29 | 1,29 | 1,29 | 1,29 | 2,29 | 3,29 | 4,29 | 2,53 | 3,23 |
| 24 | 0,91 | 1,88 | 3,78 | 5,37 | 5,74 | 10,00 | 1,33 | 1,33 | 1,33 | 1,33 | 1,33 | 2,33 | 3,33 | 4,33 | 2,64 | 3,24 |

8. Gewichte von Flacheisen in kg/m für Flacheisen gültig

| Dike
in mm | Dicke in mm | | | | | | | | | | | | | | | | D
in mm |
|---------------|-------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|------------|
| | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | |
| 4 | 1.7 | 3.1 | 6.28 | 9.42 | 12.54 | 15.70 | 18.84 | 21.98 | 25.12 | 28.26 | 31.40 | 34.54 | 37.68 | 40.82 | 43.96 | 47.10 | 1 |
| 5 | 2.10 | 3.80 | 7.60 | 11.40 | 15.20 | 18.99 | 22.79 | 26.58 | 30.37 | 34.16 | 37.95 | 41.74 | 45.53 | 49.32 | 53.11 | 56.90 | 2 |
| 6 | 2.20 | 4.01 | 8.01 | 12.01 | 16.01 | 19.99 | 23.99 | 27.98 | 31.97 | 35.96 | 39.95 | 43.94 | 47.93 | 51.92 | 55.91 | 59.90 | 3 |
| 7 | 2.70 | 4.90 | 9.80 | 14.70 | 19.40 | 23.90 | 28.40 | 32.90 | 37.40 | 41.90 | 46.40 | 50.90 | 55.40 | 59.90 | 64.40 | 68.90 | 4 |
| 8 | 3.11 | 5.62 | 11.24 | 16.86 | 22.48 | 28.10 | 33.72 | 39.34 | 44.96 | 50.58 | 56.20 | 61.82 | 67.44 | 73.06 | 78.68 | 84.30 | 5 |
| 9 | 3.53 | 6.37 | 12.74 | 19.11 | 25.48 | 31.85 | 38.22 | 44.59 | 50.96 | 57.33 | 63.70 | 70.07 | 76.44 | 82.81 | 89.18 | 95.55 | 6 |
| 10 | 3.95 | 7.30 | 14.60 | 21.90 | 29.20 | 36.50 | 43.80 | 51.10 | 58.40 | 65.70 | 73.00 | 80.30 | 87.60 | 94.90 | 102.20 | 109.50 | 7 |
| 11 | 4.38 | 8.14 | 16.28 | 24.42 | 32.56 | 40.70 | 48.84 | 56.98 | 65.12 | 73.26 | 81.40 | 89.54 | 97.68 | 105.82 | 113.96 | 122.10 | 8 |
| 12 | 4.81 | 8.92 | 17.84 | 26.76 | 35.28 | 43.80 | 52.32 | 60.84 | 69.36 | 77.88 | 86.40 | 94.92 | 103.44 | 111.96 | 120.48 | 129.00 | 9 |
| 13 | 5.24 | 9.81 | 19.62 | 29.43 | 38.24 | 47.05 | 55.86 | 64.67 | 73.48 | 82.29 | 91.10 | 99.91 | 108.72 | 117.53 | 126.34 | 135.15 | 10 |
| 14 | 5.66 | 1.09 | 2.16 | 3.23 | 4.30 | 5.37 | 6.44 | 7.51 | 8.58 | 9.65 | 10.72 | 11.79 | 12.86 | 13.93 | 15.00 | 16.07 | 11 |
| 15 | 6.09 | 1.18 | 2.35 | 3.52 | 4.69 | 5.86 | 7.03 | 8.20 | 9.37 | 10.54 | 11.71 | 12.88 | 14.05 | 15.22 | 16.39 | 17.56 | 12 |
| 16 | 6.52 | 1.26 | 2.51 | 3.78 | 5.05 | 6.32 | 7.59 | 8.86 | 10.13 | 11.40 | 12.67 | 13.94 | 15.21 | 16.48 | 17.75 | 19.02 | 13 |
| 17 | 6.95 | 1.35 | 2.69 | 4.04 | 5.38 | 6.72 | 8.06 | 9.40 | 10.74 | 12.08 | 13.42 | 14.76 | 16.10 | 17.44 | 18.78 | 20.12 | 14 |
| 18 | 7.37 | 1.44 | 2.88 | 4.29 | 5.62 | 6.95 | 8.28 | 9.61 | 10.94 | 12.27 | 13.60 | 14.93 | 16.26 | 17.59 | 18.92 | 20.25 | 15 |
| 19 | 7.80 | 1.52 | 3.06 | 4.47 | 5.79 | 7.12 | 8.45 | 9.78 | 11.11 | 12.44 | 13.77 | 15.10 | 16.43 | 17.76 | 19.09 | 20.42 | 16 |
| 20 | 8.23 | 1.60 | 3.24 | 4.65 | 5.97 | 7.29 | 8.62 | 9.95 | 11.28 | 12.61 | 13.94 | 15.27 | 16.60 | 17.93 | 19.26 | 20.59 | 17 |
| 21 | 8.66 | 1.69 | 3.42 | 4.84 | 6.15 | 7.47 | 8.79 | 10.12 | 11.45 | 12.78 | 14.11 | 15.44 | 16.77 | 18.10 | 19.43 | 20.76 | 18 |
| 22 | 9.09 | 1.77 | 3.61 | 5.03 | 6.34 | 7.66 | 8.98 | 10.31 | 11.64 | 12.97 | 14.30 | 15.63 | 16.96 | 18.29 | 19.62 | 20.95 | 19 |
| 23 | 9.52 | 1.85 | 3.80 | 5.22 | 6.53 | 7.85 | 9.17 | 10.49 | 11.82 | 13.15 | 14.48 | 15.81 | 17.14 | 18.47 | 19.80 | 21.13 | 20 |
| 24 | 9.95 | 1.93 | 3.99 | 5.41 | 6.72 | 8.03 | 9.35 | 10.67 | 11.99 | 13.32 | 14.65 | 15.98 | 17.31 | 18.64 | 19.97 | 21.30 | 21 |

9. Wurzelmaße für gleichschenklige Winkelisen bei
kleinster Schenkelstärke.

(Maße in mm.)



| a | l = 10 mm | | | | d = 20 mm | | | | d = 25 mm | | | |
|-----|-----------|-----|-----|----|-----------|-----|----|----|-----------|-----|----|---|
| | a | b | c | r | a | b | c | r | a | b | c | r |
| 5 | 28 | 25 | 4 | 18 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 6 | 27 | 24 | 4 | 18 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 7 | 27 | 24 | 9 | 17 | 30 | 20 | 60 | 1 | - | - | - | - |
| 8 | 29 | 26 | 12 | 17 | 32 | 23 | 60 | 1 | - | - | - | - |
| 9 | 30 | 27 | 17 | 15 | 32 | 24 | 60 | 3 | 36 | 26 | 60 | 1 |
| 10 | 31 | 28 | 20 | 14 | 33 | 25 | 60 | 11 | 38 | 27 | 60 | 1 |
| 11 | 31 | 28 | 23 | 11 | 34 | 26 | 60 | 16 | 38 | 27 | 60 | 1 |
| 12 | 32 | 29 | 27 | 10 | 36 | 27 | 60 | 21 | 39 | 28 | 60 | 1 |
| 13 | 33 | 30 | 31 | 9 | 38 | 28 | 60 | 22 | 40 | 29 | 60 | 1 |
| 14 | 34 | 31 | 35 | 8 | 40 | 29 | 60 | 22 | 41 | 30 | 60 | 1 |
| 15 | 35 | 32 | 40 | 7 | 42 | 30 | 60 | 22 | 42 | 31 | 60 | 1 |
| 16 | 36 | 33 | 45 | 6 | 44 | 31 | 60 | 22 | 43 | 32 | 60 | 1 |
| 17 | 37 | 34 | 50 | 5 | 46 | 32 | 60 | 22 | 44 | 33 | 60 | 1 |
| 18 | 38 | 35 | 55 | 4 | 48 | 33 | 60 | 22 | 45 | 34 | 60 | 1 |
| 19 | 39 | 36 | 60 | 3 | 50 | 34 | 60 | 22 | 46 | 35 | 60 | 1 |
| 20 | 40 | 37 | 65 | 2 | 52 | 35 | 60 | 22 | 47 | 36 | 60 | 1 |
| 21 | 41 | 38 | 70 | 1 | 54 | 36 | 60 | 22 | 48 | 37 | 60 | 1 |
| 22 | 42 | 39 | 75 | 1 | 56 | 37 | 60 | 22 | 49 | 38 | 60 | 1 |
| 23 | 43 | 40 | 80 | 1 | 58 | 38 | 60 | 22 | 50 | 39 | 60 | 1 |
| 24 | 44 | 41 | 85 | 1 | 60 | 39 | 60 | 22 | 51 | 40 | 60 | 1 |
| 25 | 45 | 42 | 90 | 1 | 62 | 40 | 60 | 22 | 52 | 41 | 60 | 1 |
| 26 | 46 | 43 | 95 | 1 | 64 | 41 | 60 | 22 | 53 | 42 | 60 | 1 |
| 27 | 47 | 44 | 100 | 1 | 66 | 42 | 60 | 22 | 54 | 43 | 60 | 1 |
| 28 | 48 | 45 | 105 | 1 | 68 | 43 | 60 | 22 | 55 | 44 | 60 | 1 |
| 29 | 49 | 46 | 110 | 1 | 70 | 44 | 60 | 22 | 56 | 45 | 60 | 1 |
| 30 | 50 | 47 | 115 | 1 | 72 | 45 | 60 | 22 | 57 | 46 | 60 | 1 |
| 31 | 51 | 48 | 120 | 1 | 74 | 46 | 60 | 22 | 58 | 47 | 60 | 1 |
| 32 | 52 | 49 | 125 | 1 | 76 | 47 | 60 | 22 | 59 | 48 | 60 | 1 |
| 33 | 53 | 50 | 130 | 1 | 78 | 48 | 60 | 22 | 60 | 49 | 60 | 1 |
| 34 | 54 | 51 | 135 | 1 | 80 | 49 | 60 | 22 | 61 | 50 | 60 | 1 |
| 35 | 55 | 52 | 140 | 1 | 82 | 50 | 60 | 22 | 62 | 51 | 60 | 1 |
| 36 | 56 | 53 | 145 | 1 | 84 | 51 | 60 | 22 | 63 | 52 | 60 | 1 |
| 37 | 57 | 54 | 150 | 1 | 86 | 52 | 60 | 22 | 64 | 53 | 60 | 1 |
| 38 | 58 | 55 | 155 | 1 | 88 | 53 | 60 | 22 | 65 | 54 | 60 | 1 |
| 39 | 59 | 56 | 160 | 1 | 90 | 54 | 60 | 22 | 66 | 55 | 60 | 1 |
| 40 | 60 | 57 | 165 | 1 | 92 | 55 | 60 | 22 | 67 | 56 | 60 | 1 |
| 41 | 61 | 58 | 170 | 1 | 94 | 56 | 60 | 22 | 68 | 57 | 60 | 1 |
| 42 | 62 | 59 | 175 | 1 | 96 | 57 | 60 | 22 | 69 | 58 | 60 | 1 |
| 43 | 63 | 60 | 180 | 1 | 98 | 58 | 60 | 22 | 70 | 59 | 60 | 1 |
| 44 | 64 | 61 | 185 | 1 | 100 | 59 | 60 | 22 | 71 | 60 | 60 | 1 |
| 45 | 65 | 62 | 190 | 1 | 102 | 60 | 60 | 22 | 72 | 61 | 60 | 1 |
| 46 | 66 | 63 | 195 | 1 | 104 | 61 | 60 | 22 | 73 | 62 | 60 | 1 |
| 47 | 67 | 64 | 200 | 1 | 106 | 62 | 60 | 22 | 74 | 63 | 60 | 1 |
| 48 | 68 | 65 | 205 | 1 | 108 | 63 | 60 | 22 | 75 | 64 | 60 | 1 |
| 49 | 69 | 66 | 210 | 1 | 110 | 64 | 60 | 22 | 76 | 65 | 60 | 1 |
| 50 | 70 | 67 | 215 | 1 | 112 | 65 | 60 | 22 | 77 | 66 | 60 | 1 |
| 51 | 71 | 68 | 220 | 1 | 114 | 66 | 60 | 22 | 78 | 67 | 60 | 1 |
| 52 | 72 | 69 | 225 | 1 | 116 | 67 | 60 | 22 | 79 | 68 | 60 | 1 |
| 53 | 73 | 70 | 230 | 1 | 118 | 68 | 60 | 22 | 80 | 69 | 60 | 1 |
| 54 | 74 | 71 | 235 | 1 | 120 | 69 | 60 | 22 | 81 | 70 | 60 | 1 |
| 55 | 75 | 72 | 240 | 1 | 122 | 70 | 60 | 22 | 82 | 71 | 60 | 1 |
| 56 | 76 | 73 | 245 | 1 | 124 | 71 | 60 | 22 | 83 | 72 | 60 | 1 |
| 57 | 77 | 74 | 250 | 1 | 126 | 72 | 60 | 22 | 84 | 73 | 60 | 1 |
| 58 | 78 | 75 | 255 | 1 | 128 | 73 | 60 | 22 | 85 | 74 | 60 | 1 |
| 59 | 79 | 76 | 260 | 1 | 130 | 74 | 60 | 22 | 86 | 75 | 60 | 1 |
| 60 | 80 | 77 | 265 | 1 | 132 | 75 | 60 | 22 | 87 | 76 | 60 | 1 |
| 61 | 81 | 78 | 270 | 1 | 134 | 76 | 60 | 22 | 88 | 77 | 60 | 1 |
| 62 | 82 | 79 | 275 | 1 | 136 | 77 | 60 | 22 | 89 | 78 | 60 | 1 |
| 63 | 83 | 80 | 280 | 1 | 138 | 78 | 60 | 22 | 90 | 79 | 60 | 1 |
| 64 | 84 | 81 | 285 | 1 | 140 | 79 | 60 | 22 | 91 | 80 | 60 | 1 |
| 65 | 85 | 82 | 290 | 1 | 142 | 80 | 60 | 22 | 92 | 81 | 60 | 1 |
| 66 | 86 | 83 | 295 | 1 | 144 | 81 | 60 | 22 | 93 | 82 | 60 | 1 |
| 67 | 87 | 84 | 300 | 1 | 146 | 82 | 60 | 22 | 94 | 83 | 60 | 1 |
| 68 | 88 | 85 | 305 | 1 | 148 | 83 | 60 | 22 | 95 | 84 | 60 | 1 |
| 69 | 89 | 86 | 310 | 1 | 150 | 84 | 60 | 22 | 96 | 85 | 60 | 1 |
| 70 | 90 | 87 | 315 | 1 | 152 | 85 | 60 | 22 | 97 | 86 | 60 | 1 |
| 71 | 91 | 88 | 320 | 1 | 154 | 86 | 60 | 22 | 98 | 87 | 60 | 1 |
| 72 | 92 | 89 | 325 | 1 | 156 | 87 | 60 | 22 | 99 | 88 | 60 | 1 |
| 73 | 93 | 90 | 330 | 1 | 158 | 88 | 60 | 22 | 100 | 89 | 60 | 1 |
| 74 | 94 | 91 | 335 | 1 | 160 | 89 | 60 | 22 | 101 | 90 | 60 | 1 |
| 75 | 95 | 92 | 340 | 1 | 162 | 90 | 60 | 22 | 102 | 91 | 60 | 1 |
| 76 | 96 | 93 | 345 | 1 | 164 | 91 | 60 | 22 | 103 | 92 | 60 | 1 |
| 77 | 97 | 94 | 350 | 1 | 166 | 92 | 60 | 22 | 104 | 93 | 60 | 1 |
| 78 | 98 | 95 | 355 | 1 | 168 | 93 | 60 | 22 | 105 | 94 | 60 | 1 |
| 79 | 99 | 96 | 360 | 1 | 170 | 94 | 60 | 22 | 106 | 95 | 60 | 1 |
| 80 | 100 | 97 | 365 | 1 | 172 | 95 | 60 | 22 | 107 | 96 | 60 | 1 |
| 81 | 101 | 98 | 370 | 1 | 174 | 96 | 60 | 22 | 108 | 97 | 60 | 1 |
| 82 | 102 | 99 | 375 | 1 | 176 | 97 | 60 | 22 | 109 | 98 | 60 | 1 |
| 83 | 103 | 100 | 380 | 1 | 178 | 98 | 60 | 22 | 110 | 99 | 60 | 1 |
| 84 | 104 | 101 | 385 | 1 | 180 | 99 | 60 | 22 | 111 | 100 | 60 | 1 |
| 85 | 105 | 102 | 390 | 1 | 182 | 100 | 60 | 22 | 112 | 101 | 60 | 1 |
| 86 | 106 | 103 | 395 | 1 | 184 | 101 | 60 | 22 | 113 | 102 | 60 | 1 |
| 87 | 107 | 104 | 400 | 1 | 186 | 102 | 60 | 22 | 114 | 103 | 60 | 1 |
| 88 | 108 | 105 | 405 | 1 | 188 | 103 | 60 | 22 | 115 | 104 | 60 | 1 |
| 89 | 109 | 106 | 410 | 1 | 190 | 104 | 60 | 22 | 116 | 105 | 60 | 1 |
| 90 | 110 | 107 | 415 | 1 | 192 | 105 | 60 | 22 | 117 | 106 | 60 | 1 |
| 91 | 111 | 108 | 420 | 1 | 194 | 106 | 60 | 22 | 118 | 107 | 60 | 1 |
| 92 | 112 | 109 | 425 | 1 | 196 | 107 | 60 | 22 | 119 | 108 | 60 | 1 |
| 93 | 113 | 110 | 430 | 1 | 198 | 108 | 60 | 22 | 120 | 109 | 60 | 1 |
| 94 | 114 | 111 | 435 | 1 | 200 | 109 | 60 | 22 | 121 | 110 | 60 | 1 |
| 95 | 115 | 112 | 440 | 1 | 202 | 110 | 60 | 22 | 122 | 111 | 60 | 1 |
| 96 | 116 | 113 | 445 | 1 | 204 | 111 | 60 | 22 | 123 | 112 | 60 | 1 |
| 97 | 117 | 114 | 450 | 1 | 206 | 112 | 60 | 22 | 124 | 113 | 60 | 1 |
| 98 | 118 | 115 | 455 | 1 | 208 | 113 | 60 | 22 | 125 | 114 | 60 | 1 |
| 99 | 119 | 116 | 460 | 1 | 210 | 114 | 60 | 22 | 126 | 115 | 60 | 1 |
| 100 | 120 | 117 | 465 | 1 | 212 | 115 | 60 | 22 | 127 | 116 | 60 | 1 |

10. Gleichschenklige Winkelisen

613

Für gleichschenklige Winkelisen gelten folgende Beziehungen:

$$J_z = \frac{b}{10.5} F \quad J_{\text{min}} = 0.415 J_z \quad J_{\text{max}} = 1.585 J_z$$

$$\frac{b}{t} = 0.38 \quad 0.29 \quad 0.30 \quad \text{je nach der Stärke}$$

$$J_A = 4.5 \quad 6.6 \quad 4.7 \quad \dots$$

Das Trägheitsmoment eines aus zwei über Kreuz miteinander verbundenen Winkelisen bestehenden Querschnittes ist ungefähr gleich $2 J_z$, wo für J_z der Wert für einen um 2 mm dickeren Winkel zu setzen ist.

| Profil | Querschnitt | Gewicht
t d 165 m | Schwerpunkt-
abstand | Trägheits-
momente | | Nettoquerschnitt bei
Abzug eines Nieten von | | | | Fläche
t |
|--------|-------------|----------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------|--|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| | | | | J_A | J_z | d = 16
mm | d = 20
mm | d = 25
mm | d = 30
mm | |
| | | | | | | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 | |
| 6 | d | cm ² | kg | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm |
| 75 | 8 | 11.5 | 9.05 | 21.7 | 111 | 39.0 | 10.2 | 9.9 | 9.7 | 147 |
| | 10 | 14.1 | 11.1 | 24.1 | 140 | 51.0 | 12.5 | 12.1 | 11.8 | 146 |
| | 12 | 16.7 | 13.1 | 22.9 | 170 | 62.5 | 14.8 | 14.5 | 14.0 | 145 |
| 80 | 8 | 12.9 | 9.69 | 22.0 | 115 | 42 | 11.0 | 10.7 | 10.5 | 158 |
| | 10 | 15.1 | 11.0 | 23.9 | 150 | 57.5 | 13.5 | 13.1 | 12.8 | 157 |
| | 12 | 17.0 | 14.1 | 24.1 | 186 | 70.0 | 15.5 | 15.1 | 14.8 | 155 |
| 90 | 8 | 15.5 | 12.2 | 25.1 | 216 | 110 | 14.1 | 13.7 | 13.4 | 178 |
| | 11 | 18.7 | 14.7 | 26.2 | 266 | 138 | 16.5 | 16.2 | 15.8 | 177 |
| | 14 | 21.8 | 17.1 | 27.0 | 317 | 168 | 19.7 | 19.2 | 18.8 | 175 |
| 100 | 10 | 19.2 | 15.1 | 28.2 | 349 | 177 | 19.0 | 18.7 | 18.0 | 198 |
| | 12 | 22.7 | 17.8 | 29.0 | 404 | 205 | 20.8 | 20.5 | 19.6 | 197 |
| | 14 | 26.2 | 20.6 | 29.8 | 468 | 230 | 24.0 | 23.4 | 23.0 | 195 |
| 110 | 12 | 24.2 | 18.6 | 30.7 | 538 | 239 | 24.0 | 23.2 | 22.9 | 219 |
| | 14 | 28.1 | 21.7 | 31.5 | 629 | 280 | 27.2 | 26.7 | 26.0 | 218 |
| | 16 | 32.0 | 24.8 | 32.1 | 729 | 319 | 29.8 | 29.2 | 28.8 | 217 |
| 120 | 14 | 30.1 | 22.9 | 33.6 | 827 | 340 | 32.0 | 31.2 | 30.9 | 238 |
| | 16 | 34.7 | 26.3 | 34.4 | 940 | 395 | 37.6 | 37.1 | 36.7 | 237 |
| | 18 | 39.9 | 29.8 | 35.1 | 1061 | 445 | 41.5 | 40.9 | 40.0 | 236 |
| 130 | 16 | 40.0 | 30.6 | 36.4 | 1190 | 472 | 48.1 | 47.7 | 47.2 | 258 |
| | 18 | 44.7 | 33.2 | 37.2 | 1326 | 510 | 52.5 | 51.9 | 51.1 | 257 |
| | 20 | 49.9 | 36.9 | 38.0 | 1471 | 604 | 56.7 | 56.1 | 55.6 | 255 |
| 140 | 18 | 45.0 | 34.5 | 39.2 | 1615 | 658 | 62.9 | 62.4 | 62.0 | 278 |
| | 20 | 49.5 | 37.1 | 40.0 | 1763 | 729 | 67.6 | 67.0 | 66.6 | 277 |
| | 22 | 54.0 | 40.3 | 40.8 | 1924 | 805 | 72.5 | 71.6 | 71.1 | 275 |
| 150 | 20 | 46.3 | 34.6 | 42 | 1869 | 845 | 78.1 | 77.5 | 77.1 | 298 |
| | 22 | 51.7 | 38.4 | 43 | 2090 | 940 | 84.1 | 83.5 | 82.0 | 297 |
| | 24 | 57.0 | 42.0 | 44 | 2322 | 1082 | 88.1 | 87.4 | 86.9 | 296 |
| 160 | 22 | 46.1 | 34.2 | 45 | 2077 | 1399 | 115.7 | 115.1 | 114.7 | 318 |
| | 24 | 51.8 | 38.7 | 46 | 2308 | 1525 | 123.1 | 122.7 | 122.0 | 317 |
| | 26 | 57.5 | 42.1 | 47 | 2520 | 1748 | 140 | 139.7 | 139.1 | 315 |

[illegible]



12. Normale C-Eisen.

Neigung der äußeren Flanseldicke t_f Abmündungshalbmesser R t und t_f zu haben um abgerundetDie Flanschdicke t ist im Abstande t_f von der Kante gemessen

| Profil Nr. | Höhe h | Breite b | Steg d | Dicke flansch t | Querschnitt | Gewicht γ | Abstand e des Schwerpunktes | Trägheitsmomente | | | | Torsionsmomente | | | |
|------------|--------|----------|--------|-----------------|-----------------|------------------|-------------------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | | | | | | | J_x | J_y | J_z | J_{xy} | J_{tw} | J_{tw} | J_{tw} | J_{tw} |
| | mm | mm | mm | mm | cm ² | kg | mm | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | mm ⁴ | mm ⁴ | mm ⁴ |
| 3 | 40 | 38 | 5 | 7 | 5.41 | 4.2 | 14.1 | 14.7 | 4.31 | 6.79 | 77 | 84 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 4 | 45 | 45 | 6 | 7 | 6.21 | 4.87 | 14.5 | 17.7 | 6.66 | 11.1 | 11 | — | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 5 | 50 | 48 | 6 | 7 | 7.12 | 5.59 | 14.2 | 21.5 | 9.12 | 19.1 | 58 | — | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 6 | 65 | 42 | 6 | 7 | 9.04 | 7.16 | 14.2 | 31.2 | 11.1 | 27.5 | 80 | 1.1 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 8 | 80 | 42 | 6 | 8 | 11.0 | 8.86 | 14.7 | 47.7 | 16.1 | 40 | 10 | 1.1 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 10 | 100 | 50 | 6 | 8 | 14.5 | 11.5 | 15.5 | 81.7 | 26 | 296 | 151 | 11.4 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 12 | 125 | 55 | 7 | 9 | 17.5 | 13.9 | 16.0 | 97.7 | 45.5 | 361 | 210 | 14 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 14 | 140 | 60 | 7 | 10 | 20.4 | 15.9 | 17.5 | 12 | 62.7 | 633 | 229 | 16.1 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 16 | 160 | 65 | 7.5 | 10.5 | 24.9 | 18.8 | 18.1 | 196 | 85.3 | 925 | 408 | 17.5 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 18 | 180 | 70 | 8 | 11 | 28.0 | 22.0 | 18.2 | 217 | 110 | 1.34 | 466 | 19.7 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 20 | 200 | 75 | 8.5 | 11.5 | 32.2 | 25.1 | 18.4 | 278 | 145 | 1911 | 678 | 116 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 25 | 250 | 80 | 9 | 12.5 | 37.4 | 29.1 | 21.4 | 368 | 197 | 3980 | 891 | 120 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 30 | 300 | 85 | 9.5 | 13 | 42.5 | 33.2 | 22.1 | 458 | 248 | 698 | 111 | 120 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 35 | 350 | 90 | 10 | 14 | 48.7 | 37.9 | 23.5 | 587 | 317 | 102 | 1424 | 140 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 40 | 400 | 95 | 11 | 15 | 55.7 | 43.8 | 25.1 | 740 | 390 | 6279 | 1770 | 130 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 50 | 500 | 100 | 12 | 16 | 68.8 | 54.2 | 27.0 | 921 | 490 | 8025 | 2140 | 152 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |

Ältere C-Eisen für den

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|----|----|----|------|------|------|-----|------|-------|------|-----|-----|-----|-----|
| 10 | 100 | 60 | 8 | 8 | 17.5 | 13.6 | 18.8 | 122 | 61.2 | 287 | 302 | 240 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 11 | 110 | 65 | 8 | 8 | 22.4 | 17.7 | 19.1 | 199 | 77.1 | 417 | 417 | 12 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 12 | 120 | 70 | 8 | 8 | 27.8 | 21.9 | 19.6 | 281 | 93.6 | 580 | 580 | 14 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 13 | 130 | 75 | 10 | 12 | 32.1 | 25.1 | 21.8 | 392 | 122 | 7429 | 1100 | 12 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 14 | 140 | 80 | 10 | 12 | 37.4 | 29.1 | 22.7 | 508 | 157 | 9800 | 1400 | 14 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
| 15 | 150 | 85 | 10 | 12 | 42.5 | 33.2 | 23.5 | 627 | 190 | 12270 | 1770 | 16 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |

J ist das kleinste Trägheitsmoment von zwei C-Eisen aufeinander genietet mit einer Zwischenlage ebenso stark wie der Steg.

s ist der leichte Abstand zweier C, wofür die beiden Hauptträgheitsmomente gleich groß = $2 J$ sind.

f in cm ist die freie Länge fünffache Krackverleibheit eines C-Eisens für J , und die Kraft 1 Qcm² auf Brutto-Querschnitt gerechnet.

Netto-Querschnitte

| Abzug eines Stiles in jedem Flansch | | | | | Abzug von 2 Nieten in Steg | | | | | Profil N |
|-------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|
| d 1 | d 16 | d 20 | d 23 | d 26 | d 17 | d 17 | d 20 | d 22 | d 26 | |
| mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | |
| F_1 | F_2 | F_3 | F_4 | F_5 | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 | F_5 | |
| cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | |
| — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 2 |
| — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 4 |
| — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 5 |
| — | — | — | — | — | 8,2 | — | — | — | — | 6½ |
| 8,9 | — | — | — | — | 10,2 | 10,0 | — | — | — | 8 |
| 11,3 | 11,5 | — | — | — | 11,6 | 12,3 | 12,1 | — | — | 10 |
| 14,7 | 14,1 | — | — | — | 13,2 | 13,9 | 13,6 | 13,4 | 13,2 | 12 |
| 17,6 | 17,2 | — | — | — | 15,6 | 16,2 | 15,6 | 15,8 | 15,6 | 14 |
| 21,7 | 20,6 | 19,8 | — | — | 22,1 | 21,6 | 21,0 | 20,6 | 20,1 | 16 |
| — | 24 | 23,6 | 22,9 | — | — | 24,4 | 24,8 | 24,7 | 24,8 | 18 |
| — | 28,1 | 27,6 | 26,9 | — | — | 26,5 | 26,8 | 26,8 | 26,8 | 20 |
| — | — | 32,1 | 31,7 | 30,9 | — | — | 28,8 | 28,1 | 27,7 | 22 |
| — | — | 37,1 | 36,5 | 35,5 | — | — | 33,5 | 32,9 | 32,4 | 24 |
| — | — | 42,7 | 41,9 | 41,0 | — | — | 44,3 | 43,7 | 43,1 | 26 |
| — | — | 47,8 | 46,4 | 45,5 | — | — | 49,3 | 48,7 | 48,1 | 28 |
| — | — | 52,4 | 51,4 | 50,5 | — | — | 54,8 | 54,2 | 53,6 | 30 |

Eisenbahn-Wagenbau).

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 13,3 | 14,7 | 14,3 | — | — | 17,2 | 16,0 | 15,7 | — | 15,1 |
| 20,0 | 19,4 | 18,6 | — | — | 20,0 | 19,1 | 20,6 | 20,0 | 11½ |
| 17,7 | 17,2 | 16,6 | — | — | 17,7 | 17,2 | 16,4 | 16,1 | 14 |
| — | — | 37,6 | 36,9 | 36,2 | — | — | 38,4 | 37,8 | 37,2 |
| — | — | 37,6 | 37,0 | 36,4 | — | — | 37,6 | 37,0 | 36,4 |
| — | — | 38,8 | — | — | — | — | 38,8 | 38,2 | 37,6 |

Bei den angegebenen Zahlen ist bedacht durch die Profilhöhe nur ein Nietenschnitt gezogen.



15. Normale

Neigung der Normale
Abminderungsfaktor zwischen

Abminderungsfaktor zwischen

Die Flächeneinheit ist in cm^2 angegeben

In cm ist die freie Länge der Stäbe K angegeben

| Profil Nr. | Höhe A | freie d | Decke | | Querschnitt | Gewicht | Tragweite | | freie Länge | Wellenlänge |
|------------|--------|---------|--------|-----------|---------------|---------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| | | | Steg d | Plansch t | | | J_x | J_y | | |
| | mm | mm | mm | mm | cm^2 | kg | cm^4 | cm^4 | cm | cm |
| 1 | 40 | 42 | 2.0 | 7.5 | 7.5 | 9 | 17.7 | 1.9 | 1.4 | 1.4 |
| 2 | 50 | 46 | 4.2 | 6.5 | 8.9 | 11 | 11.7 | 6.1 | 2.2 | 2.2 |
| 3 | 60 | 56 | 4.5 | 6.5 | 10.6 | 13 | 12.2 | 17.0 | 3 | 3.1 |
| 4 | 70 | 64 | 4.8 | 7.2 | 12.7 | 16 | 10.2 | 2.8 | 4 | 4.1 |
| 5 | 80 | 68 | 5.1 | 7.7 | 14.2 | 17.1 | 21.4 | 2.7 | 5 | 5.1 |
| 6 | 90 | 72 | 5.4 | 8.1 | 16.1 | 19.6 | 27.1 | 1.2 | 6 | 6.7 |
| 7 | 100 | 76 | 5.7 | 8.6 | 18.2 | 21.4 | 3.2 | 2.2 | 8 | 8.1 |
| 8 | 110 | 80 | 6 | 9 | 20.4 | 23.5 | 4 | 7.4 | 10 | 9.7 |
| 9 | 120 | 84 | 6.3 | 9.5 | 22.8 | 26.0 | 4.7 | 9.1 | 12 | 11.7 |
| 10 | 130 | 88 | 6.6 | 9.9 | 25.2 | 28.7 | 5.5 | 11.6 | 14 | 14 |
| 11 | 140 | 92 | 6.9 | 10.4 | 27.9 | 31.9 | 6.1 | 14.4 | 16 | 16.1 |
| 12 | 150 | 96 | 7.2 | 10.8 | 30.5 | 35.0 | 6.7 | 17.5 | 18 | 18.5 |
| 13 | 160 | 100 | 7.5 | 11.1 | 33.1 | 38.2 | 7.7 | 21.7 | 20 | 21.1 |
| 14 | 170 | 104 | 7.8 | 11.7 | 35.8 | 41.5 | 8.5 | 26.8 | 22 | 23.1 |
| 15 | 180 | 108 | 8.1 | 12.2 | 38.5 | 44.8 | 9.3 | 32.5 | 24 | 25.1 |
| 16 | 190 | 112 | 8.4 | 12.6 | 41.2 | 48.1 | 10.5 | 38.5 | 26 | 27.1 |
| 17 | 200 | 116 | 8.7 | 13.1 | 44.1 | 51.5 | 11.5 | 45.0 | 28 | 29.1 |
| 18 | 210 | 120 | 9.0 | 13.6 | 47.1 | 55.0 | 12.5 | 52.4 | 30 | 31.1 |
| 19 | 220 | 124 | 9.3 | 14.1 | 50.2 | 58.5 | 13.7 | 60.2 | 32 | 33.1 |
| 20 | 230 | 128 | 9.6 | 14.7 | 53.4 | 62.0 | 14.8 | 68.7 | 34 | 35.1 |
| 21 | 240 | 132 | 9.9 | 15.2 | 56.7 | 65.5 | 16.0 | 77.5 | 36 | 37.1 |
| 22 | 250 | 136 | 10.1 | 15.7 | 60.1 | 69.0 | 17.1 | 86.7 | 38 | 39.1 |
| 23 | 260 | 140 | 10.4 | 16.2 | 63.5 | 72.5 | 18.3 | 96.2 | 40 | 41.1 |
| 24 | 270 | 144 | 10.7 | 16.7 | 67.0 | 76.0 | 19.5 | 106.0 | 42 | 43.1 |
| 25 | 280 | 148 | 11.0 | 17.2 | 70.5 | 79.5 | 20.7 | 116.0 | 44 | 45.1 |
| 26 | 290 | 152 | 11.3 | 17.7 | 74.1 | 83.0 | 21.9 | 126.0 | 46 | 47.1 |
| 27 | 300 | 156 | 11.6 | 18.2 | 77.7 | 86.5 | 23.1 | 136.0 | 48 | 49.1 |
| 28 | 310 | 160 | 11.9 | 18.7 | 81.3 | 90.0 | 24.3 | 146.0 | 50 | 51.1 |
| 29 | 320 | 164 | 12.2 | 19.2 | 85.0 | 93.5 | 25.5 | 156.0 | 52 | 53.1 |
| 30 | 330 | 168 | 12.5 | 19.7 | 88.7 | 97.0 | 26.7 | 166.0 | 54 | 55.1 |
| 31 | 340 | 172 | 12.8 | 20.2 | 92.4 | 100.5 | 27.9 | 176.0 | 56 | 57.1 |
| 32 | 350 | 176 | 13.1 | 20.7 | 96.1 | 104.0 | 29.1 | 186.0 | 58 | 59.1 |
| 33 | 360 | 180 | 13.4 | 21.2 | 100.0 | 107.5 | 30.3 | 196.0 | 60 | 61.1 |
| 34 | 370 | 184 | 13.7 | 21.7 | 103.9 | 111.0 | 31.5 | 206.0 | 62 | 63.1 |
| 35 | 380 | 188 | 14.0 | 22.2 | 107.8 | 114.5 | 32.7 | 216.0 | 64 | 65.1 |
| 36 | 390 | 192 | 14.3 | 22.7 | 111.7 | 118.0 | 33.9 | 226.0 | 66 | 67.1 |
| 37 | 400 | 196 | 14.6 | 23.2 | 115.7 | 121.5 | 35.1 | 236.0 | 68 | 69.1 |
| 38 | 410 | 200 | 14.9 | 23.7 | 119.7 | 125.0 | 36.3 | 246.0 | 70 | 71.1 |
| 39 | 420 | 204 | 15.2 | 24.2 | 123.7 | 128.5 | 37.5 | 256.0 | 72 | 73.1 |
| 40 | 430 | 208 | 15.5 | 24.7 | 127.7 | 132.0 | 38.7 | 266.0 | 74 | 75.1 |
| 41 | 440 | 212 | 15.8 | 25.2 | 131.7 | 135.5 | 39.9 | 276.0 | 76 | 77.1 |
| 42 | 450 | 216 | 16.1 | 25.7 | 135.7 | 139.0 | 41.1 | 286.0 | 78 | 79.1 |
| 43 | 460 | 220 | 16.4 | 26.2 | 139.7 | 142.5 | 42.3 | 296.0 | 80 | 81.1 |
| 44 | 470 | 224 | 16.7 | 26.7 | 143.7 | 146.0 | 43.5 | 306.0 | 82 | 83.1 |
| 45 | 480 | 228 | 17.0 | 27.2 | 147.7 | 149.5 | 44.7 | 316.0 | 84 | 85.1 |
| 46 | 490 | 232 | 17.3 | 27.7 | 151.7 | 153.0 | 45.9 | 326.0 | 86 | 87.1 |
| 47 | 500 | 236 | 17.6 | 28.2 | 155.7 | 156.5 | 47.1 | 336.0 | 88 | 89.1 |
| 48 | 510 | 240 | 17.9 | 28.7 | 159.7 | 160.0 | 48.3 | 346.0 | 90 | 91.1 |
| 49 | 520 | 244 | 18.2 | 29.2 | 163.7 | 163.5 | 49.5 | 356.0 | 92 | 93.1 |
| 50 | 530 | 248 | 18.5 | 29.7 | 167.7 | 167.0 | 50.7 | 366.0 | 94 | 95.1 |
| 51 | 540 | 252 | 18.8 | 30.2 | 171.7 | 170.5 | 51.9 | 376.0 | 96 | 97.1 |
| 52 | 550 | 256 | 19.1 | 30.7 | 175.7 | 174.0 | 53.1 | 386.0 | 98 | 99.1 |
| 53 | 560 | 260 | 19.4 | 31.2 | 179.7 | 177.5 | 54.3 | 396.0 | 100 | 101.1 |



14. Wurzelmaße für I-Eisen. Normal-Profile (Minimum).

Maße in mm

Bei Normal-Profilen Maximum) vergrößert sich a um 5 mm mit Ausnahme von N. Pr. 56, bei welchem die Zunahme nur 3 mm beträgt, das Maß b bleibt unverändert

| Nr. des
Profil | d = 13 mm | | d = 16 mm | | d = 20 mm | | d = 21 mm | | d = 26 mm | | $\sqrt[3]{I_{xx}}$
mm | I
mm ⁴ |
|-------------------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|--------------------------|----------------------|
| | a | b | a | b | a | b | a | b | a | b | | |
| 17 | 39 | 19,5 | — | — | — | — | — | — | — | — | 18 | 114 |
| 18 | 40 | 21 | — | — | — | — | — | — | — | — | 19 | 142 |
| 19 | 41 | 22,5 | — | — | — | — | — | — | — | — | 19,5 | 151 |
| 20 | 42 | 24 | — | — | — | — | — | — | — | — | 20,5 | 159 |
| 21 | 42 | 26 | 47 | 21,5 | — | — | — | — | — | — | 21 | 168 |
| 22 | 43 | 27,5 | 48 | 25 | — | — | — | — | — | — | 22 | 176 |
| 23 | 44 | 29 | 49 | 26,5 | — | — | — | — | — | — | 23 | 184 |
| 24 | 45 | 30,5 | 50 | 28 | — | — | — | — | — | — | 24 | 192 |
| 25 | 46 | 32 | 50 | 30 | — | — | — | — | — | — | 24,5 | 201 |
| 26 | 47 | 33 | 52 | 30,5 | — | — | — | — | — | — | 25,5 | 209 |
| 27 | 48 | 34 | 52 | 32 | 56 | 28,5 | — | — | — | — | 26,5 | 217 |
| 28 | 49 | 35 | 53 | 34 | 60 | 30,5 | — | — | — | — | 27,5 | 225 |
| 29 | 49 | 36,5 | 54 | 34 | 61 | 30,5 | — | — | — | — | 28 | 234 |
| 30 | 51 | 37 | 55 | 35 | 62 | 31,5 | — | — | — | — | 29 | 242 |
| 32 | 52 | 39,5 | 57 | 37 | 64 | 33,5 | — | — | — | — | 31 | 258 |
| 34 | 54 | 41,5 | 59 | 39 | 66 | 35,5 | 70 | 33,5 | — | — | 33 | 274 |
| 36 | 57 | 43 | 61 | 41 | 68 | 37,5 | 73 | 35 | — | — | 35 | 290 |
| 38 | 58 | 45,5 | 63 | 43 | 70 | 39,5 | 74 | 37,5 | — | — | 36,5 | 307 |
| 40 | 60 | 47,5 | 65 | 45 | 72 | 41,5 | 76 | 39,5 | 81 | 37 | 38,5 | 323 |
| 42 | 63 | 50 | 68 | 47,5 | 74 | 44,5 | 79 | 42 | 84 | 39,5 | 41 | 340 |
| 45 | 65 | 52,5 | 70 | 50 | 76 | 47 | 81 | 44,5 | 86 | 42 | 43 | 364 |
| 47 | 66 | 55 | 72 | 53 | 79 | 49,5 | 81 | 47 | 88 | 45 | 45,5 | 384 |
| 50 | 70 | 57,5 | 75 | 55 | 81 | 52 | 86 | 49,5 | 91 | 47 | 48 | 401 |
| 55 | 73 | 60,5 | 78 | 61 | 84 | 58 | 89 | 55,5 | 91 | 53 | 52 | 446 |

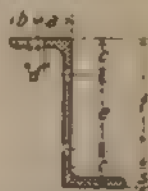
16. Normale L-Eisen.

Abmessungshalbmesser am Stege $R = t$

an den Flanschen

 $r = 0,5 \cdot t$ (auf bis r mm abgerundet)

| Profil Nr. | Höhe h | | Breite b | | Steg d | | Flansch t | | Gewicht | | Tragheitsmomente | | J_x | | J_y | | i_x |
|------------|--------|-----|----------|-----|--------|------|-----------|-------|---------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|
| | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | kg | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm |
| 3 | 30 | 30 | 1 | 4,5 | 4,32 | 3,30 | 1,94 | 14,7 | 8,28 | 18,1 | 1,54 | 6,6 | | | | | 1,1 |
| 4 | 40 | 40 | 1,4 | 5 | 5,13 | 4,05 | 2,4 | 17,6 | 11,4 | 20,5 | 1,9 | 8,1 | | | | | 1,2 |
| 5 | 50 | 50 | 1,5 | 5,5 | 5,77 | 4,55 | 2,7 | 24,4 | 13,7 | 24,4 | 2,4 | 10,3 | | | | | 1,3 |
| 6 | 60 | 60 | 1,6 | 6 | 6,61 | 5,14 | 3,0 | 30,8 | 16,7 | 30,8 | 2,7 | 12,7 | | | | | 1,4 |
| 7 | 80 | 80 | 1,8 | 7 | 8,11 | 6,21 | 3,4 | 43,7 | 22,7 | 43,7 | 3,4 | 18,1 | | | | | 1,6 |
| 10 | 100 | 100 | 2,0 | 8 | 10,0 | 7,46 | 4,0 | 67,0 | 33,0 | 67,0 | 4,0 | 27,0 | | | | | 1,8 |
| 11 | 120 | 120 | 2,2 | 9 | 12,0 | 8,8 | 4,5 | 90,0 | 39,0 | 90,0 | 4,5 | 36,0 | | | | | 2,0 |
| 12 | 140 | 140 | 2,4 | 10 | 14,0 | 10,4 | 5,0 | 114,0 | 46,0 | 114,0 | 5,0 | 46,0 | | | | | 2,2 |
| 14 | 160 | 160 | 2,6 | 11 | 16,0 | 12,0 | 5,5 | 139,0 | 53,0 | 139,0 | 5,5 | 53,0 | | | | | 2,4 |
| 16 | 180 | 180 | 2,8 | 12 | 18,0 | 13,6 | 6,0 | 165,0 | 60,0 | 165,0 | 6,0 | 60,0 | | | | | 2,6 |
| 18 | 200 | 200 | 3,0 | 13 | 20,0 | 15,2 | 6,5 | 192,0 | 67,0 | 192,0 | 6,5 | 67,0 | | | | | 2,8 |



17. Wurzelmaße für L-Eisen.

| Profil Nr. | Höhe h | | Breite b | | Steg d | | Flansch t | | Netztabelle für den Flansch | | | | | | Netztabelle für den Steg | | | | | | i_x | i_y |
|------------|--------|-----|----------|-----|--------|------|-----------|-------|-----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|-------|
| | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | d = 10
mm | d = 20
mm | d = 30
mm | d = 40
mm | d = 50
mm | d = 60
mm | d = 14
mm | d = 20
mm | d = 30
mm | d = 40
mm | d = 50
mm | d = 60
mm | cm | cm |
| 3 | 30 | 30 | 1 | 4,5 | 4,32 | 3,30 | 1,94 | 14,7 | 20 | 21 | — | — | — | — | 27 | 26 | 30 | 27 | — | — | 1,1 | 1,1 |
| 4 | 40 | 40 | 1,4 | 5 | 5,13 | 4,05 | 2,4 | 17,6 | 28 | 29 | — | — | — | — | 39 | 42 | 32 | 38 | — | — | 1,2 | 1,2 |
| 5 | 50 | 50 | 1,5 | 5,5 | 5,77 | 4,55 | 2,7 | 24,4 | 31 | 32 | 34 | — | — | — | 31 | 34 | 34 | 32 | — | — | 1,3 | 1,3 |
| 6 | 60 | 60 | 1,6 | 6 | 6,61 | 5,14 | 3,0 | 30,8 | 31 | 31 | 34 | 31 | — | — | 33 | 34 | 34 | 32 | 39 | 32 | 1,4 | 1,4 |
| 7 | 80 | 80 | 1,8 | 7 | 8,11 | 6,21 | 3,4 | 43,7 | 36 | 36 | 38 | 36 | 32 | — | 36 | 36 | 34 | 34 | 34 | 34 | 1,6 | 1,6 |
| 10 | 100 | 100 | 2,0 | 8 | 10,0 | 7,46 | 4,0 | 67,0 | — | — | — | — | — | — | 36 | 36 | 34 | 34 | 34 | 34 | 1,8 | 1,8 |
| 11 | 120 | 120 | 2,2 | 9 | 12,0 | 8,8 | 4,5 | 90,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | 34 | 34 | 34 | 34 | 2,0 | 2,0 |
| 12 | 140 | 140 | 2,4 | 10 | 14,0 | 10,4 | 5,0 | 114,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | 34 | 34 | 34 | 34 | 2,2 | 2,2 |
| 14 | 160 | 160 | 2,6 | 11 | 16,0 | 12,0 | 5,5 | 139,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | 34 | 34 | 34 | 34 | 2,4 | 2,4 |
| 16 | 180 | 180 | 2,8 | 12 | 18,0 | 13,6 | 6,0 | 165,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | 34 | 34 | 34 | 34 | 2,6 | 2,6 |
| 18 | 200 | 200 | 3,0 | 13 | 20,0 | 15,2 | 6,5 | 192,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | 34 | 34 | 34 | 34 | 2,8 | 2,8 |

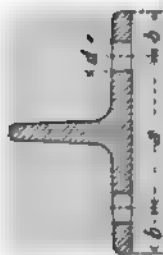
I-Eisen.

Flanschböden = 11°.

Steg und Flansch $K = d$ inneren Flanschkannten $r = 0.6 d$ der Käse gemessen u zw bei $l \approx 1.5 d$ einem I für J_x und die Kraft 1 cm² auf Brutto-Querschnitt gerechnet

| Netto-Querschnitt bei Abzug von
4 Nieten in den Flanschen | | | | | Netto-Widerstandsmomente
bei Abzug je eines Nieten im
oberen und unteren Flansch | | | | | Prod.-Nr. |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------|
| $d = 13$ | $d = 16$ | $d = 20$ | $d = 25$ | $d = 30$ | $d = 13$ | $d = 16$ | $d = 20$ | $d = 25$ | $d = 30$ | |
| mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | |
| F_1 | F_1 | F_1 | F_1 | F_1 | W_{x1} | W_{x2} | W_{x3} | W_{x4} | W_{x5} | |
| cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ² | cm ³ | cm ³ | cm ³ | cm ³ | cm ³ | |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 8 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 9 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 10 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 11 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 12 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 13 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 14 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 15 |
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 16 |
| 20.1 | - | - | - | - | 114 | - | - | - | - | 17 |
| 22.5 | - | - | - | - | 139 | - | - | - | - | 18 |
| 24.9 | - | - | - | - | 161 | - | - | - | - | 19 |
| 27.3 | - | - | - | - | 188 | - | - | - | - | 20 |
| 29.2 | 28.8 | - | - | - | 215 | 209 | - | - | - | 21 |
| 32.2 | 31.7 | - | - | - | 247 | 239 | - | - | - | 22 |
| 36.1 | 34.5 | - | - | - | 280 | 272 | - | - | - | 23 |
| 39.1 | 37.7 | - | - | - | 317 | 308 | - | - | - | 24 |
| 42.6 | 41.0 | - | - | - | 357 | 348 | - | - | - | 25 |
| 46.0 | 44.3 | - | - | - | 399 | 390 | - | - | - | 26 |
| 49.5 | 47.7 | 46.3 | - | - | 444 | 420 | - | - | - | 27 |
| - | 51.1 | 49.8 | - | - | 489 | 465 | - | - | - | 28 |
| - | 54.5 | 52.2 | - | - | 539 | 513 | - | - | - | 29 |
| - | 58.0 | 56.0 | - | - | 589 | 563 | - | - | - | 30 |
| - | 61.6 | 60.9 | - | - | 639 | 612 | - | - | - | 31 |
| - | 74.0 | 72.1 | 69.9 | - | 843 | 817 | 791 | - | - | 34 |
| - | - | 81.4 | 79.1 | - | 987 | 962 | 941 | - | - | 36 |
| - | - | 90.6 | 88.1 | - | - | - | 1123 | 1102 | - | 38 |
| - | - | 101 | 98.1 | 95.5 | - | - | 1304 | 1281 | 1258 | 40 |
| - | - | 114 | 111 | 108 | - | - | 1504 | 1478 | 1452 | 42 |
| - | - | 128 | 125 | 122 | - | - | 1811 | 1781 | 1756 | 45 |
| - | - | 147 | 139 | 136 | - | - | 2137 | 2102 | 2072 | 47 |
| - | - | 167 | 161 | 154 | - | - | 2488 | 2441 | 2407 | 49 |
| - | - | 188 | 184 | 181 | - | - | 2867 | 2816 | 2777 | 51 |

19. Wurzelmaße für T-Eisen.



| Profil-
Nr. | Breite b | Höhe h | Dicke δ | $d = 15 \text{ mm}$ | | $d = 16 \text{ mm}$ | | $d = 20 \text{ mm}$ | | $d = 25 \text{ mm}$ | | $d = 26 \text{ mm}$ | |
|---|------------|----------|----------------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|----|
| | | | | a
mm | b
mm | a
mm | b
mm | a
mm | b
mm | a
mm | b
mm | | |
| Brettförmige T-Eisen. | | | | | | | | | | | | | |
| 8/4
9/4 1/2
10/5
12/6
14/7
16/8
18/9
20/11 | 80 | 40 | 7 | 42 | 19 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 80 | 45 | 8 | 46 | 22 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 100 | 50 | 8,5 | 48 | 25 | 52 | 24 | — | — | — | — | — | — |
| | 120 | 60 | 10 | 52 | 31 | 56 | 32 | 64 | 28 | — | — | — | — |
| | 140 | 70 | 11,5 | 56 | 42 | 62 | 39 | 72 | 36 | 72 | 34 | — | — |
| | 160 | 80 | 13 | — | — | 66 | 47 | 78 | 44 | 82 | 41 | — | — |
| | 180 | 90 | 14,5 | — | — | 70 | 53 | 84 | 51 | 88 | 49 | 89 | 47 |
| | 200 | 100 | 16 | — | — | 76 | 62 | 90 | 60 | 96 | 57 | 98 | 54 |
| Hochsteilige T-Eisen | | | | | | | | | | | | | |
| 8/8
9/9
10/10
12/12
14/14 | 80 | 80 | 9 | 48 | 16 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 80 | 90 | 10 | 52 | 19 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 100 | 100 | 11 | 56 | 23 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 120 | 120 | 12 | 62 | 29 | 66 | 27 | — | — | — | — | — | — |
| | 140 | 140 | 13 | 68 | 36 | 72 | 31 | — | — | — | — | — | — |



18. Normale T-Eisen.

Abmessungen

do an den Winkellecken $R = d$ do am Fuße $r = 0,5d$ do am Stege $r = 0,25d$ / rund

auf halbe mit abgerundet

Neigungen bei Breitflügelgen 1:1 von
Stege $\alpha = 4^\circ$ 1 bis je 2% Neigungen bei hochstegegen 1:1 von
Stege zum Fuße $\alpha = 2\%$ Die Dicken d sind in den Abständen $\frac{1}{2}b$ bzw. $\frac{1}{4}b$ von den Außenkanten gemessen.

| Profil
Nr | Breite
b | Höhe
h | Dicke
d | Querschnitt
A | Gewicht
G in kg | Abstand d. Fl. zur y-Achse
e in mm | Trägheitsmomente
J_x, J_y | Widerstandsmomente
W_x, W_y |
|--------------|---------------|-------------|--------------|--------------------|----------------------|---|--------------------------------|----------------------------------|
| | mm | mm | mm | cm ² | kg | mm | cm ⁴ | cm ³ |

Breitflügel T-Eisen $b/h = 2/1$

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|------|-----|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 60 | 30 | 5,5 | 114 | 3,4 | 6,7 | 258 | 8,62 | 111 | 2,57 |
| 2 | 70 | 35 | 6 | 131 | 4,05 | 7,7 | 349 | 15,1 | 1,63 | 4,32 |
| 3 | 80 | 40 | 7 | 171 | 5,21 | 8,8 | 781 | 28,5 | 2,50 | 7,13 |
| 4 | 90 | 45 | 8 | 192 | 5,9 | 10,0 | 127 | 36,1 | 3,04 | 10,2 |
| 5 | 100 | 50 | 8,5 | 226 | 6,42 | 10,9 | 18,7 | 67,7 | 4,78 | 13,5 |
| 6 | 120 | 60 | 10 | 270 | 7,9 | 13,0 | 38,0 | 137 | 8,09 | 22,8 |
| 7 | 140 | 70 | 11,5 | 328 | 9,7 | 15,1 | 68,1 | 268 | 12,6 | 36,9 |
| 8 | 160 | 80 | 13 | 397 | 11,7 | 17,2 | 117 | 432 | 18,6 | 52,8 |
| 9 | 180 | 90 | 14,5 | 470 | 14,0 | 19,3 | 185 | 676 | 26,1 | 74,4 |
| 10 | 200 | 100 | 16 | 554 | 16,6 | 21,4 | 277 | 1000 | 37,8 | 100 |

Hochstege T-Eisen $b/h = 1/1$

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 20 | 20 | 2 | 1,12 | 0,88 | 1,8 | 0,38 | 0,29 | 0,27 | 0,20 |
| 2 | 25 | 25 | 2,5 | 1,61 | 1,29 | 7,8 | 0,87 | 0,43 | 0,19 | 0,31 |
| 3 | 30 | 30 | 3 | 2,26 | 1,73 | 8,5 | 1,72 | 0,87 | 0,80 | 0,58 |
| 4 | 35 | 35 | 3,5 | 2,97 | 2,33 | 9,9 | 3,10 | 1,37 | 1,23 | 0,90 |
| 5 | 40 | 40 | 4 | 3,77 | 2,96 | 11,2 | 5,28 | 2,68 | 1,84 | 1,49 |
| 6 | 45 | 45 | 4,5 | 4,67 | 3,67 | 12,4 | 8,13 | 4,01 | 2,30 | 1,78 |
| 7 | 50 | 50 | 5 | 5,66 | 4,45 | 13,9 | 12,1 | 6,08 | 3,0 | 2,42 |
| 8 | 60 | 60 | 6 | 7,9 | 6,2 | 16,6 | 23,8 | 10,1 | 5,48 | 4,06 |
| 9 | 70 | 70 | 7 | 10,6 | 8,1 | 19,4 | 44,6 | 22,1 | 8,79 | 6,32 |
| 10 | 80 | 80 | 8 | 13,6 | 10,7 | 22,2 | 78,7 | 37,0 | 12,8 | 9,25 |
| 11 | 90 | 90 | 10 | 17,1 | 13,4 | 24,8 | 110 | 58,5 | 18,2 | 13,1 |
| 12 | 100 | 100 | 11 | 21,9 | 18,4 | 27,4 | 179 | 88,5 | 24,5 | 17,7 |
| 13 | 120 | 120 | 12 | 29,1 | 23,2 | 32,8 | 300 | 138 | 42,0 | 29,7 |
| 14 | 140 | 140 | 15 | 39 | 31,5 | 38,0 | 660 | 330 | 64,7 | 47,2 |

20 Handleisten-Eisen.

Obere Abdringung mit dem Hakenmesser $R = B$ 

| Profil Nr. | Abmessungen in mm | | | | | | | | | | Querschnitt
cm ² | Gewicht
für 1 m
kg | Ab-
stand
des
schwer-
punktes
z | Tragheits-
momente | | Widerstands-
momente | |
|------------|-------------------|----|----|----|----|----------------|----------------|---|----------------|----------------|--------------------------------|--------------------------|--|-----------------------|-----------------|-------------------------|-----------------|
| | B | H | b | R | d | r ₁ | r ₂ | e | b ₁ | b ₂ | | | | J _x | J _y | W _x | W _y |
| | | | | | | | | | | | | | | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ³ | cm ³ |
| 4 | 40 | 18 | 20 | 10 | 8 | 4 | 4 | 2 | 18 | 30 | 4,20 | 3,30 | 1,03 | 0,82 | 6,07 | 0,80 | 0,03 |
| 6 | 60 | 27 | 30 | 15 | 12 | 6 | 6 | 3 | 27 | 45 | 9,46 | 7,43 | 1,54 | 4,11 | 30,7 | 2,69 | 10,2 |
| 8 | 80 | 36 | 40 | 20 | 16 | 12 | 8 | 4 | 36 | 60 | 16,8 | 13,2 | 2,05 | 13,1 | 97,1 | 6,38 | 24,3 |
| 10 | 100 | 45 | 50 | 25 | 20 | 15 | 10 | 5 | 45 | 75 | 26,8 | 20,7 | 2,67 | 32,0 | 237,0 | 12,5 | 47,4 |
| 12 | 120 | 54 | 60 | 30 | 24 | 18 | 12 | 6 | 54 | 90 | 37,8 | 29,7 | 3,08 | 46,1 | 491,5 | 21,5 | 81,9 |



21. Quadranteisen.

Abrundungshöhe r

$$r = \frac{1}{2} R$$

$$r_2 = \frac{1}{2} R$$

 t = freie Länge von der
facher Seite her

J. M. = 1 mm

Brutto-Querschnitt
gerechnet

| Profil Nr. | Abmessungen in mm | | | | Querschnitt
des vollen
Rohres | Gewicht des
vollen Rohres
in kg | Tragmoment
des Rohres
in kg/cm ² | Widerstand
in mm ² des
vollen Rohres | |
|-------------------|-------------------|----|----|----|-------------------------------------|---------------------------------------|---|---|-----------------|
| | R | b | d | t | cm ² | kg | cm ⁴ | cm ² | cm ² |
| 6 | 50 | 35 | 4 | 6 | 29,8 | 23,4 | 172 | 97,3 | 26,2 |
| 5 | 50 | 35 | 4 | 8 | 48,0 | 38,7 | 308 | 145 | 102 |
| 7 ^{1/2} | 75 | 40 | 4 | 8 | 64,9 | 51,2 | 365 | 217 | 177 |
| 7 ^{1/2} | 75 | 40 | 10 | 10 | 80,2 | 63,5 | 572 | 311 | 245 |
| 10 | 100 | 45 | 8 | 10 | 88,1 | 69,2 | 651 | 330 | 270 |
| 10 | 100 | 45 | 12 | 12 | 128 | 101,6 | 1175 | 665 | 436 |
| 12 ^{1/2} | 125 | 50 | 10 | 12 | 129 | 102 | 1511 | 917 | 536 |
| 12 ^{1/2} | 125 | 50 | 14 | 14 | 169 | 133 | 1988 | 1165 | 697 |
| 15 | 150 | 55 | 12 | 14 | 179 | 141 | 2567 | 1515 | 845 |
| 15 | 150 | 55 | 15 | 17 | 219 | 173 | 3778 | 2031 | 1050 |



22. Wurzelmasse für Quadranteisen.

| Profil Nr. | Abmessungen in mm | | | | t = 13 mm | | d = 10 mm | |
|-------------------|-------------------|----|----|----|-----------|------|-----------|----|
| | R | b | d | t | mm | mm | mm | mm |
| 6 | 50 | 35 | 4 | 6 | 13 | 10 | — | — |
| 5 | 50 | 35 | 4 | 8 | 25 | 20 | — | — |
| 7 ^{1/2} | 75 | 40 | 4 | 8 | 25,5 | 22 | — | — |
| 7 ^{1/2} | 75 | 40 | 10 | 10 | 28 | 22 | — | — |
| 10 | 100 | 45 | 8 | 10 | 28 | 25 | 30,5 | 22 |
| 10 | 100 | 45 | 12 | 12 | 32 | 28 | 34 | 25 |
| 12 ^{1/2} | 125 | 50 | 10 | 12 | 32,5 | 27,5 | 37 | 27 |
| 12 ^{1/2} | 125 | 50 | 14 | 14 | 36 | 28 | 40,5 | 28 |
| 15 | 150 | 55 | 12 | 14 | 37,5 | 30 | 40 | 27 |
| 15 | 150 | 55 | 15 | 17 | 42 | 32 | 45,5 | 27 |

23. Belag-Eisen (Zorés-Eisen).

Abrundungshalbmesser bei $l = l$.

- 2 - 6;
- 3 - 8 - 0,5 mm;
- 4 - 0,6 s + 1,3 mm



| Eisen-Nr. | Höhe h
mm | untere b
mm | obere a
mm | am Rulse
mm | Steg s
mm | Dicke
mm | Fuß und Kopf t
mm | Querschnitt
cm ² | Gewicht
1 m
kg | Trägheits-
moment
J _y cm ⁴ | J _z cm ⁴ | Widerstands-
moment W _y
cm ³ | Nichtabstand e in mm | |
|-----------|--------------|----------------|---------------|----------------|--------------|-------------|----------------------|--------------------------------|----------------------|--|--------------------------------|--|----------------------|----------|
| | | | | | | | | | | | | | d = 6 mm | d = 8 mm |
| 5 | 50 | 120 | 33 | 21 | 3 | | 5 | 6,71 | 6,27 | 86,4 | 23,2 | 9,27 | 9 | - |
| 6 | 60 | 140 | 38 | 24 | 3,5 | | 6 | 9,34 | 7,33 | 164 | 47,2 | 15,8 | 10,5 | - |
| 7 1/2 | 75 | 170 | 45,5 | 28,5 | 4 | | 7 | 13,2 | 10,4 | 347 | 105 | 27,9 | 13,5 | 12 |
| 9 | 90 | 200 | 53 | 33 | 4,5 | | 8 | 17,9 | 14,1 | 651 | 200 | 46,8 | 16,5 | 14 |
| 11 | 110 | 240 | 63 | 39 | 5 | | 9 | 24,1 | 18,9 | 1272 | 421 | 76,5 | 20 | 18,5 |

25. Breitflanschige I-Eisen (strey Träger)

Der Deutsch-Österreichische Ingenieur- und
Händler-Vereinigung. Österreichische
Eisenindustrie.

Neigung des unteren Flanschflaches 2°

Abstandshalbmesser zwischen Steg und
Flansch $R = 11$



| Profil Nr. | Höhe h
cm | Breite b
cm | Flansch | | | Gewicht pro
Lm. | Torsions-
modul | Wider-
standsmom. | | Längs-
moment |
|------------|--------------|----------------|---------|-------|-------|--------------------|--------------------|----------------------|-----------------|------------------|
| | | | t_1 | t_2 | t_3 | | | J_y | J_z | |
| | | | mm | mm | mm | kg | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ | cm ⁴ |
| 18 A | 180 | 18 | 8 | 10 | 10.72 | 11.9 | 1710 | 107 | 11 | 18.2 |
| 20 A | 200 | 20 | 8 | 10 | 10.12 | 13.4 | 171 | 110 | 17 | 20.2 |
| 22 A | 220 | 22 | 7 | 10 | 10 | 15.6 | 2210 | 132 | 11 | 22.2 |
| 24 A | 240 | 24 | 10 | 10.5 | 10.5 | 17 | 3040 | 160 | 11 | 24.2 |
| 26 A | 260 | 26 | 10 | 10.5 | 10.5 | 21.7 | 3550 | 170 | 11 | 26.2 |
| 28 A | 280 | 28 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 24.8 | 4200 | 180 | 11 | 28.2 |
| 30 A | 300 | 30 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 28.2 | 4900 | 190 | 11 | 30.2 |
| 32 A | 320 | 32 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 31.7 | 5600 | 200 | 11 | 32.2 |
| 34 A | 340 | 34 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 35.2 | 6300 | 210 | 11 | 34.2 |
| 36 A | 360 | 36 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 38.7 | 7000 | 220 | 11 | 36.2 |
| 38 A | 380 | 38 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 42.2 | 7700 | 230 | 11 | 38.2 |
| 40 A | 400 | 40 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 45.7 | 8400 | 240 | 11 | 40.2 |
| 42 A | 420 | 42 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 49.2 | 9100 | 250 | 11 | 42.2 |
| 44 A | 440 | 44 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 52.7 | 9800 | 260 | 11 | 44.2 |
| 46 A | 460 | 46 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 56.2 | 10500 | 270 | 11 | 46.2 |
| 48 A | 480 | 48 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 59.7 | 11200 | 280 | 11 | 48.2 |
| 50 A | 500 | 50 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 63.2 | 11900 | 290 | 11 | 50.2 |
| 52 A | 520 | 52 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 66.7 | 12600 | 300 | 11 | 52.2 |
| 54 A | 540 | 54 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 70.2 | 13300 | 310 | 11 | 54.2 |
| 56 A | 560 | 56 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 73.7 | 14000 | 320 | 11 | 56.2 |
| 58 A | 580 | 58 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 77.2 | 14700 | 330 | 11 | 58.2 |
| 60 A | 600 | 60 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 80.7 | 15400 | 340 | 11 | 60.2 |
| 62 A | 620 | 62 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 84.2 | 16100 | 350 | 11 | 62.2 |
| 64 A | 640 | 64 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 87.7 | 16800 | 360 | 11 | 64.2 |
| 66 A | 660 | 66 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 91.2 | 17500 | 370 | 11 | 66.2 |
| 68 A | 680 | 68 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 94.7 | 18200 | 380 | 11 | 68.2 |
| 70 A | 700 | 70 | 11.5 | 11.5 | 11.5 | 98.2 | 18900 | 390 | 11 | 70.2 |

24 Ungleichschenkl. Winkelleisen zu Schiffsbauszwecken. 629

| Profil
Nr. | Abmessungen
in mm | | | | querschnitt
cm ² | Gewicht
kg | Abstand d
Schwer-
punkte | | Tragheitsmomente | | | | I _{yy} |
|-----------------------------------|----------------------|-----|----|------|--------------------------------|---------------|--------------------------------|------|------------------|----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|
| | b | a | d | K | | | z | e | J _z | J _y | J _x
max | J _y
min | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| 7 ¹ / ₂ 15 | 75 | 150 | 9 | 10,5 | 19,5 | 15,3 | 15,3 | 32,8 | 436,1 | 79,9 | 465 | 51,2 | 0,270 |
| | | | 11 | | 21,1 | 18,5 | 16,5 | 59,8 | 516,7 | 94,8 | 578 | 62,5 | 0,277 |
| 7 ¹ / ₂ 17 | 75 | 170 | 9 | 11,5 | 21,1 | 17,8 | 14,8 | 62,1 | 632,4 | 82,1 | 660 | 64 | 0,317 |
| | | | 11 | | 23,9 | 20,1 | 15,8 | 62,7 | 767,9 | 132,0 | 803 | 65,9 | 0,299 |
| 8 12 | 80 | 120 | 9 | 11 | 17,3 | 13,6 | 12,1 | 35,8 | 251,0 | 80,4 | 289 | 32,1 | 0,137 |
| 8 15 | 80 | 150 | 9 | 11 | 21,0 | 16,5 | 16,5 | 55,8 | 354 | 91,5 | 388 | 43,1 | 0,202 |
| 8 19 | 80 | 190 | 9 | 12 | 23,4 | 17,9 | 12,9 | 29,1 | 414,6 | 119,0 | 219 | 55,0 | 0,197 |
| | | | 12 | | 21,1 | 16,9 | 2,4 | 30,3 | 199,8 | 162 | 340 | 72,1 | 0,173 |
| 9 11 | 90 | 110 | 9 | 12 | 17,5 | 13,6 | 23,2 | 35,1 | 204,3 | 122,1 | 265 | 61,7 | 0,154 |
| | | | 12 | | 22,7 | 17,8 | 24,4 | 34,2 | 272,8 | 159,4 | 199 | 80,2 | 0,149 |
| 9 12 | 90 | 120 | 9 | 12 | 18,2 | 14,4 | 22,2 | 37,0 | 261,3 | 125,8 | 116 | 68,8 | 0,154 |
| | | | 12 | | 23,9 | 18,8 | 23,4 | 38,3 | 334,6 | 161,6 | 100 | 87,2 | 0,200 |
| 9 13 | 90 | 130 | 9 | 12 | 19,1 | 15,0 | 23,1 | 41,1 | 32,7 | 128,5 | 181 | 77,2 | 0,167 |
| | | | 12 | | 26,1 | 19,7 | 22,6 | 42,4 | 419,7 | 164,8 | 191 | 92,5 | 0,165 |
| 9 14 | 90 | 140 | 9 | 12 | 20,0 | 15,7 | 20,6 | 44,5 | 399,1 | 131,1 | 154 | 76,2 | 0,169 |
| | | | 12 | | 26,7 | 20,6 | 21,9 | 46,6 | 517,1 | 167,1 | 139 | 98,5 | 0,166 |
| | | | 9 | | 20,4 | 16,4 | 19,9 | 43,4 | 482,9 | 132,7 | 185 | 86,8 | 0,169 |
| 9 15 | 90 | 150 | 11 | 12,6 | 23,3 | 17,9 | 23,7 | 50,3 | 579,1 | 178 | 143 | 97,6 | 0,158 |
| | | | 11 | | 27,7 | 21,6 | 21,6 | 51,2 | 671,1 | 182,2 | 743 | 110,3 | 0,157 |
| 9 16 | 90 | 160 | 9 | | 21,8 | 17,1 | 19,3 | 53,7 | 678,0 | 111,1 | 120 | 81,1 | 0,222 |
| | | | 11 | 12,5 | 26,4 | 20,7 | 20,1 | 54,7 | 693,1 | 160,8 | 764 | 99,3 | 0,20 |
| | | | 11 | | 21,1 | 21 | 20,9 | 55,5 | 804,1 | 184,6 | 874 | 115,0 | 0,219 |
| | | | 9 | | 23,7 | 17,8 | 18,7 | 58,1 | 687,2 | 159,7 | 741 | 85,9 | 0,291 |
| 9 17 | 90 | 170 | 11 | 12,6 | 27,6 | 21,6 | 19,3 | 59,0 | 819,6 | 165,1 | 880 | 116 | 0,288 |
| | | | 11 | | 32,5 | 25,4 | 20,8 | 60,9 | 952,1 | 187,9 | 1021 | 143,9 | 0,306 |
| 9 20 | 90 | 200 | 9 | | 25,4 | 19,9 | 17,2 | 71,1 | 1068,9 | 141,1 | 1119 | 91,1 | 0,227 |
| | | | 11 | 12,6 | 30,8 | 24,2 | 18,0 | 72,4 | 1285,8 | 169,2 | 1442 | 115 | 0,220 |
| | | | 14 | | 36,2 | 28,4 | 18,8 | 73 | 1494,9 | 195,1 | 1661 | 129 | 0,219 |
| | | | 9 | | 27,5 | 20,7 | 16,5 | 82,8 | 119,4 | 145 | 162 | 96,8 | 0,186 |
| 9 22 1/2 | 90 | 225 | 11 | 12,6 | 37,8 | 26,4 | 17,0 | 86,8 | 1677,1 | 172,9 | 183 | 138 | 0,181 |
| | | | 11 | | 49,1 | 30,9 | 17,8 | 84,7 | 2466,8 | 200,2 | 914 | 136 | 0,181 |
| 9 25 | 90 | 250 | 9 | | 29,9 | 23,8 | 15,3 | 94,4 | 1900,0 | 148,6 | 2011 | 107 | 0,156 |
| | | | 11 | 12,5 | 36,1 | 28,5 | 16,1 | 95,1 | 2271,1 | 177,1 | 124 | 125 | 0,154 |
| | | | 11 | | 32,7 | 26,8 | 17,0 | 96,5 | 2759,4 | 207 | 1624 | 132 | 0,154 |
| 10 12 | 100 | 120 | 9 | | 19,1 | 15,0 | 23,7 | 55,5 | 270,8 | 17 | 144 | 87,1 | 0,181 |
| | | | 12 | | 25,1 | 19,7 | 22,8 | 56,7 | 342 | 218 | 192 | 109 | 0,174 |
| 10 13 | 100 | 130 | 10 | 11 | 22,1 | 17,3 | 25,0 | 59,7 | 367,9 | 187,9 | 450 | 98,4 | 0,177 |
| | | | 11 | | 28 | 22,2 | 26,2 | 61,0 | 462 | 250,7 | 574 | 127 | 0,174 |
| 10 14 | 100 | 140 | 10 | | 24,1 | 18,1 | 24,1 | 64,8 | 447,7 | 192 | 508 | 109 | 0,169 |
| | | | 11 | | 29,6 | 20,2 | 25,3 | 66,1 | 571,1 | 242,0 | 678 | 135 | 0,165 |
| 10 15 | 100 | 150 | 10 | 14 | 31,4 | 18,9 | 28,3 | 67,9 | 566,8 | 196,2 | 681 | 112 | 0,17 |
| | | | 11 | | 36,9 | 21,3 | 24,5 | 69,2 | 692,0 | 247,0 | 798 | 141 | 0,175 |
| 10 16 | 100 | 160 | 10 | | 27,1 | 19,7 | 27,6 | 72,2 | 656,2 | 198,8 | 718 | 117 | 0,170 |
| | | | 11 | | 32,2 | 21,8 | 28,8 | 73,5 | 836,1 | 258 | 947 | 140 | 0,162 |
| 10 20 | 100 | 200 | 10 | | 31,2 | 22,9 | 20,1 | 69 | 129,2 | 210 | 127 | 121 | 0,26 |
| | | | 12 | | 41,8 | 27,1 | 21,0 | 70 | 144 | 266 | 150 | 140 | 0,261 |
| | | | 11 | | 27,7 | 21,7 | 28,6 | 84,6 | 147 | 266 | 148 | 174 | 0,171 |
| 11 ¹ / ₂ 17 | 115 | 170 | 12 | 14,5 | 32,1 | 24,8 | 27,1 | 74,1 | 1647 | 266 | 1117 | 207 | 0,148 |
| | | | 14 | | 38,1 | 29,9 | 28,1 | 75,1 | 1906,8 | 410,2 | 1280 | 277 | 0,147 |

25. Breitflanschige I-Eisen (Irry Trager)

der deutsch-luxemburgischen Messwerke- und
Hütten-Abteilung von Abt. 10.11.1908
Luxemburg

Neigung der äußeren Flanschflächen 90°

Abmähungshalbmesser zwischen Steg und
Flansch $R = 1$



| Profil Nr. | Flansch | | Steg | | Gesamthöhe | | Tragweite | | Mittelwert | | Profil |
|------------|---------|------|------|------|------------|-------|-----------|------|------------|------|--------|
| | b | | t | | h | | L | | M | | |
| | mm | cm | mm | cm | mm | cm | mm | cm | mm | cm | |
| 18 B | 180 | 18 | 8 | 0.8 | 18.7 | 1.87 | 17 | 1.7 | 17 | 1.7 | 18 B |
| 20 B | 200 | 20 | 8 | 0.8 | 18.12 | 1.812 | 17.4 | 1.74 | 17.4 | 1.74 | 20 B |
| 22 B | 220 | 22 | 8 | 0.8 | 19.5 | 1.95 | 18.6 | 1.86 | 18.6 | 1.86 | 22 B |
| 24 B | 240 | 24 | 10 | 1.0 | 20.5 | 2.05 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 24 B |
| 26 B | 260 | 26 | 10 | 1.0 | 21.7 | 2.17 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 26 B |
| 28 B | 280 | 28 | 11 | 1.1 | 22.9 | 2.29 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 28 B |
| 30 B | 300 | 30 | 11 | 1.1 | 23.6 | 2.36 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 30 B |
| 32 B | 320 | 32 | 12 | 1.2 | 24.4 | 2.44 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 32 B |
| 36 B | 360 | 36 | 12 | 1.2 | 27.2 | 2.72 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 36 B |
| 40 B | 400 | 40 | 14 | 1.4 | 28.2 | 2.82 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 40 B |
| 45 B | 450 | 45 | 14 | 1.4 | 29.2 | 2.92 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 45 B |
| 50 B | 500 | 50 | 16 | 1.6 | 30.2 | 3.02 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 50 B |
| 55 B | 550 | 55 | 16 | 1.6 | 31.0 | 3.10 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 55 B |
| 60 B | 600 | 60 | 18 | 1.8 | 31.7 | 3.17 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 60 B |
| 65 B | 650 | 65 | 18 | 1.8 | 32.5 | 3.25 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 65 B |
| 70 B | 700 | 70 | 20 | 2.0 | 33.5 | 3.35 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 70 B |
| 75 B | 750 | 75 | 20 | 2.0 | 34.0 | 3.40 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 75 B |
| 80 B | 800 | 80 | 22 | 2.2 | 34.0 | 3.40 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 80 B |
| 85 B | 850 | 85 | 22 | 2.2 | 34.7 | 3.47 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 85 B |
| 90 B | 900 | 90 | 24 | 2.4 | 35.2 | 3.52 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 90 B |
| 95 B | 950 | 95 | 24 | 2.4 | 36.0 | 3.60 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 95 B |
| 100 B | 1000 | 100 | 26 | 2.6 | 36.7 | 3.67 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 100 B |
| 110 B | 1100 | 110 | 28 | 2.8 | 37.2 | 3.72 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 110 B |
| 120 B | 1200 | 120 | 30 | 3.0 | 38.2 | 3.82 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 120 B |
| 130 B | 1300 | 130 | 32 | 3.2 | 39.0 | 3.90 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 130 B |
| 140 B | 1400 | 140 | 34 | 3.4 | 39.7 | 3.97 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 140 B |
| 150 B | 1500 | 150 | 36 | 3.6 | 40.7 | 4.07 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 150 B |
| 160 B | 1600 | 160 | 38 | 3.8 | 41.7 | 4.17 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 160 B |
| 170 B | 1700 | 170 | 40 | 4.0 | 42.5 | 4.25 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 170 B |
| 180 B | 1800 | 180 | 42 | 4.2 | 43.5 | 4.35 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 180 B |
| 190 B | 1900 | 190 | 44 | 4.4 | 44.0 | 4.40 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 190 B |
| 200 B | 2000 | 200 | 46 | 4.6 | 45.0 | 4.50 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 200 B |
| 220 B | 2200 | 220 | 50 | 5.0 | 46.0 | 4.60 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 220 B |
| 240 B | 2400 | 240 | 54 | 5.4 | 47.0 | 4.70 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 240 B |
| 260 B | 2600 | 260 | 58 | 5.8 | 48.0 | 4.80 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 260 B |
| 280 B | 2800 | 280 | 62 | 6.2 | 49.0 | 4.90 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 280 B |
| 300 B | 3000 | 300 | 66 | 6.6 | 50.0 | 5.00 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 300 B |
| 320 B | 3200 | 320 | 70 | 7.0 | 51.0 | 5.10 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 320 B |
| 340 B | 3400 | 340 | 74 | 7.4 | 52.0 | 5.20 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 340 B |
| 360 B | 3600 | 360 | 78 | 7.8 | 53.0 | 5.30 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 360 B |
| 380 B | 3800 | 380 | 82 | 8.2 | 54.0 | 5.40 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 380 B |
| 400 B | 4000 | 400 | 86 | 8.6 | 55.0 | 5.50 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 400 B |
| 420 B | 4200 | 420 | 90 | 9.0 | 56.0 | 5.60 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 420 B |
| 440 B | 4400 | 440 | 94 | 9.4 | 57.0 | 5.70 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 440 B |
| 460 B | 4600 | 460 | 98 | 9.8 | 58.0 | 5.80 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 460 B |
| 480 B | 4800 | 480 | 102 | 10.2 | 59.0 | 5.90 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 480 B |
| 500 B | 5000 | 500 | 106 | 10.6 | 60.0 | 6.00 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 500 B |
| 520 B | 5200 | 520 | 110 | 11.0 | 61.0 | 6.10 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 520 B |
| 540 B | 5400 | 540 | 114 | 11.4 | 62.0 | 6.20 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 540 B |
| 560 B | 5600 | 560 | 118 | 11.8 | 63.0 | 6.30 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 560 B |
| 580 B | 5800 | 580 | 122 | 12.2 | 64.0 | 6.40 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 580 B |
| 600 B | 6000 | 600 | 126 | 12.6 | 65.0 | 6.50 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 600 B |
| 620 B | 6200 | 620 | 130 | 13.0 | 66.0 | 6.60 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 620 B |
| 640 B | 6400 | 640 | 134 | 13.4 | 67.0 | 6.70 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 640 B |
| 660 B | 6600 | 660 | 138 | 13.8 | 68.0 | 6.80 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 660 B |
| 680 B | 6800 | 680 | 142 | 14.2 | 69.0 | 6.90 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 680 B |
| 700 B | 7000 | 700 | 146 | 14.6 | 70.0 | 7.00 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 700 B |
| 720 B | 7200 | 720 | 150 | 15.0 | 71.0 | 7.10 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 720 B |
| 740 B | 7400 | 740 | 154 | 15.4 | 72.0 | 7.20 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 740 B |
| 760 B | 7600 | 760 | 158 | 15.8 | 73.0 | 7.30 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 760 B |
| 780 B | 7800 | 780 | 162 | 16.2 | 74.0 | 7.40 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 780 B |
| 800 B | 8000 | 800 | 166 | 16.6 | 75.0 | 7.50 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 800 B |
| 820 B | 8200 | 820 | 170 | 17.0 | 76.0 | 7.60 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 820 B |
| 840 B | 8400 | 840 | 174 | 17.4 | 77.0 | 7.70 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 840 B |
| 860 B | 8600 | 860 | 178 | 17.8 | 78.0 | 7.80 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 860 B |
| 880 B | 8800 | 880 | 182 | 18.2 | 79.0 | 7.90 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 880 B |
| 900 B | 9000 | 900 | 186 | 18.6 | 80.0 | 8.00 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 900 B |
| 920 B | 9200 | 920 | 190 | 19.0 | 81.0 | 8.10 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 920 B |
| 940 B | 9400 | 940 | 194 | 19.4 | 82.0 | 8.20 | 19.2 | 1.92 | 19.2 | 1.92 | 940 B |
| 960 B | 9600 | 960 | 198 | 19.8 | 83.0 | 8.30 | 19.8 | 1.98 | 19.8 | 1.98 | 960 B |
| 980 B | 9800 | 980 | 202 | 20.2 | 84.0 | 8.40 | 19.4 | 1.94 | 19.4 | 1.94 | 980 B |
| 1000 B | 10000 | 1000 | 206 | 20.6 | 85.0 | 8.50 | 19.9 | 1.99 | 19.9 | 1.99 | 1000 B |

26. Wellbleche.

Für größere Blechstärken als 1 mm lassen sich Widerstandsmomente, Querschnitte und Gewichte ungefährt durch Multiplikation mit der betreffenden Blechdicke t mm ermitteln. Die genauere Rechnung ist für die Widerstandsmomente $\frac{1}{2} H / (H + t)$ als Faktor zu nehmen.

Ihre angegebenen Gewichte gelten für Flusseisen-Schwarzblech im unverzinkten Zustande, d. h. für versetzte Verzinkung vermindert ein Mehrgewicht von ca. 0,6 kg/m² der ebenen ungewellten Bleche.

Flache Wellbleche

| Wellenbreite B | Wellenhöhe H | Querschnitt f in cm ² | Gewicht G in kg | Widerstandsmoment W in cm ³ | Wellenbreite B | Wellenhöhe H | Querschnitt f in cm ² | Gewicht G in kg | Widerstandsmoment W in cm ³ |
|----------------------------|----------------|------------------------------------|-------------------|--|----------------------------|----------------|------------------------------------|-------------------|--|
| und $t = 1$ mm Blechstärke | | | | | und $t = 1$ mm Blechstärke | | | | |
| mm | mm | cm ² | kg | cm ³ | mm | mm | cm ² | kg | cm ³ |
| 60 | 50 | 15,7 | 12,7 | 11,4 | 140 | 70 | 15,7 | 12,7 | 27,7 |
| 60 | 25 | 14,1 | 11,1 | 8,9 | 160 | 60 | 14,1 | 10,8 | 20,4 |
| 70 | 50 | 18,7 | 12,3 | 17,3 | 150 | 75 | 14,7 | 12,3 | 28,6 |
| 70 | 30 | 12,8 | 10,8 | 10,3 | 160 | 65 | 14,9 | 12,9 | 22,7 |
| 80 | 40 | 16,7 | 12,5 | 16,2 | 160 | 80 | 15,7 | 12,7 | 30,5 |
| 85 | 55 | 14,6 | 11,6 | 12,1 | 170 | 65 | 15,7 | 12,7 | 32,4 |
| 90 | 45 | 16,7 | 12,2 | 17,1 | 175 | 70 | 14,8 | 10,8 | 24,0 |
| 100 | 40 | 18,8 | 13,8 | 18,8 | 180 | 80 | 15,7 | 12,7 | 34,4 |
| 100 | 50 | 16,7 | 12,3 | 19,9 | 185 | 75 | 15,9 | 10,9 | 26,1 |
| 110 | 45 | 14,0 | 11,0 | 15,8 | 190 | 90 | 15,7 | 12,3 | 36,7 |
| 110 | 55 | 15,7 | 12,3 | 20,9 | 200 | 80 | 15,8 | 10,8 | 27,5 |
| 120 | 60 | 18,7 | 15,3 | 22,9 | 200 | 100 | 15,7 | 12,3 | 38,7 |
| 120 | 50 | 13,8 | 10,8 | 17,2 | 220 | 110 | 15,7 | 12,1 | 42,9 |
| 120 | 65 | 15,7 | 12,9 | 24,8 | 240 | 120 | 15,7 | 12,3 | 45,8 |
| 130 | 55 | 18,9 | 16,9 | 19,2 | 250 | 100 | 13,8 | 10,8 | 34,4 |

Trägerwellbleche

| | | | | | | | | | |
|----|-----|------|------|------|-----|-----|------|------|------|
| 60 | 40 | 19,6 | 14,9 | 18,0 | 100 | 100 | 25,7 | 20,2 | 56,0 |
| 60 | 60 | 25,7 | 20,2 | 24,0 | 130 | 120 | 29,7 | 23,1 | 68,5 |
| 70 | 50 | 25,7 | 20,2 | 30,4 | 140 | 70 | 19,0 | 14,9 | 32,5 |
| 75 | 50 | 19,6 | 14,9 | 22,8 | 110 | 110 | 25,7 | 20,2 | 62,9 |
| 75 | 75 | 25,7 | 20,2 | 41,2 | 120 | 80 | 19,0 | 14,9 | 38,3 |
| 75 | 90 | 29,7 | 23,1 | 58,9 | 120 | 120 | 25,7 | 20,2 | 69,7 |
| 80 | 80 | 29,7 | 23,1 | 46,3 | 125 | 90 | 19,0 | 14,9 | 44,8 |
| 80 | 60 | 19,6 | 14,9 | 27,2 | 150 | 100 | 19,0 | 14,9 | 35,3 |
| 90 | 90 | 25,7 | 20,2 | 54,2 | 165 | 110 | 19,0 | 14,9 | 49,9 |
| 90 | 110 | 29,7 | 23,1 | 72,6 | 180 | 120 | 19,0 | 14,9 | 54,4 |

27. Wellbleche

von Mela, Lehmann & Co., Akt.-Ges., Berlin N.

| Norma-
lprofil | Wellen-
länge
H | Wellen-
höhe
h | Quer-
schnitt
für 1 m
Tafel-
breite | Gewicht
für 1 m
Wellen-
länge
blos | Wert
steife
moment
für 1 m
Tafel-
breite | Grösste
Biege-
breite | Norma-
lprofil | Wellen-
höhe
h | Wellen-
breite
B | Quer-
schnitt
für 1 m
Tafel-
breite | Gewicht
für 1 m
Wellen-
länge
blos | Wert
steife
moment
für 1 m
Tafel-
breite | Grösste
Biege-
breite |
|-------------------|-----------------------|----------------------|---|--|---|-----------------------------|-------------------|----------------------|------------------------|---|--|---|-----------------------------|
| Nr | mm | mm | cm ² | kg | cm ⁴ | mm | Nr | mm | mm | cm ² | kg | cm ⁴ | mm |
| Flache Wellbleche | | | | | | | | | | | | | |
| 2' 10 | 100 | 25 | 11,6 | 9,1 | 7,5 | 600 | 5 | 100 | 25 | 11,70 | 12,3 | 11,8 | 700 |
| 3' 0 | 100 | 30 | 12,26 | 9,6 | 9,18 | 600 | 4 | 100 | 30 | 11,70 | 11,7 | 10,2 | 600 |
| 3' 10 | 100 | 35 | 13,02 | 10,2 | 11,02 | 800 | 7 | 100 | 35 | 11,70 | 12,3 | 11,8 | 700 |
| 4' 10 | 100 | 40 | 13,86 | 10,9 | 11,92 | 800 | 6 | 100 | 40 | 21,70 | 17,0 | 10,5 | 310 |
| 4' 10 | 100 | 45 | 14,80 | 11,5 | 12,59 | 700 | 9 | 100 | 45 | 21,70 | 18,0 | 10,1 | 310 |
| 5' 0 | 100 | 50 | 15,72 | 12,1 | 13,33 | 600 | | | | | | | |
| 5' 10 | 100 | 55 | 16,72 | 12,8 | 14,12 | 500 | | | | | | | |
| 6' 10 | 100 | 60 | 17,78 | 13,5 | 15,00 | 400 | | | | | | | |
| 7' 0 | 100 | 65 | 18,90 | 14,3 | 15,98 | 300 | | | | | | | |
| 8' 0 | 100 | 70 | 20,08 | 15,1 | 17,06 | 200 | | | | | | | |
| 9' 0 | 100 | 75 | 21,32 | 15,9 | 18,24 | 100 | | | | | | | |
| 10' 0 | 100 | 80 | 22,62 | 16,8 | 19,52 | 50 | | | | | | | |
| 11' 0 | 100 | 85 | 24,00 | 17,7 | 20,90 | 25 | | | | | | | |
| 12' 0 | 100 | 90 | 25,44 | 18,7 | 22,38 | 10 | | | | | | | |
| 13' 0 | 100 | 95 | 26,94 | 19,7 | 23,96 | 5 | | | | | | | |
| 14' 0 | 100 | 100 | 28,50 | 20,8 | 25,64 | 2 | | | | | | | |

Die in der Tabelle angegebenen Werte sind für unverbleibte Bleche

28. Wellbleche

der Tillmannschen Eisenbau-Aktien-Gesellschaft, Remscheid.

Dem Es ist im Interesse einer raschen Lieferung zu empfehlen
die fettgedruckten Profile zu wählen

Flache Wellbleche

| Profil-Nr. | Wellenbreite <i>B</i> | Wellenhöhe <i>H</i> | Querschnitt <i>f</i>
3 m Tafelbreite | Gewicht <i>G</i>
1 qm Wellblech | Widerstandsmoment <i>I</i> 3 m Tafelbreite | Dicke <i>t</i> | Profil-Nr. | Wellenbreite <i>B</i> | Wellenhöhe <i>H</i> | Querschnitt <i>f</i>
3 m Tafelbreite | Gewicht <i>G</i>
1 qm Wellblech | Widerstandsmoment <i>I</i> 3 m Tafelbreite | Dicke <i>t</i> |
|------------|-----------------------|---------------------|---|------------------------------------|--|----------------|------------|-----------------------|---------------------|---|------------------------------------|--|----------------|
| mm | mm | mm | cm ³ | kg | cm ⁴ | mm | mm | mm | mm | cm ³ | kg | cm ⁴ | mm |
| 1 | 60 | 20 | 12,7 | 9,88 | 6,5 | 740 | 9 | 130 | 25 | 10,9 | 8,48 | 7,0 | 910 |
| 2 | 75 | 25 | 12,7 | 9,88 | 8,2 | 750 | 10 | 135 | 35 | 11,8 | 9,16 | 10,6 | 810 |
| 3 | 85 | 25 | 12,8 | 9,58 | 7,8 | 680 | 11 | 150 | 35 | 11,1 | 8,87 | 10,2 | 750 |
| 4 | 100 | 25 | 11,7 | 9,15 | 7,5 | 800 | 12 | 150 | 40 | 11,8 | 9,20 | 12,2 | 750 |
| 5 | 100 | 30 | 12,2 | 9,55 | 9,6 | 800 | 13 | 150 | 45 | 12,3 | 9,56 | 14,2 | 750 |
| 6 | 100 | 35 | 13,0 | 10,14 | 11,8 | 700 | 14 | 150 | 50 | 12,7 | 9,93 | 16,0 | 750 |
| 7 | 100 | 40 | 14,1 | 11,00 | 13,9 | 700 | 15 | 150 | 60 | 14,0 | 10,81 | 20,9 | 600 |
| 8 | 122 | 29 | 11,5 | 8,93 | 8,6 | 854 | 16 | 200 | 75 | 12,6 | 9,83 | 24,3 | 690 |
| | | | | | | | 17 | 200 | 60 | 11,5 | 8,96 | 17,8 | 700 |

Trägerwellbleche

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|----|------|-------|------|-----|----|-----|-----|------|-------|------|-----|
| 18 | 30 | 10 | 15,7 | 12,24 | 8,9 | — | 32 | 100 | 70 | 19,7 | 15,37 | 32,6 | 500 |
| 19 | 30 | 15 | 15,7 | 12,24 | 5,93 | — | 33 | 100 | 75 | 20,7 | 16,15 | 36,1 | 500 |
| 20 | 40 | 20 | 15,7 | 12,24 | 7,8 | 600 | 34 | 100 | 80 | 21,7 | 16,93 | 40,3 | 400 |
| 21 | 66 | 34 | 15,8 | 12,20 | 13,5 | 600 | 35 | 100 | 85 | 22,7 | 17,70 | 44,5 | 400 |
| 22 | 90 | 45 | 15,7 | 12,24 | 17,5 | 650 | 36 | 100 | 90 | 23,7 | 18,49 | 48,8 | 400 |
| 23 | 90 | 50 | 16,8 | 13,08 | 20,5 | 540 | 37 | 100 | 95 | 24,7 | 19,27 | 53,3 | 400 |
| 24 | 90 | 75 | 17,9 | 13,95 | 23,8 | 540 | 38 | 100 | 100 | 25,7 | 20,06 | 58,0 | 400 |
| 25 | 90 | 60 | 18,0 | 14,80 | 27,2 | 540 | 39 | 120 | 80 | 19,0 | 11,82 | 36,1 | 480 |
| 26 | 90 | 65 | 20,1 | 15,88 | 30,8 | 430 | 40 | 120 | 90 | 20,7 | 13,12 | 43,8 | 480 |
| 27 | 90 | 70 | 21,2 | 16,55 | 34,7 | 450 | 41 | 120 | 100 | 22,3 | 14,42 | 51,7 | 480 |
| 28 | 90 | 75 | 22,3 | 17,42 | 38,7 | 400 | 42 | 120 | 110 | 24,0 | 15,70 | 60,3 | 480 |
| 29 | 100 | 50 | 15,7 | 12,24 | 19,7 | 612 | 43 | 160 | 80 | 15,7 | 12,24 | 31,2 | 610 |
| 30 | 100 | 60 | 17,3 | 13,98 | 25,7 | 550 | 44 | 160 | 100 | 18,3 | 14,19 | 42,8 | 640 |
| 31 | 100 | 60 | 18,7 | 14,58 | 29,1 | 500 | 45 | 160 | 50 | 21,4 | 19,06 | 83,4 | 640 |

Die Gewichte gelten für unversetzte Bleche

ANHANG.

Verzeichnis

aller in Deutschland gewalzten I- und C-Eisen.

Von G. Schimpff in Altona ausgearbeitet

Die in Betracht kommenden Werke sind in folgen-
dem Verzeichnis angegeben; die hinzugefugte Jahreszahl
bezieht sich auf die benutzten Profilbücher, die ein-
geklammert benetzten Abkürzungen entsprechen den
in der Tabelle benutzten Bezeichnungen.

Aachener Hütten Aktien-Verein, Rothe Erde **R. E.**
(1904)

Deutsch Luxemburgische Bergwerks u. Hütten-Aktien
Gesellschaft, Differdingen **Diff.** 1904.

Gewerkschaft Deutscher Kaiser, Bruckhausen (**D. K.**
1903).

Gutehoffnungshütte, Aktien-Verein für Bergbau und
Hüttenbetrieb, Oberhausen **G.** (1902)

Hoerder Bergwerks- und Hütten-Verein Hoerde **H. V.**
(1901).

Lothringer Hüttenverein Aumetz Friede, Kneutungen
Lothringen) **A. F.** 1903.

Luxemburger Bergwerks- und Saarbrucker Eisen
Hütten Aktien-Gesellschaft, Burbacher Hütte, Bur-
bach bei Saarbrücken (**B.**) (1904).

Oberschlesische Eisenbahnbedarf-Aktien Gesellschaft,
Friedenshütte O. S. **F.**) 1901.

Röchlingsche Eisen- und Stahlwerke, G. m. b. H.,
Völklingen (Saar) (V. 1903).

Rombacher Huttenwerke, Rombach (Lothringen) (R.)
1903.

Gehr. Stumm, Neunkirchen (Reg.-Bez. Trier) (St.) (1899).

Union Aktien-Gesellschaft für Bergbau, Eisen- und
Stahl-Industrie, Dortmund (U. 1900).

Vereinigte Königs- und Laurahütte, Aktien-Gesellschaft
für Bergbau und Hüttenbetrieb, Königshütte O. S.
(K. 1900).

de Wendel & Co., Hayingen (Lothringen) (Hy. 1904).

Die Gewichtangaben beziehen sich auf Flußeisen
(spez. Gewicht 7,85). Für die Werte des Querschnitts,
des Momentes und des Schwerpunktabstandes wurden
die Angaben der Werke benutzt, soweit sie sich in den
Profilbüchern fanden oder dem Herausgeber von den
Werken zur Verfügung gestellt wurden, die fehlenden
Werte wurden unter Berücksichtigung der Schragen und
Abrundungen neu berechnet. Die Angaben der Werke
wurden im allgemeinen als richtig vorausgesetzt; eine
Neurechnung aller Werte nach einheitlichen Gesichts-
punkten hatte die Kräfte des einzelnen weit überstiegen.
Nachprüfungen und Berichtigungen der angegebenen
Werte wurden nur insoweit vorgenommen, als sich Un-
genauigkeiten oder Unrichtigkeiten beim Vergleich mit
den jedesmal benachbarten Profilen herausstellten oder
sich auf andere Weise ergab, daß Schragen und Ab-
rundungen von dem betreffenden Werk durchweg nicht
berücksichtigt waren. Hieraus erklären sich die zum
Teil erheblichen Abweichungen von den Profilheften der
Walzwerke. Wo sich Angaben über die Größe der
Schrage und die Abrundungshalbmesser nicht fanden,
mußte ihr Einfluß geschätzt werden.¹

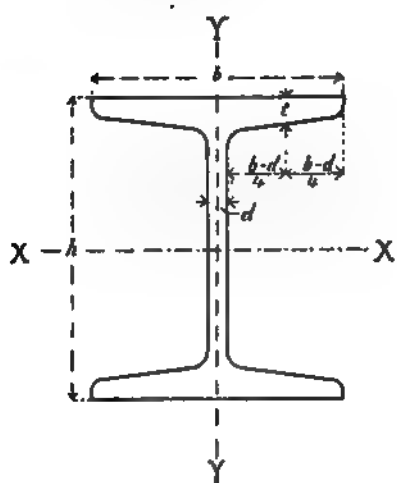
Profile verschiedener Walzwerke, deren Abmessungen
sich nur um geringe Bruchteile voneinander unter-

¹ Vgl. Seite 600.

scheiden, wurden zusammengefaßt und in der Tabelle die Werte des in der letzten Spalte jedesmal an erster Stelle genannten Walzwerks eingesetzt.

Besonders angegeben ist für alle I-Eisen die »freie Länge«, d. h. die Länge, bei der für einen auf Knicken beanspruchten, nicht eingespannten Stab die Knicksicherheit eine fünffache ist, wenn der Querschnitt eine Beanspruchung von $1,0 \text{ t/cm}^2$ erfährt. Diese Zahl ist maßgebend für die Beurteilung der Frage, ob sich das betreffende Profil zur Säule oder zum gedrückten Stab eignet.

I-Eisen.



| Höhe
A
m | Fächer
für die
Stärke | | | Fläche
in m ² | | | Zug
kraft in kg | | | J ₁
cm ² | H ₁
cm | J ₂
cm ² | H ₂
cm | Fläche
in m ² | | Rechnung des Prods |
|----------------|-----------------------------|--------|--------|-----------------------------|--------|--------|--------------------|---------|---------|-----------------------------------|--|-----------------------------------|----------------------|-----------------------------|--|--------------------|
| | b
m | f
m | l
m | f
m ² | l
m | l
m | P
kg | P
kg | P
kg | | | | | | | |
| 102 | 76 | 5,3 | 8 | 42,4 | 17,1 | 13,4 | 297 | 58,3 | 50,4 | 112 | D K No $\frac{1}{2}$ mit Hy No $\frac{10^2}{7}$ | | | | | |
| 102 | 76 | 5 | 8,5 | 42,5 | 16,9 | 13,2 | 307 | 60,4 | 53,3 | 115 | H V No $\frac{1}{4}$ mit Hy No $\frac{10^2}{10}$ B > B | | | | | |
| 102 | 78 | 8,1 | 8 | 64,8 | 19,8 | 15,5 | 324 | 63,5 | 56,7 | 111 | D K No $\frac{1}{2}$ max | | | | | |
| 102 | 80 | 9 | 8 | 72 | 20,2 | 15,9 | 331 | 64,9 | 58,1 | 111 | R No $\frac{1}{4}$ mit max | | | | | |
| 102 | 82 | 11,3 | 8 | 90,4 | 23,3 | 18,4 | 350 | 68,7 | 63,3 | 107 | Hy No $\frac{10^2}{3}$ | | | | | |
| 110 | 54 | 4,5 | 7,2 | 32,4 | 12,1 | 9,65 | 268 | 43,3 | 40,2 | 74,5 | Normal Prods No 11 | | | | | |
| 110 | 59 | 9,8 | 7,2 | 70,6 | 17,6 | 14,0 | 283 | 53,1 | 21,7 | 71,5 | R F $\frac{1}{4}$ mit R N P No 11 max | | | | | |
| 115 | 86 | 8 | 10 | 80 | 24,8 | 19,5 | 533 | 92,6 | 91,5 | 125 | R F No $\frac{11}{10}$ mit | | | | | |
| 115 | 91 | 13 | 10 | 130 | 30,5 | 24,0 | 506 | 104 | 111 | 124 | R F No $\frac{11}{10}$ mit | | | | | |
| 120 | 44 | 4,5 | 6,8 | 30,6 | 11,2 | 8,79 | 286 | 39,3 | 8,77 | 67 | Hy No $\frac{12}{11}$ mit | | | | | |
| 120 | 44 | 5,5 | 6,8 | 37,4 | 12,3 | 9,66 | 352 | 42,0 | 8,85 | 55 | Hy No $\frac{12}{11}$ mit | | | | | |
| 120 | 50 | 10,5 | 6,8 | 71,4 | 18,5 | 14,5 | 322 | 53,7 | 12,3 | 63 | Hy No $\frac{12}{11}$ mit | | | | | |
| 120 | 58 | 5,1 | 7,7 | 39,3 | 11,2 | 11,2 | 327 | 34,5 | 21,1 | 80 | Ausgleich No 12 | | | | | |
| 120 | 63 | 10,1 | 7,7 | 77,7 | 20,2 | 15,9 | 380 | 66,5 | 28,2 | 77 | R F $\frac{1}{4}$ mit R N P No 11 max | | | | | |
| 121 | 41 | 4,5 | 6,6 | 29,7 | 10,8 | 8,48 | 252 | 38,3 | 9,23 | 60 | D K No $\frac{12}{11}$ mit | | | | | |
| 121 | 48 | 8,5 | 6,6 | 55,8 | 15,6 | 12,2 | 252 | 48,3 | 12,5 | 58 | R K No $\frac{12}{11}$ mit | | | | | |

Beschreibung des Profils

| 125 | 75 | 6 | 8,5 | 19,1 | 15,0 | 476 | 75,2 | 51,4 | 107 | V No 7 ^a | St No 7, R No 12 ^{1/2} , also 7 ^{1/2} |
|-----|-------|------|------|------|------|-----|------|------|-----|---------------------------|---|
| 125 | 80 | 11 | 8,25 | 25,3 | 19,9 | 568 | 91,3 | 63,4 | 103 | R No 12 ^{1/2} | max |
| 127 | 76 | 5,4 | 8 | 18,1 | 14,2 | 493 | 77,6 | 50,4 | 108 | To K No 1 ^a | max, Hy No 12 ^{1/2} a |
| 127 | 76 | 6,4 | 7,9 | 19,3 | 15,2 | 508 | 80,6 | 48,8 | 102 | A 1 No 1 ^a | max |
| 127 | 76 | 5,4 | 8,5 | 18,5 | 14,5 | 514 | 81,2 | 52,9 | 110 | R No 1 ^a | max |
| 127 | 76 | 5,6 | 8,5 | 19,0 | 14,9 | 517 | 81,3 | 53,1 | 109 | K R No 12 ^{1/2} | min, H V No 12 ^{1/2} |
| 127 | 76 | 7,2 | 8 | 20,8 | 16,3 | 525 | 82,6 | 49,9 | 99 | H 3 No 12 ^{1/2} | B 9 B, R |
| 127 | 76,2 | 5 | 9,5 | 20,0 | 15,7 | 554 | 88,0 | 61,9 | 113 | V No 12 ^{1/2} | max |
| 127 | 81 | 10,4 | 8 | 24,1 | 18,9 | 578 | 91,3 | 61,7 | 104 | To K No 1 ^a | max |
| 127 | 80,55 | 11,1 | 7,9 | 25,2 | 19,8 | 590 | 92,8 | 60,1 | 99 | A F No 1 ^a | max |
| 127 | 82 | 11,4 | 8 | 26,2 | 20,6 | 595 | 93,9 | 64,2 | 101 | Hy No 12 ^{1/2} b | |
| 127 | 81 | 10,6 | 8,5 | 26,5 | 20,0 | 602 | 95,0 | 65,9 | 104 | R F No 12 ^{1/2} | max |
| 127 | 81,6 | 11 | 8,5 | 26,2 | 20,6 | 610 | 96,4 | 67,5 | 104 | R No 1 ^a | max |
| 127 | 82,3 | 11,1 | 9,5 | 27,6 | 21,7 | 658 | 103 | 77,7 | 108 | V No 12 ^{1/2} | max |
| 127 | 115 | 7,5 | 10,5 | 32,4 | 25,4 | 896 | 141 | 222 | 170 | Hy No 12 ^{1/2} | To K No 1 ^a min, H No 12 ^{1/2} min |

Anhang

| Berechnung des Profils | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|------------------|----------------|------------------|-----------------|---------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|----------------------------|---------|--|
| Höhe | Planch
breite | Steg
stärke | Flanch
stärke | quer
schnitt | Gewicht | J. | W. | J _y | Trie
länge | | | |
| h | b | d | t | F | kg
m | cm ⁴ | cm ³ | cm ⁴ | l | cm | | |
| 127 | 114,3 | 7,1 | 11,1 | 32,5 | 25,5 | 920 | 146 | 927 | 179 | V. No. 127
114 min. | | |
| 127 | 115 | 9 | 10,5 | 34,1 | 26,8 | 922 | 145 | 918 | 164 | Hf. No. 127
115 | D. B. 7 | |
| 127 | 114,3 | 7,3 | 11,4 | 34,2 | 26,7 | 942 | 149 | 285 | 170 | A. F. No. 127
114 min. | | |
| 127 | 120 | 12 | 10,5 | 38,4 | 30,1 | 976 | 154 | 269 | 189 | B. No. 127
115 max. | | |
| 127 | 119 | 12,5 | 10,5 | 38,0 | 29,8 | 980 | 155 | 255 | 188 | D. E. No. 127
115 max. | | |
| 127 | 121 | 13,5 | 10,5 | 40,0 | 31,4 | 998 | 157 | 257 | 184 | Hf. No. 127
115 | | |
| 127 | 119,1 | 11,9 | 11,1 | 38,1 | 29,9 | 1004 | 158 | 280 | 189 | V. No. 127
114 max. | | |
| 127 | 119,3 | 12,8 | 11,4 | 40,3 | 31,5 | 1027 | 163 | 270 | 167 | A. F. No. 127
114 max. | | |
| 130 | 62 | 5,4 | 8,1 | 16,1 | 12,6 | 475 | 67,0 | 27,4 | 84,8 | Normal-Profil No 13. | | |
| 130 | 67 | 10,4 | 8,1 | 22,6 | 17,7 | 526 | 81,0 | 35,6 | 81,9 | B. E. und B. N P No 14 max | | |
| 130 | 78 | 9 | 10,5 | 26,5 | 20,8 | 634 | 97,5 | 74,1 | 169 | V. No. 5. | | |
| 130 | 85 | 8 | 11,5 | 28,4 | 22,8 | 770 | 118 | 101 | 126 | B. No. 13
130 min. | | |
| 130 | 90 | 13 | 11,5 | 34,9 | 27,4 | 862 | 132 | 126 | 124 | D. No. 13
130 max. | | |
| 130 | 115 | 8 | 10,5 | 33,2 | 26,1 | 997 | 149 | 222 | 168 | H. E. No. 130
115 min. | | |
| 130 | 120 | 18 | 10,5 | 39,7 | 31,2 | 1055 | 162 | 260 | 169 | B. E. No. 130
115 max. | | |
| 140 | 47 | 4,6 | 7,9 | 18,5 | 10,6 | 345 | 56,4 | 12,4 | 102,3 | Hf. No. 140
47 | | |

| HITZ | | A | | B | | C | | D | | E | | F | | G | | H | | I | | J | | K | | L | | M | | N | | O | | P | | Q | | R | | S | | T | | U | | V | | W | | X | | Y | | Z | | aa | | ab | | ac | | ad | | ae | | af | | ag | | ah | | ai | | aj | | ak | | al | | am | | an | | ao | | ap | | aq | | ar | | as | | at | | au | | av | | aw | | ax | | ay | | az | | ba | | bb | | bc | | bd | | be | | bf | | bg | | bh | | bi | | bj | | bk | | bl | | bm | | bn | | bo | | bp | | bq | | br | | bs | | bt | | bu | | bv | | bw | | bx | | by | | bz | | ca | | cb | | cc | | cd | | ce | | cf | | cg | | ch | | ci | | cj | | ck | | cl | | cm | | cn | | co | | cp | | cq | | cr | | cs | | ct | | cu | | cv | | cw | | cx | | cy | | cz | | da | | db | | dc | | dd | | de | | df | | dg | | dh | | di | | dj | | dk | | dl | | dm | | dn | | do | | dp | | dq | | dr | | ds | | dt | | du | | dv | | dw | | dx | | dy | | dz | | ea | | eb | | ec | | ed | | ee | | ef | | eg | | eh | | ei | | ej | | ek | | el | | em | | en | | eo | | ep | | eq | | er | | es | | et | | eu | | ev | | ew | | ex | | ey | | ez | | fa | | fb | | fc | | fd | | fe | | ff | | fg | | fh | | fi | | fj | | fk | | fl | | fm | | fn | | fo | | fp | | fq | | fr | | fs | | ft | | fu | | fv | | fw | | fx | | fy | | fz | | ga | | gb | | gc | | gd | | ge | | gf | | gg | | gh | | gi | | gj | | gk | | gl | | gm | | gn | | go | | gp | | gq | | gr | | gs | | gt | | gu | | gv | | gw | | gx | | gy | | gz | | ha | | hb | | hc | | hd | | he | | hf | | hg | | hh | | hi | | hj | | hk | | hl | | hm | | hn | | ho | | hp | | hq | | hr | | hs | | ht | | hu | | hv | | hw | | hx | | hy | | hz | | ia | | ib | | ic | | id | | ie | | if | | ig | | ih | | ii | | ij | | ik | | il | | im | | in | | io | | ip | | iq | | ir | | is | | it | | iu | | iv | | iw | | ix | | iy | | iz | | ja | | jb | | jc | | jd | | je | | jf | | jg | | jh | | ji | | jj | | jk | | jl | | jm | | jn | | jo | | jp | | jq | | jr | | js | | jt | | ju | | jv | | jw | | jx | | jy | | jz | | ka | | kb | | kc | | kd | | ke | | kf | | kg | | kh | | ki | | kj | | kk | | kl | | km | | kn | | ko | | kp | | kq | | kr | | ks | | kt | | ku | | kv | | kw | | kx | | ky | | kz | | la | | lb | | lc | | ld | | le | | lf | | lg | | lh | | li | | lj | | lk | | ll | | lm | | ln | | lo | | lp | | lq | | lr | | ls | | lt | | lu | | lv | | lw | | lx | | ly | | lz | | ma | | mb | | mc | | md | | me | | mf | | mg | | mh | | mi | | mj | | mk | | ml | | mm | | mn | | mo | | mp | | mq | | mr | | ms | | mt | | mu | | mv | | mw | | mx | | my | | mz | | na | | nb | | nc | | nd | | ne | | nf | | ng | | nh | | ni | | nj | | nk | | nl | | nm | | nn | | no | | np | | nq | | nr | | ns | | nt | | nu | | nv | | nw | | nx | | ny | | nz | | oa | | ob | | oc | | od | | oe | | of | | og | | oh | | oi | | oj | | ok | | ol | | om | | on | | oo | | op | | oq | | or | | os | | ot | | ou | | ov | | ow | | ox | | oy | | oz | | pa | | pb | | pc | | pd | | pe | | pf | | pg | | ph | | pi | | pj | | pk | | pl | | pm | | pn | | po | | pp | | pq | | pr | | ps | | pt | | pu | | pv | | pw | | px | | py | | pz | | qa | | qb | | qc | | qd | | qe | | qf | | qg | | qh | | qi | | qj | | qk | | ql | | qm | | qn | | qo | | qp | | qq | | qr | | qs | | qt | | qu | | qv | | qw | | qx | | qy | | qz | | ra | | rb | | rc | | rd | | re | | rf | | rg | | rh | | ri | | rj | | rk | | rl | | rm | | rn | | ro | | rp | | rq | | rr | | rs | | rt | | ru | | rv | | rw | | rx | | ry | | rz | | sa | | sb | | sc | | sd | | se | | sf | | sg | | sh | | si | | sj | | sk | | sl | | sm | | sn | | so | | sp | | sq | | sr | | ss | | st | | su | | sv | | sw | | sx | | sy | | sz | | ta | | tb | | tc | | td | | te | | tf | | tg | | th | | ti | | tj | | tk | | tl | | tm | | tn | | to | | tp | | tq | | tr | | ts | | tu | | tv | | tw | | tx | | ty | | tz | | ua | | ub | | uc | | ud | | ue | | uf | | ug | | uh | | ui | | uj | | uk | | ul | | um | | un | | uo | | up | | uq | | ur | | us | | ut | | uu | | uv | | uw | | ux | | uy | | uz | | va | | vb | | vc | | vd | | ve | | vf | | vg | | vh | | vi | | vj | | vk | | vl | | vm | | vn | | vo | | vp | | vq | | vr | | vs | | vt | | vu | | vv | | vw | | vx | | vy | | vz | | wa | | wb | | wc | | wd | | we | | wf | | wg | | wh | | wi | | wj | | wk | | wl | | wm | | wn | | wo | | wp | | wq | | wr | | ws | | wt | | wu | | wv | | ww | | wx | | wy | | wz | | xa | | xb | | xc | | xd | | xe | | xf | | xg | | xh | | xi | | xj | | xk | | xl | | xm | | xn | | xo | | xp | | xq | | xr | | xs | | xt | | xu | | xv | | xw | | xx | | xy | | xz | | ya | | yb | | yc | | yd | | ye | | yf | | yg | | yh | | yi | | yj | | yk | | yl | | ym | | yn | | yo | | yp | | yq | | yr | | ys | | yt | | yu | | yv | | yw | | yx | | yy | | yz | | za | | zb | | zc | | zd | | ze | | zf | | zg | | zh | | zi | | zj | | zk | | zl | | zm | | zn | | zo | | zp | | zq | | zr | | zs | | zt | | zu | | zv | | zw | | zx | | zy | | zz | |
|------|----|------|-----|------|------|-----|------|------|------|------------------------------------|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|---|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|
| 140 | 53 | 10,5 | 7,9 | 21,9 | 17,2 | 532 | 76,0 | 19,2 | 61,0 | H ₂ No ¹⁴⁰ B | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | </ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| Höhe
A | Flächen-
inhalt | Stärke
f | Festigkeit | | J | H. | Z. | Festig-
keits-
Zahl | Bemerkungen des Herst. |
|-----------|--------------------|-------------|------------|------|------|-----|-------|---------------------------|---------------------------------|
| | | | t | σ | | | | | |
| 174 | 102 | 6,5 | 9,5 | 29,7 | 1606 | 191 | 139 | 140 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 178 | 102 | 5,8 | 10 | 29,8 | 1626 | 183 | 145 | 143 | R N No 1 st H N H 11 |
| 178 | 99,0 | 10,8 | 10,3 | 37,1 | 1640 | 185 | 142 | 127 | V No 1 st H N H 11 |
| 178 | 95 | 12 | 9,9 | 37,8 | 1723 | 193 | 124 | 118 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 178 | 101 | 12,6 | 10 | 40,0 | 1804 | 203 | 150 | 126 | R N No 1 st H N H 11 |
| 178 | 107 | 10,8 | 10 | 38,8 | 1861 | 209 | 170 | 136 | R N No 1 st H N H 11 |
| 178 | 108 | 12 | 9,6 | 39,6 | 1866 | 210 | 174 | 136 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 180 | 55 | 5,8 | 8,6 | 19,2 | 898 | 100 | 21,4 | 68,2 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 180 | 61 | 11,8 | 8,5 | 30,1 | 1189 | 132 | 31,3 | 66,3 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 180 | 82 | 6,9 | 10,4 | 27,9 | 1141 | 161 | 81,4 | 111 | R N No 1 st H N H 11 |
| 180 | 87 | 11,9 | 10,4 | 36,9 | 1687 | 187 | 99,6 | 107 | R N No 1 st H N H 11 |
| 180 | 180 | 8,5 | 12,9 | 59,9 | 3512 | 330 | 107,3 | 275 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 190 | 80 | 7,2 | 10,8 | 30,5 | 1759 | 185 | 97,8 | 116 | R N No 1 st H N H 11 |
| 190 | 91 | 12,2 | 10,8 | 40,0 | 2045 | 215 | 118 | 112 | R N No 1 st H N H 11 |
| 200 | 60 | 6,3 | 8,9 | 22,4 | 1203 | 129 | 27,9 | 72,6 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 200 | 66 | 12,3 | 8,9 | 34,5 | 1693 | 189 | 40,6 | 70,2 | Hy No 1 st H N H 11 |
| 200 | 90 | 7,0 | 11,5 | 39,4 | 2119 | 214 | 117 | 122 | Hy No 1 st H N H 11 |

| Höhe
<i>h</i>
mm | Flasch-
breite
<i>b</i>
mm | Steg-
stärke
<i>d</i>
mm | Flasch-
stärke
<i>t</i>
mm | Flasch-
quer-
schnitt
<i>F</i>
mm ² | Gewicht
<i>G</i>
kg | <i>W</i>
mm ² | <i>J₀</i>
cm ⁴ | Eins-
länge
<i>l</i>
cm | Bezeichnung des Profils | |
|------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------|-----------------------------|---|----------------------------------|-------------------------|------------|
| | | | | | | | | | A. V. No. | min. |
| 203 | 127 | 7,9 | 12,0 | 45,0 | 35,3 | 3161 | 310 | 177 | A. V. No. | min. |
| 203 | 127 | 11,7 | 12 | 53,1 | 41,7 | 3449 | 340 | 164 | Hy. No. | 203
127 |
| 203 | 132 | 12,1 | 12 | 53,3 | 41,8 | 3471 | 342 | 174 | R. R. No. | 203
127 |
| 203 | 133 | 13,1 | 12 | 56,0 | 44,0 | 3541 | 349 | 173 | Hy. No. | 203
127 |
| 203 | 133,4 | 13,5 | 12 | 56,0 | 44,0 | 3569 | 351 | 172 | V. No. | 203
127 |
| 203 | 127 | 9 | 14 | 51,4 | 40,3 | 3583 | 353 | 183 | H. V. No. | 203
127 |
| 203 | 133,2 | 14,2 | 12 | 58,0 | 45,5 | 3594 | 353 | 169 | A. F. No. | 203
127 |
| 203 | 152,3 | 7,9 | 12,7 | 52,9 | 41,5 | 3576 | 352 | 217 | A. F. No. | 203
127 |
| 203 | 152 | 8 | 13 | 53,4 | 41,9 | 3942 | 358 | 226 | H. K. No. | 203
127 |
| 203 | 152,4 | 7,5 | 13 | 53,6 | 42,1 | 3944 | 358 | 227 | R. R. No. | 203
127 |
| 203 | 152,4 | 7,9 | 13 | 53,7 | 42,2 | 3949 | 390 | 219 | V. No. | 203
127 |
| 203 | 152 | 7,9 | 13,5 | 55,3 | 43,4 | 4045 | 399 | 223 | Hy. No. | 203
127 |
| 203 | 157,4 | 13 | 12,7 | 63,2 | 49,6 | 4230 | 417 | 209 | A. F. No. | 203
127 |
| 203 | 158 | 14 | 18 | 65,5 | 51,4 | 4360 | 429 | 212 | D. R. No. | 203
127 |
| 203 | 158,4 | 14 | 13 | 65,7 | 51,1 | 4371 | 430 | 211 | V. No. | 203
127 |

| Höhe
A
mm. | Pfl. sch.
breite
b
mm. | Stärke
d
mm. | Pfl. sch.
stärke
f
mm. | Stärke
p
cm ² . | Kornzahl
K
in | J.
cm ² . | H.
cm ² . | J ₀
cm ² . | Ertrag
in Gr. | | Berechnung des Profils |
|------------------|---------------------------------|--------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------------------|------------------|----|--|
| | | | | | | | | | f | cm | |
| 73 | 89 | 10 | 10 | 23,1 | 18,0 | 190 | 52,0 | 101 | 136 | | D K No ¹ 1' No 3 |
| 73 | 92 | 13 | 10 | 25,2 | 19,8 | 200 | 54,7 | 112 | 137 | | D K No ¹ max |
| 76 | 76 | 4,6 | 8 | 15,0 | 11,8 | 150 | 39,3 | 50,0 | 118 | | B No ¹ 1' min. 11' No ¹ 1' a |
| 76 | 76 | 5 | 8 | 15,2 | 11,9 | 151 | 39,7 | 50,4 | 118 | | D K No ¹ min |
| 76 | 76 | 5,8 | 8 | 16,0 | 12,6 | 164 | 40,5 | 51,0 | 116 | | 11' No ¹ 1' B 8 B 2 |
| 76,2 | 76,2 | 4 | 8,5 | 16,1 | 11,9 | 156 | 41 | 52,8 | 121 | | V No ¹ min |
| 76 | 79 | 8 | 8 | 17,4 | 13,6 | 162 | 42,6 | 56,7 | 116 | | D K No ¹ max |
| 76 | 82 | 10,6 | 8 | 19,8 | 15,5 | 172 | 46,1 | 63,6 | 116 | | 11' No ¹ 1' B 1' max |
| 76,2 | 82,2 | 10 | 8,5 | 19,7 | 15,5 | 178 | 46,0 | 67,4 | 120 | | V No ¹ max |
| 78,5 | 82,6 | 5 | 7,7 | 11,4 | 8,96 | 112 | 28,0 | 16,2 | 77,3 | | K F No ¹ max |
| 78,5 | 87,5 | 10 | 7,7 | 16,9 | 12,0 | 134 | 34,2 | 22,8 | 77,3 | | R F No ¹ max |
| 78,5 | 78,5 | 6 | 7,2 | 16,3 | 12,0 | 150 | 38,3 | 47,1 | 114 | | R F No ¹ min |
| 78,5 | 78,5 | 6,5 | 8 | 16,8 | 13,2 | 170 | 43,1 | 65,0 | 118 | | D K No ¹ max V No ¹ 1' 1' No 1 |
| 78,5 | 80,5 | 11 | 7,9 | 18,9 | 16,4 | 179 | 45,0 | 68,4 | 119 | | R F No ¹ max |

| Höhe
m | b
cm | d
mm | Stärke
mm | J ₁
cm ⁴ | J ₂
cm ⁴ | W ₁
cm ³ | J ₃
cm ⁴ | I
cm | Eckeneintrag des Profils | |
|-----------|---------|---------|--------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------|--------------------------|-----------|
| | | | | | | | | | A | B |
| 80 | 42 | 4,9 | 5,9 | 7,37 | 5,95 | 77,7 | 19,4 | 6,28 | Normal Profil N 8 | |
| 80 | 47 | 8,9 | 5,9 | 11,6 | 9,11 | 59,0 | 24,7 | 9,17 | K. F. (Ord B N 8 | No 8 max |
| 90 | 46 | 4,2 | 6,3 | 8,99 | 7,05 | 117 | 25,9 | 8,76 | Normal Profil N 9 | |
| 90 | 51 | 9,2 | 6,3 | 13,6 | 10,6 | 147 | 32,7 | 12,4 | K. F. (Ord B N 9 | No 9 max |
| 100 | 50 | 4,5 | 6,8 | 10,6 | 8,33 | 170 | 34,1 | 12,8 | Normal Profil N 10 | |
| 100 | 55 | 9,5 | 6,8 | 15,6 | 12,2 | 212 | 42,3 | 16,6 | K. F. (Ord B N 10 | No 10 max |
| 101,5 | 76 | 6,5 | 7,9 | 17,0 | 13,4 | 292 | 59,2 | 49,6 | 17,7 | max |
| 101,6 | 76,2 | 6,4 | 7,9 | 17,5 | 13,7 | 298 | 57,1 | 49,1 | A F No 1 | min |
| 101,6 | 76,2 | 4,5 | 8,5 | 16,7 | 13,1 | 300 | 59,1 | 52,8 | K. F. No 102 | min |
| 101,6 | 76,2 | 4 | 9 | 17,2 | 13,5 | 322 | 60,3 | 56,5 | V No 101 | min |
| 101,6 | 80,9 | 11,1 | 7,9 | 22,2 | 17,4 | 339 | 66,7 | 60,2 | A F No 1 | max |
| 101,6 | 81,2 | 9,5 | 8,5 | 21,8 | 17,1 | 344 | 67,7 | 62,3 | R R No 107 | max |
| 101,6 | 82 | 11 | 7,9 | 23,1 | 18,1 | 344 | 68,9 | 63,0 | B No 106 | max |
| 101,6 | 83,2 | 11 | 9 | 24,3 | 19,1 | 376 | 76,3 | 76,3 | V No 111 | max |
| 101,6 | 76,2 | 9,5 | 11,1 | 24,6 | 19,2 | 387 | 76,2 | 74,0 | A F No 1 | max |
| 101,6 | 80 | 13,6 | 11,1 | 28,7 | 22,6 | 423 | 83,3 | 87,0 | A F No 1 | max |
| 102 | 76 | 5 | 8 | 16,4 | 12,9 | 292 | 57 | 49,2 | R No 1 | max |

Anhang.

Bestimmung des Moduls

| Höhe | Flussch.
breite | Quers.
breite | Flussch.
breite | Quers.
breite | Flussch.
breite | Quers.
breite | Flussch.
breite | Quers.
breite | Flussch.
breite | Quers.
breite |
|------|--------------------|------------------|--------------------|------------------|--------------------|------------------|--------------------|------------------|--------------------|------------------|
| b | B | b | B | b | B | b | B | b | B | B |
| mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm |
| 250 | 115 | 14 | 13,5 | 62,2 | 44,4 | 6005 | 444 | 300 | 140 | 140 |
| 250 | 120 | 16 | 13,5 | 68,6 | 53,0 | 4214 | 492 | 345 | 140 | 140 |
| 250 | 140 | 11 | 13,75 | 62,0 | 49,4 | 6394 | 511 | 224 | 140 | 140 |
| 250 | 140 | 10 | 14,5 | 64,2 | 50,4 | 6236 | 523 | 582 | 140 | 140 |
| 250 | 140 | 10 | 14,5 | 66,0 | 51,0 | 6444 | 532 | 670 | 140 | 140 |
| 250 | 142 | 12 | 14,8 | 70,0 | 55,0 | 6503 | 568 | 557 | 140 | 140 |
| 250 | 145 | 15 | 14,5 | 76,7 | 60,2 | 7197 | 575 | 650 | 140 | 140 |
| 250 | 250 | 10,5 | 16,3 | 105 | 82,5 | 12040 | 965 | 3575 | 140 | 140 |
| 254 | 114 | 6,5 | 11,5 | 41,3 | 32,4 | 4525 | 355 | 235 | 140 | 140 |
| 254 | 114 | 6,5 | 12 | 43,3 | 34,0 | 4598 | 362 | 254 | 140 | 140 |
| 254 | 114 | 7 | 12 | 43,5 | 34,1 | 4719 | 372 | 254 | 140 | 140 |
| 254 | 114 | 8 | 12,5 | 46,6 | 36,6 | 4869 | 383 | 266 | 140 | 140 |
| 254 | 114 | 8 | 12,6 | 47,7 | 37,4 | 4967 | 396 | 272 | 140 | 140 |
| 254 | 114,5 | 11 | 12 | 52,5 | 41,2 | 5912 | 410 | 286 | 140 | 140 |
| 254 | 120 | 12,5 | 11,5 | 56,5 | 44,4 | 5345 | 421 | 280 | 140 | 140 |
| 254 | 127 | 8 | 12,25 | 49,3 | 38,7 | 5855 | 432 | 359 | 140 | 140 |

| | | | | | | | | | | |
|-----|-------|------|------|------|------|-----|------|------|-----|---|
| 125 | 76 | 6 | 8,5 | 19,1 | 15,9 | 476 | 76,2 | 51,4 | 107 | V. No 76 st No 5, 6 No 12 ^{1/2} 110 |
| 125 | 80 | 11 | 8,25 | 25,3 | 19,9 | 568 | 91,3 | 63,4 | 103 | H No 12 ^{1/2} max |
| 127 | 76 | 5,1 | 8 | 18,1 | 14,2 | 493 | 77,6 | 50,4 | 108 | D K No 1 ^{1/2} max, H No 12 ^{1/2} 76 |
| 127 | 76 | 6,4 | 7,9 | 19,3 | 15,2 | 508 | 80,6 | 48,8 | 102 | A V No 1 ^{1/2} max |
| 127 | 76 | 5,1 | 8,5 | 18,5 | 14,5 | 514 | 81,2 | 52,9 | 110 | R No 1 ^{1/2} max |
| 127 | 76 | 5,6 | 8,5 | 19,0 | 14,9 | 517 | 81,3 | 53,1 | 109 | R B No 1 ^{1/2} max, H V No 12 ^{1/2} |
| 127 | 76 | 7,2 | 8 | 20,8 | 16,3 | 526 | 82,6 | 49,9 | 99 | H V No 1 ^{1/2} R S R, D |
| 127 | 76,2 | 6 | 9,5 | 20,0 | 16,7 | 554 | 88,0 | 61,9 | 113 | V No 12 ^{1/2} max |
| 127 | 81 | 10,1 | 8 | 24,1 | 18,9 | 578 | 91,3 | 61,7 | 104 | D K No 1 ^{1/2} max |
| 127 | 80,76 | 11,1 | 7,9 | 25,2 | 19,8 | 590 | 92,8 | 60,1 | 99 | A V No 1 ^{1/2} max |
| 127 | 82 | 11,4 | 8 | 26,2 | 20,6 | 596 | 93,9 | 64,2 | 101 | H V No 12 ^{1/2} 76 |
| 127 | 81 | 10,6 | 8,5 | 25,5 | 20,0 | 602 | 95,0 | 65,9 | 104 | R E, No 12 ^{1/2} max |
| 127 | 81,6 | 11 | 8,5 | 26,2 | 20,6 | 610 | 96,4 | 67,5 | 104 | R No 1 ^{1/2} max |
| 127 | 82,3 | 11,1 | 9,5 | 27,6 | 21,7 | 658 | 103 | 77,7 | 108 | V No 12 ^{1/2} max |
| 127 | 115 | 7,5 | 10,5 | 32,4 | 25,4 | 896 | 141 | 222 | 170 | H V No 12 ^{1/2} 76 K No 1 ^{1/2} max, R No 12 ^{1/2} 115 |

| Höhe | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z | aa | ab | ac | ad | ae | af | ag | ah | ai | aj | ak | al | am | an | ao | ap | aq | ar | as | at | au | av | aw | ax | ay | az | ba | bb | bc | bd | be | bf | bg | bh | bi | bj | bk | bl | bm | bn | bo | bp | bq | br | bs | bt | bu | bv | bw | bx | by | bz | ca | cb | cc | cd | ce | cf | cg | ch | ci | cj | ck | cl | cm | cn | co | cp | cq | cr | cs | ct | cu | cv | cw | cx | cy | cz | da | db | dc | dd | de | df | dg | dh | di | dj | dk | dl | dm | dn | do | dp | dq | dr | ds | dt | du | dv | dw | dx | dy | dz | ea | eb | ec | ed | ee | ef | eg | eh | ei | ej | ek | el | em | en | eo | ep | eq | er | es | et | eu | ev | ew | ex | ey | ez | fa | fb | fc | fd | fe | ff | fg | fh | fi | fj | fk | fl | fm | fn | fo | fp | fq | fr | fs | ft | fu | fv | fw | fx | fy | fz | ga | gb | gc | gd | ge | gf | gg | gh | gi | gj | gk | gl | gm | gn | go | gp | gq | gr | gs | gt | gu | gv | gw | gx | gy | gz | ha | hb | hc | hd | he | hf | hg | hh | hi | hj | hk | hl | hm | hn | ho | hp | hq | hr | hs | ht | hu | hv | hw | hx | hy | hz | ia | ib | ic | id | ie | if | ig | ih | ii | ij | ik | il | im | in | io | ip | iq | ir | is | it | iu | iv | iw | ix | iy | iz | ja | jb | jc | jd | je | jf | fg | jh | ji | jj | jk | jl | jm | jn | jo | jp | jq | jr | js | jt | ju | jv | jw | jx | jy | jz | ka | kb | kc | kd | ke | kf | kg | kh | ki | kj | kl | km | kn | ko | kp | kq | kr | ks | kt | ku | kv | kw | kx | ky | kz | la | lb | lc | ld | le | lf | lg | lh | li | lj | lk | ll | lm | ln | lo | lp | lq | lr | ls | lt | lu | lv | lw | lx | ly | lz | ma | mb | mc | md | me | mf | mg | mh | mi | mj | mk | ml | mm | mn | mo | mp | mq | mr | ms | mt | mu | mv | mw | mx | my | mz | na | nb | nc | nd | ne | nf | ng | nh | ni | nj | nk | nl | nm | nn | no | np | nq | nr | ns | nt | nu | nv | nw | nx | ny | nz | oa | ob | oc | od | oe | of | og | oh | oi | oj | ok | ol | om | on | oo | op | oq | or | os | ot | ou | ov | ow | ox | oy | oz | pa | pb | pc | pd | pe | pf | pg | ph | pi | pj | pk | pl | pm | pn | po | pp | pq | pr | ps | pt | pu | pv | pw | px | py | pz | qa | qb | qc | qd | qe | qf | qg | qh | qi | qj | qk | ql | qm | qn | qo | qp | qq | qr | qs | qt | qu | qv | qw | qx | qy | qz | ra | rb | rc | rd | re | rf | rg | rh | ri | rj | rk | rl | rm | rn | ro | rp | rq | rr | rs | rt | ru | rv | rw | rx | ry | rz | sa | sb | sc | sd | se | sf | sg | sh | si | sj | sk | sl | sm | sn | so | sp | sq | sr | ss | st | su | sv | sw | sx | sy | sz | ta | tb | tc | td | te | tf | tg | th | ti | tj | tk | tl | tm | tn | to | tp | tq | tr | ts | tt | tu | tv | tw | tx | ty | tz | ua | ub | uc | ud | ue | uf | ug | uh | ui | uj | uk | ul | um | un | uo | up | uq | ur | us | ut | uu | uv | uw | ux | uy | uz | va | vb | vc | vd | ve | vf | vg | vh | vi | vj | vk | vl | vm | vn | vo | vp | vq | vr | vs | vt | vu | vv | vw | wx | wy | wz | xa | xb | xc | xd | xe | xf | yg | xh | xi | xj | xk | xl | xm | xn | xo | xp | xq | xr | xs | xt | xu | xv | xw | xx | xy | xz | ya | yb | yc | yd | ye | yf | yg | yh | yi | yj | yk | yl | ym | yn | yo | yp | yq | yr | ys | yt | yu | yv | yw | yx | yy | yz | za | zb | zc | zd | ze | zf | zg | zh | zi | zj | zk | zl | zm | zn | zo | zp | zq | zr | zs | zt | zu | zv | zw | zx | zy | zz |
|------|-------|------|------|------|------|-------|------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 127 | 114,3 | 7,1 | 11,1 | 32,6 | 26,6 | 92,0 | 145 | 227 | 172 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 127 | 115 | 9 | 10,5 | 34,1 | 26,8 | 92,2 | 145 | 218 | 164 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 127 | 114,3 | 7,3 | 11,4 | 34,2 | 26,7 | 91,2 | 140 | 215 | 170 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 127 | 120 | 12 | 10,5 | 38,4 | 30,1 | 97,6 | 154 | 259 | 169 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 127 | 119 | 12,5 | 10,5 | 38,0 | 29,8 | 99,0 | 155 | 255 | 158 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 127 | 121 | 13,5 | 10,5 | 40,0 | 31,4 | 99,8 | 157 | 257 | 154 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 127 | 119,1 | 11,9 | 11,1 | 38,1 | 29,9 | 100,4 | 158 | 260 | 160 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 127 | 119,3 | 12,3 | 11,4 | 40,3 | 31,6 | 103,7 | 162 | 270 | 167 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 130 | 62 | 5,4 | 8,1 | 16,1 | 12,6 | 100 | 67,0 | 27,1 | 84,8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 130 | 67 | 10,4 | 8,1 | 22,6 | 17,7 | 52,6 | 81,0 | 35,6 | 81,0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 130 | 78 | 9 | 10,5 | 26,6 | 20,8 | 63,4 | 97,5 | 71,1 | 109 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 130 | 85 | 8 | 11,5 | 28,4 | 22,3 | 77,0 | 118 | 107 | 126 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 130 | 90 | 13 | 11,5 | 34,9 | 27,4 | 86,2 | 132 | 128 | 124 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 130 | 115 | 8 | 10,5 | 33,2 | 26,1 | 90,7 | 149 | 222 | 168 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 130 | 120 | 15 | 10,5 | 39,7 | 31,2 | 105,5 | 162 | 250 | 163 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| Höhe
m | A
cm | B
cm | d
cm | F
cm ² | t
mm | Gewicht
kg | L
cm | H
cm | d ₀
cm | Länge
cm | Bezeichnung des Profils | |
|-----------|---------|---------|---------|----------------------|---------|---------------|---------|---------|----------------------|-------------|--|---|
| | | | | | | | | | | | 1 | 2 |
| 140 | 53 | 10,5 | 7,9 | 21,9 | | 17,2 | 532 | 76,0 | 19,2 | 61,0 | Hy No 140 ^b | |
| 140 | 66 | 3,7 | 8,6 | 18,2 | | 14,1 | 572 | 81,7 | 15,2 | 60,4 | Normal Profil No 14 | |
| 140 | 71 | 10,7 | 8,6 | 25,2 | | 19,8 | 686 | 98,1 | 44,8 | 86,5 | R, K und R N ¹ No 14 max | |
| 147 | 90 | 9 | 12,2 | 33,8 | | 23,5 | 1100 | 149 | 116 | 120 | B No 90 ^b | |
| 147 | 96 | 14 | 12,2 | 41,1 | | 32,3 | 1233 | 168 | 134 | 117 | B No 96 ^b | |
| 150 | 70 | 6,0 | 9,0 | 20,4 | | 16,0 | 734 | 97,9 | 43,7 | 93,2 | Normal Profil No 15 | |
| 150 | 76 | 5,55 | 8,55 | 21,3 | | 16,7 | 775 | 103 | 54,9 | 104 | R A No 15 ^a | |
| 150 | 75 | 11 | 9 | 27,9 | | 21,9 | 875 | 117 | 56,6 | 92,6 | R K und R N ¹ No 15 max | |
| 150 | 80 | 7 | 9,5 | 24,2 | | 19,0 | 882 | 118 | 71,2 | 111 | A No 114 ^a St No 9, R No 8 ¹ max | |
| 150 | 85 | 12 | 9,5 | 32,1 | | 26,2 | 1023 | 136 | 86,8 | 107 | B No 8 ¹ max | |
| 152 | 76 | 6,6 | 8,8 | 22,8 | | 17,9 | 842 | 111 | 55,6 | 101 | Hy No 7 ¹ B N B A | |
| 152 | 76 | 5,5 | 9,5 | 21,7 | | 17,0 | 842 | 111 | 59,9 | 108 | D, K No 6 min | |
| 152 | 76 | 6,0 | 9,5 | 22,2 | | 17,4 | 852 | 112 | 60,1 | 107 | R No 6 ¹ max | |
| 152 | 80 | 10 | 9,5 | 28,4 | | 22,3 | 961 | 126 | 71,6 | 104 | R No 6 ¹ max | |
| 152 | 81 | 10,5 | 9,5 | 29,3 | | 23,0 | 971 | 128 | 73 | 105 | D K No 4 max | |
| 152 | 111,3 | 9,4 | 10,9 | 37,9 | | 29,8 | 1462 | 189 | 225 | 139 | Hy No 11 ¹ B N B A P No 1 ¹ max | |
| 152 | 127 | 7,5 | 11,5 | 39,4 | | 31,0 | 1579 | 208 | 326 | 187 | R No 12 ¹ max | |

| Höhe | breite | stärke | l | F | K | J ₁ | W | J ₂ | Länge | I | Herrichtung des Profils |
|------|--------|--------|------|-----------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|--|-------------------------|
| | | | | | | | | | | | |
| A | b | d | l | F | K | J ₁ | W | J ₂ | Länge | I | Herrichtung des Profils |
| mm | mm | mm | mm | cm ² | mm | cm ² | cm ² | cm ² | cm | cm | |
| 153 | 85 | 11,5 | 9,5 | 31,7 | 24,9 | 1046 | 141 | 85,9 | 107 | R R No 10 ¹ max | |
| 155 | 130 | 9 | 12,5 | 44,4 | 34,9 | 1869 | 241 | 377 | 189 | R R No 15 ¹ min | |
| 155 | 135 | 14 | 12,5 | 52,2 | 41,0 | 1994 | 257 | 427 | 186 | R R No 15 ¹ max | |
| 160 | 61 | 5 | 8,2 | 16,0 | 12,6 | 606 | 76 | 16,4 | 65,1 | R R No 16 ¹ a | |
| 160 | 57 | 11 | 8,2 | 25,6 | 20,1 | 811 | 101 | 24,6 | 63,7 | R R No 16 ¹ b | |
| 160 | 74 | 6,3 | 9,5 | 22,8 | 17,8 | 913 | 117 | 34,5 | 100 | Normal Profil No 16 | |
| 160 | 79 | 11,3 | 9,5 | 30,8 | 24,2 | 1104 | 138 | 72,9 | 99,5 | R R und B N P No 16 max | |
| 170 | 78 | 6,6 | 9,9 | 25,2 | 19,7 | 1153 | 157 | 66,3 | 105 | Normal Profil No 17 | |
| 170 | 83 | 11,6 | 9,9 | 33,7 | 26,5 | 1370 | 161 | 85,9 | 104 | R, F und B N P No 17 max | |
| 175 | 91 | 8,5 | 9,75 | 31,7 | 24,9 | 1480 | 168 | 108 | 120 | R R No 17 ¹ min | |
| 175 | 96 | 13,5 | 9,75 | 40,5 | 31,8 | 1707 | 194 | 129 | 116 | R R No 17 ¹ max | |
| 178 | 89 | 6 | 9,9 | 27,1 | 21,3 | 1442 | 162 | 101 | 125 | D, K No 17 ¹ min, Hy No 80 a | |
| 178 | 89 | 6 | 10 | 27,3 | 21,4 | 1456 | 163 | 102 | 126 | H, V No 17 ¹ | |
| 178 | 95 | 6,6 | 10 | 29,3 | 23,0 | 1522 | 171 | 123 | 133 | D, K No 17 ¹ min | |
| 178 | 95,25 | 7,1 | 10,3 | 32,0 | 25,1 | 1572 | 176 | 126 | 129 | A No 17 ¹ min | |
| 178 | 102 | 6 | 9,5 | 29,0 | 22,8 | 1584 | 178 | 145 | 145 | D, K No 17 ¹ min, Hy No 102 min | |

Messung des Profils

| H | Höhe | | | J | B | J ₁ | F | Länge | Profil |
|-----|-------|------|-------|-------|-------|----------------|------|-------|--------|
| | h | f | g | | | | | | |
| 305 | 152 | 12,7 | 22,4 | 102 | 80,1 | 15632 | 1026 | 117 | 221 |
| 305 | 162,5 | 15 | 21,5 | 110 | 89,4 | 16066 | 1080 | 1372 | 229 |
| 305 | 157,8 | 18 | 22,4 | 119 | 93,4 | 16968 | 1113 | 1318 | 216 |
| 305 | 167,5 | 20 | 21,5 | 126 | 98,1 | 17225 | 1157 | 1608 | 226 |
| 305 | 203 | 16,5 | 22,6 | 133 | 104 | 20276 | 1330 | 2718 | 294 |
| 305 | 208 | 21,5 | 22,6 | 148 | 116 | 21457 | 1407 | 2938 | 299 |
| 310 | 131 | 11,5 | 17,3 | 77,2 | 61,0 | 1240 | 781 | 574 | 174 |
| 320 | 146 | 10,5 | 17,3 | 93,7 | 73,6 | 13858 | 936 | 629 | 170 |
| 320 | 300 | 13 | 20,55 | 160,7 | 126,2 | 30119 | 1882 | 2967 | 454 |
| 340 | 132 | 12,2 | 18,3 | 86,2 | 68,1 | 13670 | 927 | 677 | 181 |
| 340 | 112 | 17,2 | 18,3 | 101 | 81,6 | 15308 | 1018 | 774 | 177 |
| 340 | 300 | 13,4 | 21,05 | 167,4 | 131,4 | 35241 | 2073 | 8097 | 432 |
| 350 | 140 | 11 | 19,5 | 86,5 | 67,9 | 17025 | 973 | 738 | 190 |
| 350 | 145 | 16 | 19,5 | 104 | 81,6 | 18006 | 1060 | 832 | 184 |
| 355 | 152 | 9 | 17,5 | 81,9 | 61,4 | 17704 | 993 | 882 | 213 |
| 355 | 157 | 14 | 17,5 | 101 | 79,3 | 18768 | 1221 | 970 | 202 |
| 355 | 163 | 10,6 | 16,5 | 81,6 | 61,4 | 16671 | 936 | 716 | 200 |

| Reihe | Fläche | | Stärke | Einsch.
stärke | F | Gewicht | | W. | A | Profil
länge | Bezeichnung des Profils | |
|-------|--------|------|--------|-------------------|------|---------|-----------------|------|------|-----------------|-----------------------------|---------|
| | b | d | | | | kg | cm ² | | | | | |
| cm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | | |
| 381 | 140 | 9 | 16 | 16 | 76,9 | 60,4 | 18118 | 957 | 628 | 185 | V. No. 140 | 15 min. |
| 381 | 110 | 9,4 | 16 | 16 | 77,6 | 60,9 | 18940 | 962 | 636 | 186 | R. No. 181 min | |
| 381 | 139,7 | 10,4 | 15,8 | 15,8 | 80,5 | 63,2 | 18375 | 945 | 609 | 179 | R. No. 18" x 6,8" min | |
| 381 | 133 | 16,5 | 15 | 15 | 97,4 | 76,5 | 19029 | 999 | 617 | 160 | D. R. No. 15 max. | |
| 381 | 145 | 15 | 15 | 15 | 97,5 | 76,5 | 19982 | 1049 | 662 | 169 | D. R. No. 140 | 15 min. |
| 381 | 132 | 15,7 | 16,4 | 16,4 | 98,1 | 77,0 | 19992 | 1080 | 662 | 165 | A. P. No. 15 max. | |
| 381 | 145 | 14,4 | 16 | 16 | 95,6 | 76,8 | 20604 | 1085 | 711 | 176 | R. No. 181 max. | |
| 381 | 117 | 16 | 16 | 16 | 103 | 80,9 | 21340 | 1120 | 718 | 172 | V. No. 140 | 15 min. |
| 381 | 152,4 | 11,1 | 18 | 18 | 94,3 | 74,0 | 21885 | 1148 | 918 | 202 | A. P. No. 15 min. | |
| 381 | 146 | 11,4 | 19 | 19 | 95,4 | 74,9 | 22026 | 1156 | 878 | 197 | R. No. 181 min | |
| 381 | 148,7 | 19,4 | 15,8 | 15,8 | 115 | 90,3 | 22528 | 1182 | 766 | 167 | R. No. 15" x 6,8" max. | |
| 381 | 157,1 | 15,9 | 18 | 18 | 113 | 88,7 | 24052 | 1263 | 1018 | 194 | A. P. No. 15 max. | |
| 381 | 151 | 16,4 | 19 | 19 | 114 | 89,5 | 24380 | 1277 | 974 | 180 | R. No. 181 max. | |
| 400 | 140 | 16 | 17 | 17 | 107 | 84,0 | 24006 | 1200 | 690 | 185 | Ry. No. 140 | 15 min. |
| 400 | 155 | 14,4 | 21,6 | 21,6 | 118 | 92,6 | 29173 | 1459 | 1180 | 204 | Normal-Prof. No. 60 | |
| 400 | 160 | 19,4 | 21,6 | 21,6 | 138 | 108 | 31839 | 1692 | 1295 | 199 | R. R. and R. N-P No. 40 max | |
| 100 | 300 | 15,5 | 24,6 | 24,6 | 204 | 160 | 57834 | 2882 | 9721 | 449 | 100 No. 40 R. | |
| 406 | 152 | 11 | 20 | 20 | 100 | 78,5 | 26829 | 1257 | 1008 | 208 | V. No. 140 | 15 min. |

| Höhe
m | Planab. Stütz-
flächen | | | Planab. Stütz-
flächen | | | W. | h | Länge | | Bezeichnung des Profils |
|-----------|---------------------------|------|-------|---------------------------|------|------|-----|------|-------|----|---|
| | A | d | h | A | d | h | | | l | cm | |
| 203 | 152 | 13,4 | 13,5 | 66,3 | 52,0 | 4437 | 437 | 617 | 203 | | Hy No 10 ²³ R & R 14 |
| 203 | 158 | 13,8 | 13,5 | 67,5 | 53,0 | 4468 | 440 | 730 | 214 | | Hy No 10 ²⁰ B, R No 10 ²³ max |
| 203 | 159,9 | 15 | 13 | 68,8 | 54,0 | 4498 | 443 | 730 | 212 | | R E No 10 ²³ max |
| 210 | 94 | 7,8 | 11,7 | 36,1 | 28,5 | 2558 | 244 | 117 | 126 | | Normal Profil No 21 |
| 210 | 99 | 12,6 | 11,7 | 46,8 | 36,7 | 2944 | 280 | 164 | 122 | | R E and B N P No 21 max |
| 220 | 65 | 6,8 | 9,3 | 26,3 | 20,6 | 1796 | 163 | 38,4 | 79,8 | | Hy No 20 ²⁰ a |
| 220 | 71 | 12,8 | 9,3 | 39,5 | 31,0 | 2329 | 212 | 50,3 | 73,0 | | Hy No 20 ²⁰ b |
| 220 | 98 | 8,7 | 12,2 | 36,5 | 31,0 | 3055 | 275 | 16,3 | 132 | | Normal Profil No 22 |
| 220 | 103 | 13,1 | 12,2 | 50,5 | 39,6 | 3499 | 318 | 130 | 127 | | R E and B N P No 22 max |
| 220 | 220 | 9 | 14,75 | 82,6 | 61,8 | 7379 | 671 | 2216 | 337 | | B R No 22 B |
| 228,6 | 177,8 | 12,3 | 18,7 | 90,2 | 70,8 | 8132 | 711 | 1471 | 262 | | A P No 9 min |
| 228,6 | 177,8 | 12,5 | 19 | 91,3 | 71,7 | 8161 | 714 | 1508 | 264 | | R E No 1 ²²⁸ min B No 1 ²²⁸ max |
| 228,6 | 183,0 | 17,6 | 18,7 | 103 | 80,9 | 8650 | 757 | 1592 | 255 | | A P, No 9 max |
| 228,6 | 187,3 | 22 | 19 | 113 | 88,7 | 9108 | 797 | 1796 | 260 | | R E No 1 ²²⁸ max |
| 228,5 | 190,7 | 25,4 | 19 | 121 | 94,7 | 9443 | 826 | 1920 | 259 | | B No 1 ²²⁸ max |
| 229 | 101,5 | 7,6 | 11,25 | 38,5 | 30,2 | 3360 | 285 | 103 | 135 | | R A No 22 a |

| Höhe | Jahr | No. | Temperatur | | Wind | Niederschlag | F. | H. | J _h | Tages | | Total |
|------|-------|------|------------|------|-------|--------------|------|-------|----------------|-------|------|-------|
| | | | max. | min. | | | | | | max. | min. | |
| 457 | 178 | 14 | 23,5 | 12 | 111 | 47849 | 2023 | 1940 | 241 | 178 | 178 | max |
| 457 | 184 | 21 | 22,9 | 171 | 134 | 51184 | 2240 | 2072 | 226 | 178 | 178 | max |
| 473 | 178 | 17,1 | 23,6 | 16,6 | 128 | 56410 | 2575 | 2084 | 244 | 178 | 178 | max |
| 473 | 183 | 22,1 | 25,6 | 187 | 147 | 60876 | 2563 | 2400 | 224 | 178 | 178 | max |
| 473 | 300 | 17,6 | 27,7 | 242 | 190 | 64811 | 3002 | 11432 | 441 | 178 | 178 | max |
| 500 | 178 | 18 | 27 | 17,9 | 141 | 68736 | 2550 | 2420 | 244 | 178 | 178 | max |
| 500 | 190 | 23 | 27 | 204 | 160 | 73944 | 2658 | 2738 | 237 | 178 | 178 | max |
| 500 | 300 | 19,1 | 28,9 | 262 | 205,5 | 11283 | 4451 | 11718 | 445 | 178 | 178 | max |
| 508 | 169 | 12,7 | 20 | 123 | 96,6 | 48016 | 1890 | 1138 | 900 | 178 | 178 | max |
| 508 | 160 | 12,5 | 195 | 122 | 95,8 | 48098 | 1905 | 1839 | 215 | 178 | 178 | max |
| 508 | 165 | 18,7 | 20 | 155 | 122 | 54359 | 2148 | 1310 | 189 | 178 | 178 | max |
| 508 | 170 | 22,6 | 19,5 | 173 | 136 | 59403 | 2389 | 1641 | 200 | 178 | 178 | max |
| 508 | 190,5 | 15,2 | 25,6 | 169 | 139 | 69659 | 2739 | 2621 | 256 | 178 | 178 | max |
| 508 | 190 | 15,5 | 26,7 | 171 | 134 | 70205 | 2761 | 2637 | 256 | 178 | 178 | max |
| 508 | 196 | 21,5 | 26,7 | 201 | 158 | 76759 | 3022 | 2911 | 248 | 178 | 178 | max |
| 530 | 196 | 15 | 28 | 181 | 142 | 88201 | 3207 | 3034 | 265 | 178 | 178 | max |
| 560 | 196 | 16 | 29 | 189 | 148 | 92110 | 3349 | 3212 | 265 | 178 | 178 | max |



Mittel aus 5 Proben

| U. No. | Flüch.
No. | Stück
No. | Platte
No. | Quer-
schnitt | L | B | J ₀ | Pro-
be | Be-
merk. |
|--------|---------------|--------------|---------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|---|
| a | b | d | f | F | K ₀ | K ₁ | cm ³ | f | |
| mm | mm | mm | mm | cm ² | cm ² | cm ² | cm ³ | cm | |
| 254 | 127 | 7,1 | 12,7 | 49,3 | 38,7 | 5406 | 426 | 368 | R No 127
2 nd min. |
| 254 | 127 | 7 | 19 | 49,0 | 38,5 | 5491 | 432 | 377 | R L No 127
2 nd min, D K No 10
A No 5 |
| 254 | 127 | 7,3 | 13 | 50,4 | 39,6 | 5515 | 434 | 378 | Hy No 127
2 nd min |
| 254 | 120 | 13 | 12 | 58,5 | 45,9 | 5538 | 436 | 355 | V No 114
2 nd max |
| 254 | 120 | 14 | 12,5 | 61,8 | 48,5 | 5638 | 448 | 314 | D K No 10
2 nd max |
| 254 | 120 | 14 | 12,6 | 62,9 | 49,4 | 5807 | 457 | 314 | Hy No 114
2 nd min |
| 254 | 127 | 10 | 13 | 56,8 | 44,6 | 5884 | 463 | 380 | Hy No 127
2 nd min, B A B 17 |
| 254 | 127 | 7,5 | 14,5 | 53,2 | 41,8 | 5976 | 470 | 425 | R No 10
2 nd min |
| 254 | 127 | 7,5 | 15,25 | 55,5 | 43,6 | 6223 | 490 | 448 | D K No 10
2 nd min |
| 254 | 133 | 13,3 | 13 | 64,6 | 50,7 | 6292 | 496 | 416 | D K No 10
2 nd max, R K No 127
Hy No 127 |
| 254 | 133,4 | 13,5 | 12,7 | 65,8 | 51,7 | 6334 | 499 | 420 | B No 127
2 nd max, A B No 10
max |
| 254 | 140 | 8 | 14 | 57,5 | 45,1 | 6421 | 506 | 528 | Hy No 140
2 nd min |
| 254 | 132 | 12,5 | 14,5 | 65,5 | 51,5 | 6608 | 520 | 478 | R No 10
2 nd max |
| 254 | 134 | 14,5 | 15,25 | 73,2 | 57,5 | 7176 | 566 | 531 | D K No 10
2 nd max |

| Year | Month | Day | Time | Temperature | | Wind | Direction | Remarks |
|------|-------|-----|------|-------------|------|--------|-----------|---------|
| | | | | Max | Min | | | |
| 1871 | Jan | 1 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 2 | 10 | 47.0 | 35.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 3 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 4 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 5 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 6 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 7 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 8 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 9 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 10 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 11 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 12 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 13 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 14 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 15 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 16 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 17 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 18 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 19 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 20 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 21 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 22 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 23 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 24 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 25 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 26 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 27 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 28 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 29 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 30 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |
| 1871 | Jan | 31 | 10 | 44.0 | 32.0 | 1000.0 | SE | |

| Länge | Höhe | Stärke | Härte | F | L | W. | Zugkraft | Rostbeständigkeit | |
|-------|-------|--------|-------|------|------|-------|----------|-------------------|--------------------------------|
| | | | | | | | | mm | mm |
| 305 | 152 | 8,8 | 16 | 72,3 | 56,7 | 11468 | 752 | 807 | 217 |
| | | | | | | | | | D K No 12 A max |
| 305 | 152 | 9 | 16 | 78,1 | 57,5 | 11667 | 765 | 808 | 216 |
| | | | | | | | | | H No 30 min max |
| 305 | 140 | 9,9 | 17,5 | 76,5 | 60,1 | 11762 | 771 | 705 | 198 |
| | | | | | | | | | H No 60 d min |
| 305 | 150 | 9,3 | 16,5 | 76,1 | 59,7 | 11895 | 780 | 784 | 209 |
| | | | | | | | | | R V No 130 max |
| 305 | 152,4 | 10,3 | 15 | 74,4 | 58,4 | 11897 | 781 | 731 | 204 |
| | | | | | | | | | V No 100 min |
| 305 | 152,5 | 9,5 | 16,5 | 76,2 | 59,8 | 12075 | 797 | 809 | 212 |
| | | | | | | | | | A V No 12 min |
| 305 | 152 | 8,8 | 17 | 76,3 | 59,9 | 12193 | 800 | 846 | 216 |
| | | | | | | | | | Hy No 152 A, R No 12, 8, 6 max |
| 305 | 157,4 | 13,4 | 15 | 89,7 | 70,4 | 12613 | 827 | 819 | 196 |
| | | | | | | | | | V No 302 max |
| 305 | 152 | 10 | 18 | 81,6 | 64,4 | 12728 | 835 | 908 | 217 |
| | | | | | | | | | D K No 12 B min |
| 305 | 152 | 11,3 | 17 | 83,4 | 65,5 | 12784 | 839 | 848 | 207 |
| | | | | | | | | | Hy No 152 B, 8, 10, 21 |
| 305 | 157 | 14 | 16 | 88,5 | 69,6 | 12847 | 843 | 890 | 206 |
| | | | | | | | | | R No 305 max |
| 305 | 158 | 14,8 | 16 | 90,6 | 71,1 | 12886 | 845 | 911 | 206 |
| | | | | | | | | | D K No 12 A max |
| 305 | 147 | 16,9 | 17,5 | 97,8 | 76,8 | 13417 | 880 | 823 | 189 |
| | | | | | | | | | B No 306 max |
| 305 | 158 | 14,8 | 17 | 93,8 | 73,6 | 13612 | 893 | 967 | 207 |
| | | | | | | | | | Hy No 152 B |
| 305 | 158,5 | 15,5 | 16,5 | 96,0 | 75,4 | 13758 | 902 | 938 | 203 |
| | | | | | | | | | A V No 12 max |
| 305 | 158 | 15 | 17 | 94,3 | 74,0 | 14090 | 924 | 959 | 207 |
| | | | | | | | | | R No 12 A max |
| 305 | 160 | 18 | 18 | 105 | 82,4 | 14462 | 948 | 1098 | 222 |
| | | | | | | | | | D K No 13 B max |
| 305 | 162,4 | 21,7 | 16,5 | 114 | 89,5 | 14803 | 971 | 1031 | 195 |
| | | | | | | | | | R A No 150 max |

[illegible]

| Höhe | breite | Stärke | Stärke | F | kg | J ₁ | J ₂ | J ₃ | Norm. 300 62 100 100 100 100 | |
|------|--------|--------|--------|-------|-------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------------|--------------------------|
| | | | | | | | | | cm ² | cm ² |
| h | b | d | t | F | kg | cm ² | cm ² | cm ² | Hy No | Hy No |
| 356 | 152 | 10,5 | 17,4 | 87,1 | 68,4 | 18083 | 986 | 870 | 205 | 156 12 12 12 12 12 |
| 356 | 152 | 11 | 17,5 | 89,0 | 69,9 | 18212 | 1028 | 884 | 206 | 10 10 10 10 10 10 |
| 356 | 150,7 | 16,5 | 16,5 | 99,5 | 78,1 | 18438 | 1036 | 840 | 189 | 11 11 11 11 11 11 |
| 356 | 158 | 17 | 17,5 | 109 | 85,6 | 20468 | 1150 | 1021 | 190 | 14 14 14 14 14 14 |
| 356 | 152 | 12,7 | 22,1 | 108 | 84,8 | 22187 | 1248 | 1163 | 214 | 16 16 16 16 16 16 |
| 360 | 147 | 13 | 19,5 | 97 | 76,2 | 19576 | 1088 | 847 | 189 | No m. 12 12 12 12 12 12 |
| 360 | 148 | 18 | 19,5 | 115 | 90,3 | 21520 | 1196 | 924 | 184 | 12 12 12 12 12 12 |
| 360 | 300 | 14,2 | 22,6 | 181,5 | 142,5 | 42479 | 2360 | 8793 | 452 | 10 10 10 10 10 10 |
| 380 | 127 | 10 | 16,7 | 75,9 | 59,5 | 16805 | 885 | 406 | 161 | 13 13 13 13 13 13 |
| 380 | 127 | 11 | 15,7 | 79,6 | 62,5 | 17262 | 909 | 467 | 157 | 13 13 13 13 13 13 |
| 380 | 133 | 16 | 15,7 | 98,7 | 77,5 | 19549 | 1029 | 517 | 153 | 13 13 13 13 13 13 |
| 380 | 179 | 11,7 | 20,7 | 107 | 84,0 | 19978 | 1267 | 977 | 196 | Normal 12 12 12 12 12 12 |
| 380 | 154 | 18,7 | 20,5 | 126 | 98,9 | 20254 | 1382 | 1092 | 191 | 12 12 12 12 12 12 |
| 380 | 300 | 11,8 | 23,4 | 191,2 | 150,1 | 49196 | 2605 | 9175 | 450 | 10 10 10 10 10 10 |
| 381 | 127 | 10,5 | 15 | 74,5 | 58,5 | 16265 | 854 | 443 | 158 | 13 13 13 13 13 13 |
| 381 | 127 | 10,7 | 16,4 | 79,1 | 62,1 | 17088 | 928 | 497 | 163 | 13 13 13 13 13 13 |
| 381 | 140 | 10 | 15 | 78,4 | 61,5 | 18076 | 948 | 512 | 170 | 13 13 13 13 13 13 |

Anhang.

| Hole
Ø | Fräsch
Ø | Ø
mm | Hesse
Ø
mm | Sperr
schicht
F | Gewicht
kg | Schwer-
punkt
abstand
mm | J ₂
cm ⁴ | H ₂
cm ³ | Biege-
moment des Profils |
|-----------|-------------|---------|------------------|-----------------------|---------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| | | | | | | | | | |
| 75 | 45 | 10 | 10,5 | 15,0 | 11,7 | 15,8 | 112 | 29,9 | 25,6 R K No 75 10 min |
| 75 | 45 | 10 | 11 | 15,2 | 11,9 | 16,0 | 115 | 30,6 | 26,4 R K No 10 |
| 75 | 50 | 9 | 9,5 | 14,4 | 11,3 | 16,8 | 116 | 30,9 | 32,0 U, No 9 |
| 75 | 47 | 12 | 10,5 | 16,5 | 12,9 | 17,3 | 119 | 31,4 | 30,9 R K No 75 10 min, 10 K W 4 1/2 |
| 75 | 48 | 13 | 10 | 16,9 | 13,3 | 16,0 | 121 | 32,3 | 32,0 R K No 75 10 min |
| 76 | 44 | 8 | 8,3 | 12,0 | 9,42 | 14,2 | 97,8 | 25,6 | 18,0 D. K. No. 3 |
| 76 | 55 | 7,5 | 11,5 | 16,5 | 12,9 | 21,2 | 129 | 34,3 | 48,8 D K W-F 1/4 |
| 76 | 55 | 10 | 11,2 | 17,7 | 13,9 | 20,7 | 143 | 37,7 | 50,3 R F No - min 10 No 11 |
| 76 | 57 | 12 | 11,2 | 19,2 | 15,1 | 20,9 | 150 | 39,6 | 56,8 R K No 60 max |
| 76 | 55 | 9 | 13,25 | 19,2 | 15,1 | 20,7 | 155 | 40,7 | 50,3 11/2 No 76 |
| 78,5 | 51 | 7 | 9,2 | 13,7 | 10,7 | 17,9 | 126 | 32,0 | 32,1 R K No 78,5 min |
| 78,5 | 53 | 9 | 9,2 | 15,2 | 11,9 | 17,9 | 134 | 34,1 | 37,1 R K No 78,5 max |
| 80 | 40 | 6 | 7,75 | 10,2 | 8,01 | 12,8 | 94,6 | 23,7 | 15,3 R No 80 min, 80 No 37 |
| 80 | 45 | 6 | 8 | 11,0 | 8,66 | 14,5 | 106 | 26,5 | 19,4 Normal-Profil No 8. |
| 80 | 43 | 9 | 7,75 | 12,6 | 9,89 | 13,1 | 107 | 26,9 | 19,7 R No 80 max |
| 80 | 63 | 7,5 | 7 | 12,4 | 9,74 | 16,3 | 114 | 28,6 | 30,5 D K W-F 1/2 |
| 80 | 47 | 8 | 8 | 12,6 | 9,89 | 11,6 | 115 | 28,6 | 23,5 R K No 80 max |

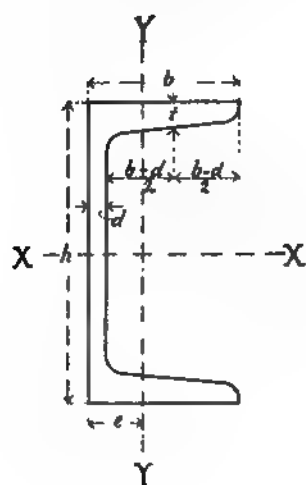
| Höhe | | | | Temperatur | | | | Wind | | Gewicht | | W. | | J ₀ | | Länge | | Berechnung des Prods | |
|-------|-------|------|------|----------------|------|-------|----------------|----------------|----------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------|
| A | B | t | h | h ₁ | t | h | h ₁ | h ₂ | h ₃ | h ₄ | h ₅ | h ₆ | h ₇ | h ₈ | h ₉ | h ₁₀ | h ₁₁ | h ₁₂ | h ₁₃ |
| mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm | mm |
| 406 | 152 | 14 | 20 | 112 | 87,9 | 27892 | 1374 | 1014 | 195 | 16 | min | | | | | | | | |
| 406 | 152 | 14 | 21,5 | 118 | 92,6 | 30214 | 1487 | 1127 | 201 | 117 | 400 | 118 | 117 | 172 | max | | | | |
| 406 | 157 | 16 | 20 | 121 | 95,0 | 29950 | 1475 | 1121 | 198 | 172 | max | | | | | | | | |
| 406 | 158 | 20 | 20 | 136 | 107 | 31238 | 1539 | 1152 | 181 | 16 | min | | | | | | | | |
| 435 | 163 | 15,3 | 21 | 112 | 104 | 30036 | 1739 | 1433 | 214 | Normal-Prod. No 4216 | | | | | | | | | |
| 425 | 168 | 20,3 | 23 | 153 | 120 | 40155 | 1889 | 1630 | 210 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 425 | 300 | 16 | 25,4 | 214 | 168 | 68249 | 3212 | 10078 | 446 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 430 | 170 | 16,2 | 24,3 | 147 | 115 | 45888 | 2049 | 1722 | 222 | Normal-Prod. No 43 | | | | | | | | | |
| 450 | 176 | 21,2 | 24,3 | 170 | 133 | 49628 | 2298 | 1920 | 218 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 450 | 300 | 17 | 26,5 | 229 | 180 | 80887 | 3595 | 10868 | 444 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 457,2 | 152,4 | 11,7 | 17,5 | 103 | 80,7 | 33110 | 1448 | 881 | 190 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 457 | 152 | 11,7 | 18 | 104 | 81,6 | 33153 | 1451 | 911 | 192 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 457 | 153 | 11,7 | 17,6 | 104 | 81,6 | 33195 | 1453 | 896 | 190 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 457 | 158 | 17,7 | 18 | 132 | 104 | 37931 | 1660 | 1034 | 182 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 457 | 159,1 | 17,8 | 17,6 | 132 | 104 | 38047 | 1665 | 1030 | 181 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 457,2 | 159 | 17,5 | 17,5 | 134 | 105 | 38070 | 1670 | 1025 | 180 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |
| 457 | 178 | 15 | 22,9 | 142 | 111 | 46408 | 2031 | 1861 | 235 | 16 | und 11 | 11 | 11 | 172 | max | | | | |

| Höhe
h
mm | Klansch-
breite
b
mm | Stütz-
stärke
d
mm | Flansch-
stärke
t
mm | Quer-
schnitt
F
cm ² | Gewicht
G
kg | Querschnitt
m ² | J _x
cm ⁴ | W _x
cm ³ | J _y
cm ⁴ | Bezeichnung des Profils |
|-----------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|--|--------------------|-------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| | | | | | | | | | | |
| 105 | 68 | 7 | 7 | 15,9 | 12,5 | 21,7 | 273 | 53,0 | 72,5 | H. V. No. 10 $\frac{1}{2}$ a ; II D. No. 10 $\frac{1}{2}$ W |
| 105 | 68 | 6,5 | 7,7 | 16,3 | 12,8 | 21,1 | 287 | 54,7 | 66,8 | I No. 10 $\frac{1}{2}$ W ; D K W-P. 10 $\frac{1}{2}$ K No 9, F. No 105 |
| 105 | 65 | 8 | 8 | 17,1 | 13,6 | 18,8 | 287 | 54,7 | 61,2 | Normal-Profil No. 10 $\frac{1}{2}$ W-P |
| 105 | 67 | 10 | 8 | 19,4 | 16,2 | 19,1 | 305 | 58,4 | 74,1 | II, No. 10 $\frac{1}{2}$ b |
| 105 | 68 | 11 | 8 | 20,7 | 16,2 | 19,3 | 316 | 60,2 | 80,6 | B. N-P No. 10 $\frac{1}{2}$ max. |
| 105 | 68,5 | 11,5 | 8 | 21,0 | 16,5 | 19,4 | 321 | 61,1 | 84,0 | R. K. N-P. No. 10 $\frac{1}{2}$ max. |
| 105 | 66 | 9 | 11,5 | 22,6 | 17,7 | 21,7 | 353 | 71,0 | 85,9 | V No. 11 |
| 116,5 | 67 | 11 | 12 | 26,5 | 20,8 | 23,0 | 513 | 88,4 | 113 | R. E. No. 11 $\frac{1}{2}$ mls. |
| 116,5 | 70,5 | 14,5 | 12 | 30,8 | 23,8 | 23,2 | 596 | 96,1 | 135 | R. E. No. 11 $\frac{1}{2}$ max |
| 117,5 | 65 | 10 | 10 | 22,6 | 17,7 | 19,1 | 447 | 70,1 | 77,1 | Normal-Profil No. 11 $\frac{1}{2}$ W-P. |
| 117,5 | 67 | 12 | 10 | 24,9 | 19,6 | 19,6 | 473 | 80,7 | 87,4 | II, No. 11 $\frac{1}{2}$ b |
| 117,5 | 68 | 13 | 10 | 26,1 | 20,5 | 19,9 | 487 | 83,0 | 92,5 | B. N-P No. 11 $\frac{1}{2}$ max. |
| 117,5 | 68,5 | 13,5 | 10 | 26,7 | 21,0 | 20,0 | 494 | 84,2 | 95,0 | L. E. N-P. No. 11 $\frac{1}{2}$ max. |
| 120 | 65 | 7 | 9 | 17,0 | 13,4 | 16,0 | 364 | 60,7 | 43,2 | Normal-Profil No. 12 |
| 120 | 67 | 9 | 9 | 19,4 | 15,2 | 15,9 | 393 | 65,5 | 51,5 | II, No. 12 b. |
| 120 | 68 | 10 | 9 | 20,6 | 16,2 | 15,0 | 407 | 67,9 | 54,5 | B. N-P No. 12 max. |
| 120 | 68,5 | 10,5 | 9 | 21,2 | 16,5 | 15,9 | 414 | 69,1 | 55,4 | R. R. N-P. No. 12 max. |
| 121,5 | 35 | 5 | 5,75 | 9,53 | 7,48 | 8,4 | 188 | 30,9 | 9,42 | V No. 12 |
| 121,5 | 35 | 5 | 6 | 9,61 | 7,54 | 9,0 | 195 | 32,1 | 9,74 | II V. No. 12 $\frac{1}{2}$ mls. |
| 122 | 35 | 5 | 6,75 | 9,68 | 7,60 | 8,35 | 190 | 31,0 | 9,48 | D. No. 12 $\frac{1}{2}$ mls. |

| Probe
A | B
mm | Steg.
stark
mm | Länge
mm | Stärke
mm | F
cm ² | Z
kg | Z
mm | F ₀
cm ² | F ₀
mm ² | Probe
Länge
mm | Bezeichnung der Probe |
|------------|---------|----------------------|-------------|--------------|----------------------|---------|---------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------|
| | | | | | | | | | | | |
| 550 | 200 | 19 | 30 | 212 | 167 | 90057 | 3012 | 3180 | 263 | 263 | Stahl Prob. No. 53 |
| 550 | 203 | 22 | 30 | 229 | 180 | 10397 | 3742 | 3676 | 260 | 260 | R. S. P. No. 600 |
| 550 | 205 | 24 | 30 | 240 | 188 | 10586 | 3858 | 3720 | 255 | 255 | R. S. P. No. 600 max |
| 550 | 300 | 20,6 | 30,75 | 288 | 226 | 14657 | 5308 | 12562 | 430 | 430 | 100 No. 50 R |
| 600 | 215 | 21,8 | 32,1 | 254 | 199 | 13857 | 4632 | 4591 | 276 | 276 | 1 N P No. 60 R |
| 600 | 300 | 20,8 | 30,95 | 300,5 | 236 | 173403 | 5977 | 12672 | 422 | 422 | 100 No. 60 R |
| 610 | 177,8 | 12,7 | 22,1 | 152 | 119 | 85825 | 2848 | 1782 | 222 | 222 | R. L. No. 175 |
| 610 | 184,1 | 19 | 22,1 | 190 | 149 | 98718 | 3338 | 2016 | 211 | 211 | R. P. No. 175 max |
| 650 | 300 | 21,1 | 31,25 | 314,5 | 247 | 217401 | 6590 | 12814 | 415 | 415 | 100 No. 65 R |
| 750 | 300 | 21,1 | 31,25 | 336 | 263 | 302560 | 8068 | 12823 | 402 | 402 | 100 No. 75 R |

| Hö. | S. 2. 3. 4. | | | | S. 5. 6. | | J. | W. | J ₂ | Beschreibung des Profils |
|-----|-------------|------|-------|------|----------|------|------|------|----------------|--------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | | | |
| 140 | 83 | 11 | 13 | 34,5 | 27,1 | 26,5 | 1019 | 146 | 207 | 11 N 8 P 11 |
| 140 | 84 | 12 | 13 | 35,9 | 28,2 | 26,4 | 1041 | 149 | 218 | 11 N 8 P 11 B No 28 max |
| 142 | 85 | 13 | 14,75 | 40,0 | 31,4 | 27,7 | 1180 | 166 | 274 | 12 N 9 56 12 max N No 19 |
| 142 | 92 | 15 | 16 | 40,8 | 32,0 | 28,8 | 1191 | 168 | 280 | 12 N 9 56 12 max |
| 142 | 88 | 16 | 14,75 | 44,3 | 31,8 | 27,9 | 1252 | 176 | 310 | 12 N 9 56 12 max |
| 142 | 85,5 | 16,5 | 16 | 45,8 | 36,0 | 29,0 | 1275 | 179 | 301 | 12 N 9 56 12 max |
| 143 | 61,5 | 8,5 | 10,1 | 22,9 | 18,0 | 18,5 | 681 | 95,2 | 79,6 | 10 N 11 12 max |
| 143 | 65 | 12 | 10,1 | 27,9 | 21,9 | 19,1 | 765 | 107 | 95,6 | 10 N 11 12 max |
| 144 | 75 | 9 | 14 | 31,0 | 24,3 | 25,2 | 909 | 137 | 152 | 10 N 11 12 max 115 m |
| 144 | 78 | 12 | 13,5 | 35,2 | 27,6 | 26,8 | 1080 | 147 | 201 | 10 N 11 12 max 115 m |
| 141 | 81 | 15 | 13,5 | 39,5 | 31,0 | 24,7 | 1135 | 158 | 220 | 10 N 11 12 max |
| 141 | 81,5 | 15,5 | 13,5 | 40,1 | 31,7 | 25,9 | 1150 | 160 | 245 | 10 N 11 12 max |
| 145 | 62 | 8 | 8 | 19,8 | 15,5 | 15,9 | 780 | 80,7 | 65,6 | 10 N 11 12 max 115 m |
| 145 | 62 | 10 | 8 | 22,7 | 16,6 | 15,2 | 806 | 87,7 | 63,2 | 10 N 11 12 max |
| 145 | 63 | 11 | 8 | 24,1 | 18,9 | 15,2 | 831 | 91,3 | 65,6 | 10 N 11 12 max |
| 145 | 63,5 | 11,5 | 8 | 24,9 | 19,5 | 15,3 | 874 | 93,0 | 65,6 | 10 N 11 12 max |

C-Eisen.



1917

| Year | Jan | Feb | Mar | Apr | May | June | July | Aug | Sept | Oct | Nov | Dec | Total |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|------|-----|-----|-----|-------|
| 1917 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 675 |
| 1918 | 12 | 18 | 22 | 28 | 32 | 38 | 42 | 48 | 52 | 58 | 62 | 68 | 700 |
| 1919 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 69 | 710 |
| 1920 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 720 |
| 1921 | 18 | 23 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 | 73 | 735 |
| 1922 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 750 |
| 1923 | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 765 |
| 1924 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 69 | 74 | 79 | 780 |
| 1925 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 76 | 81 | 795 |
| 1926 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 | 73 | 78 | 83 | 810 |
| 1927 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 825 |
| 1928 | 32 | 37 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 82 | 87 | 840 |
| 1929 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 69 | 74 | 79 | 84 | 89 | 855 |
| 1930 | 36 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 76 | 81 | 86 | 91 | 870 |
| 1931 | 38 | 43 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 | 73 | 78 | 83 | 88 | 93 | 885 |
| 1932 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 900 |
| 1933 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 82 | 87 | 92 | 97 | 915 |
| 1934 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 69 | 74 | 79 | 84 | 89 | 94 | 99 | 930 |
| 1935 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 76 | 81 | 86 | 91 | 96 | 101 | 945 |
| 1936 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 | 73 | 78 | 83 | 88 | 93 | 98 | 103 | 960 |
| 1937 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 975 |
| 1938 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 82 | 87 | 92 | 97 | 102 | 107 | 990 |
| 1939 | 54 | 59 | 64 | 69 | 74 | 79 | 84 | 89 | 94 | 99 | 104 | 109 | 1005 |
| 1940 | 56 | 61 | 66 | 71 | 76 | 81 | 86 | 91 | 96 | 101 | 106 | 111 | 1020 |
| 1941 | 58 | 63 | 68 | 73 | 78 | 83 | 88 | 93 | 98 | 103 | 108 | 113 | 1035 |
| 1942 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 1050 |
| 1943 | 62 | 67 | 72 | 77 | 82 | 87 | 92 | 97 | 102 | 107 | 112 | 117 | 1065 |
| 1944 | 64 | 69 | 74 | 79 | 84 | 89 | 94 | 99 | 104 | 109 | 114 | 119 | 1080 |
| 1945 | 66 | 71 | 76 | 81 | 86 | 91 | 96 | 101 | 106 | 111 | 116 | 121 | 1095 |
| 1946 | 68 | 73 | 78 | 83 | 88 | 93 | 98 | 103 | 108 | 113 | 118 | 123 | 1110 |
| 1947 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 1125 |
| 1948 | 72 | 77 | 82 | 87 | 92 | 97 | 102 | 107 | 112 | 117 | 122 | 127 | 1140 |
| 1949 | 74 | 79 | 84 | 89 | 94 | 99 | 104 | 109 | 114 | 119 | 124 | 129 | 1155 |
| 1950 | 76 | 81 | 86 | 91 | 96 | 101 | 106 | 111 | 116 | 121 | 126 | 131 | 1170 |
| 1951 | 78 | 83 | 88 | 93 | 98 | 103 | 108 | 113 | 118 | 123 | 128 | 133 | 1185 |
| 1952 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 1200 |
| 1953 | 82 | 87 | 92 | 97 | 102 | 107 | 112 | 117 | 122 | 127 | 132 | 137 | 1215 |
| 1954 | 84 | 89 | 94 | 99 | 104 | 109 | 114 | 119 | 124 | 129 | 134 | 139 | 1230 |
| 1955 | 86 | 91 | 96 | 101 | 106 | 111 | 116 | 121 | 126 | 131 | 136 | 141 | 1245 |
| 1956 | 88 | 93 | 98 | 103 | 108 | 113 | 118 | 123 | 128 | 133 | 138 | 143 | 1260 |
| 1957 | 90 | 95 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 | 145 | 1275 |
| 1958 | 92 | 97 | 102 | 107 | 112 | 117 | 122 | 127 | 132 | 137 | 142 | 147 | 1290 |
| 1959 | 94 | 99 | 104 | 109 | 114 | 119 | 124 | 129 | 134 | 139 | 144 | 149 | 1305 |
| 1960 | 96 | 101 | 106 | 111 | 116 | 121 | 126 | 131 | 136 | 141 | 146 | 151 | 1320 |
| 1961 | 98 | 103 | 108 | 113 | 118 | 123 | 128 | 133 | 138 | 143 | 148 | 153 | 1335 |
| 1962 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 | 145 | 150 | 155 | 1350 |
| 1963 | 102 | 107 | 112 | 117 | 122 | 127 | 132 | 137 | 142 | 147 | 152 | 157 | 1365 |
| 1964 | 104 | 109 | 114 | 119 | 124 | 129 | 134 | 139 | 144 | 149 | 154 | 159 | 1380 |
| 1965 | 106 | 111 | 116 | 121 | 126 | 131 | 136 | 141 | 146 | 151 | 156 | 161 | 1395 |
| 1966 | 108 | 113 | 118 | 123 | 128 | 133 | 138 | 143 | 148 | 153 | 158 | 163 | 1410 |
| 1967 | 110 | 115 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 1425 |
| 1968 | 112 | 117 | 122 | 127 | 132 | 137 | 142 | 147 | 152 | 157 | 162 | 167 | 1440 |
| 1969 | 114 | 119 | 124 | 129 | 134 | 139 | 144 | 149 | 154 | 159 | 164 | 169 | 1455 |
| 1970 | 116 | 121 | 126 | 131 | 136 | 141 | 146 | 151 | 156 | 161 | 166 | 171 | 1470 |
| 1971 | 118 | 123 | 128 | 133 | 138 | 143 | 148 | 153 | 158 | 163 | 168 | 173 | 1485 |
| 1972 | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 1500 |
| 1973 | 122 | 127 | 132 | 137 | 142 | 147 | 152 | 157 | 162 | 167 | 172 | 177 | 1515 |
| 1974 | 124 | 129 | 134 | 139 | 144 | 149 | 154 | 159 | 164 | 169 | 174 | 179 | 1530 |
| 1975 | 126 | 131 | 136 | 141 | 146 | 151 | 156 | 161 | 166 | 171 | 176 | 181 | 1545 |
| 1976 | 128 | 133 | 138 | 143 | 148 | 153 | 158 | 163 | 168 | 173 | 178 | 183 | 1560 |
| 1977 | 130 | 135 | 140 | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 1575 |
| 1978 | 132 | 137 | 142 | 147 | 152 | 157 | 162 | 167 | 172 | 177 | 182 | 187 | 1590 |
| 1979 | 134 | 139 | 144 | 149 | 154 | 159 | 164 | 169 | 174 | 179 | 184 | 189 | 1605 |
| 1980 | 136 | 141 | 146 | 151 | 156 | 161 | 166 | 171 | 176 | 181 | 186 | 191 | 1620 |
| 1981 | 138 | 143 | 148 | 153 | 158 | 163 | 168 | 173 | 178 | 183 | 188 | 193 | 1635 |
| 1982 | 140 | 145 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 1650 |
| 1983 | 142 | 147 | 152 | 157 | 162 | 167 | 172 | 177 | 182 | 187 | 192 | 197 | 1665 |
| 1984 | 144 | 149 | 154 | 159 | 164 | 169 | 174 | 179 | 184 | 189 | 194 | 199 | 1680 |
| 1985 | 146 | 151 | 156 | 161 | 166 | 171 | 176 | 181 | 186 | 191 | 196 | 201 | 1695 |
| 1986 | 148 | 153 | 158 | 163 | 168 | 173 | 178 | 183 | 188 | 193 | 198 | 203 | 1710 |
| 1987 | 150 | 155 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 1725 |
| 1988 | 152 | 157 | 162 | 167 | 172 | 177 | 182 | 187 | 192 | 197 | 202 | 207 | 1740 |
| 1989 | 154 | 159 | 164 | 169 | 174 | 179 | 184 | 189 | 194 | 199 | 204 | 209 | 1755 |
| 1990 | 156 | 161 | 166 | 171 | 176 | 181 | 186 | 191 | 196 | 201 | 206 | 211 | 1770 |
| 1991 | 158 | 163 | 168 | 173 | 178 | 183 | 188 | 193 | 198 | 203 | 208 | 213 | 1785 |
| 1992 | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 | 215 | 1800 |
| 1993 | 162 | 167 | 172 | 177 | 182 | 187 | 192 | 197 | 202 | 207 | 212 | 217 | 1815 |
| 1994 | 164 | 169 | 174 | 179 | 184 | 189 | 194 | 199 | 204 | 209 | 214 | 219 | 1830 |
| 1995 | 166 | 171 | 176 | 181 | 186 | 191 | 196 | 201 | 206 | 211 | 216 | 221 | 1845 |
| 1996 | 168 | 173 | 178 | 183 | 188 | 193 | 198 | 203 | 208 | 213 | 218 | 223 | 1860 |
| 1997 | 170 | 175 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 | 215 | 220 | 225 | 1875 |
| 1998 | 172 | 177 | 182 | 187 | 192 | 197 | 202 | 207 | 212 | 217 | 222 | 227 | 1890 |
| 1999 | 174 | 179 | 184 | 189 | 194 | 199 | 204 | 209 | 214 | 219 | 224 | 229 | 1905 |
| 2000 | 176 | 181 | 186 | 191 | 196 | 201 | 206 | 211 | 216 | 221 | 226 | 231 | 1920 |
| 2001 | 178 | 183 | 188 | 193 | 198 | 203 | 208 | 213 | 218 | 223 | 228 | 233 | 1935 |
| 2002 | 180 | 185 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 | 215 | 220 | 225 | 230 | 235 | 1950 |
| 2003 | 182 | 187 | 192 | 197 | 202 | 207 | 212 | 217 | 222 | 227 | 232 | 237 | 1965 |
| 2004 | 184 | 189 | 194 | 199 | 204 | 209 | 214 | 219 | 224 | 229 | 234 | 239 | 1980 |
| 2005 | 186 | 191 | 196 | 201 | 206 | 211 | 216 | 221 | 226 | 231 | 236 | 241 | 1995 |
| 2006 | 188 | 193 | 198 | 203 | 208 | 213 | 218 | 223 | 228 | 233 | 238 | 243 | 2010 |
| 2007 | 190 | 195 | 200 | 205 | 210 | 215 | 220 | 225 | 230 | 235 | 240 | 245 | 2025 |
| 2008 | 192 | 197 | 202 | 207 | 212 | 217 | 222 | 227 | 232 | 237 | 242 | 247 | 2040 |
| 2009 | 194 | 199 | 204 | 209 | 214 | 219 | 224 | 229 | 234 | 239 | 244 | 249 | 2055 |
| 2010 | 196 | 201 | 206 | 211 | 216 | 221 | 226 | 231 | 236 | 241 | 246 | 251 | 2070 |
| 2011 | 198 | 203 | 208 | 213 | 218 | 223 | 228 | 233 | 238 | 243 | 248 | 253 | 2085 |
| 2012 | 200 | 205 | 210 | 215 | 220 | 225 | 230 | 235 | 240 | 245 | 250 | 255 | 2100 |
| 2013 | 202 | 207 | 212 | 217 | 222 | 227 | 232 | 237 | 242 | 247 | 252 | 257 | 2115 |
| 2014 | 204 | 209 | 214 | 219 | 224 | 229 | 234 | 239 | 244 | 249 | 254 | 259 | 2130 |
| 2015 | 206 | 211 | 216 | 221 | 226 | 231 | 236 | 241 | 246 | 251 | 256 | 261 | 2145 |
| 2016 | 208 | 213 | 218 | 223 | 228 | 233 | 238 | 243 | 248 | 253 | 258 | 263 | 2160 |
| 2017 | 210 | 215 | 220 | 225 | 230 | 235 | 240 | 245 | 250 | 255 | 260 | 265 | 2175 |
| 2018 | 212 | 217 | 222 | 227 | 232 | 237 | 242 | 247 | 252 | 257 | 262 | 267 | 2190 |
| 2019 | 214 | 219 | 224 | 229 | 234 | 239 | 244 | 249 | 254 | 259 | 264 | 269 | 2205 |
| 2020 | 216 | 221 | 226 | 231 | 236 | 241 | 246 | 251 | 256 | 261 | 266 | 271 | 2220 |
| 2021 | 218 | 223 | 228 | 233 | 238 | 243 | 248 | 253 | 258 | 263 | 268 | | |

[illegible]

| No. | h | b | d | stärke | stange | F | kg | abstand | T | R | J | Bezeichnung des Profils | |
|-----|-------|------|-----|--------|--------|-----------------|------|---------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------------|------|
| | | | | | | cm ² | mm | mm | cm ² | cm ⁴ | cm ⁴ | R E No | J No |
| 58 | 27,5 | 6 | 7,5 | 3,25 | 10 | 6,70 | 5,26 | 9,4 | 30,4 | 10,4 | 4,13 | R E No 27,5 min | |
| 58 | 29,5 | 8 | 7,5 | | | 7,86 | 6,17 | 8,0 | 33,6 | 11,6 | 5,62 | R E No 27,5 max | |
| 59 | 13,25 | 3,25 | 10 | | | 4,00 | 3,14 | 5,6 | 17,7 | 6,00 | 0,48 | R E No 13,25 min | |
| 59 | 17 | 7 | 10 | | | 6,20 | 4,87 | 6,3 | 21,5 | 8,10 | 1,30 | R E No 17 max | |
| 59 | 34 | 7 | 7,2 | | | 8,10 | 6,36 | 11,7 | 38,2 | 13,0 | 8,30 | R E No 34 min | |
| 59 | 36 | 9 | 7,2 | | | 9,29 | 7,27 | 12,1 | 41,7 | 14,1 | 10,2 | R E No 36 max | |
| 60 | 24 | 5 | 5 | | | 4,96 | 3,86 | 6,7 | 23,4 | 7,80 | 2,08 | H E No 24 | |
| 60 | 24 | 5 | 6,1 | | | 5,32 | 4,18 | 7,5 | 23,3 | 8,12 | 2,65 | B No 24 | |
| 60 | 20 | 5 | 7,5 | | | 5,25 | 4,11 | 6,8 | 24,6 | 8,22 | 1,80 | R E No 20 max | |
| 60 | 22 | 7 | 7,5 | | | 6,45 | 5,06 | 7,3 | 28,2 | 9,41 | 2,73 | R E No 22 max | |
| 60 | 27 | 8 | 6,1 | | | 7,12 | 5,59 | 8,4 | 28,7 | 9,57 | 3,82 | R No 27 max | |
| 60 | 30 | 6 | 6 | | | 6,48 | 5,03 | 8,7 | 31,9 | 10,6 | 1,55 | H E No 30 | |
| 60 | 30 | 6 | 7,4 | | | 7,13 | 5,60 | 10,4 | 35,4 | 11,8 | 5,82 | R E No 30 min, R No 30 max | |
| 60 | 32 | 8 | 7,4 | | | 8,33 | 6,51 | 10,8 | 39,0 | 13,0 | 7,23 | D R E No 32 | |
| 60 | 33 | 9 | 7,5 | | | 8,90 | 7,00 | 11,0 | 41,1 | 13,7 | 7,98 | R No 33 max | |

| Höhe
A
mm | Flansch-
breite
A
mm | Steg-
stärke
d
mm | Flansch-
stärke
t
mm | Quer-
schnitt
F
cm ² | Gewicht
kg | Netto-
Gewicht
abnehmend
g | J.
cm ⁴ | W.
cm ³ | Z.
mm ² | Bezeichnung des Profils |
|-----------------|-------------------------------|----------------------------|-------------------------------|--|---------------|-------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--|
| | | | | | | | | | | |
| 65 | 42 | 5,5 | 7,5 | 9,03 | 7,10 | 14,2 | 57,5 | 177 | 14,1 | Normal-Profil No. 6 1/2 |
| 65 | 44 | 7,5 | 7,5 | 10,8 | 8,11 | 14,3 | 62,1 | 19,1 | 17,3 | 12. K. N-P, No. 4 1/2 max. und 11. K. No. 4 1/2 b. |
| 65 | 45 | 8,5 | 7,5 | 11,0 | 8,64 | 14,3 | 64,4 | 19,8 | 18,9 | 11. N-P No. 4 1/2 max. |
| 65 | 50 | 9 | 7,5 | 12,0 | 9,42 | 16,1 | 95,6 | 29,4 | 25,0 | 12. K. W-P 6 1/2 |
| 74 | 36 | 8 | 6,5 | 9,43 | 7,40 | 10,0 | 67,2 | 17,7 | 9,62 | B2 No. 10. |
| 74 | 45 | 10 | 7,5 | 12,7 | 9,97 | 12,2 | 92,1 | 24,9 | 17,4 | 11. K. No. 7,4. |
| 74 | 45 | 10 | 9 | 13,6 | 10,7 | 15,0 | 101 | 27,2 | 22,9 | B4 No. 12. |
| 75 | 30 | 7 | 6 | 8,02 | 6,30 | 8,1 | 57,5 | 15,3 | 5,19 | 92. No. 9. |
| 75 | 30 | 7 | 7,1 | 8,60 | 6,75 | 9,0 | 62,4 | 16,6 | 6,28 | 12. No. 30. 75 max., V No. 2. |
| 75 | 35 | 6 | 6,2 | 8,13 | 6,38 | 11,0 | 63,8 | 17,0 | 8,82 | 12. K. No. 35 min.; 11. K. No. 75; 12. K. W-P 7 1/2, 11. V No. 7 1/2 b; V. |
| 75 | 35 | 6 | 7,5 | 8,80 | 6,91 | 11,0 | 70,8 | 18,9 | 10,0 | A. F. No. 35; 12. No. 35 min.; 11. K. No. 7 1/2. |
| 75 | 37 | 8 | 6,2 | 9,68 | 7,55 | 10,9 | 70,8 | 18,9 | 10,6 | 12. No. 35, K. No. 7; V. No. 7 1/2. |
| 75 | 35 | 8 | 8 | 10,3 | 8,09 | 11,2 | 72,2 | 19,2 | 10,1 | 12. K. No. 35 max. |
| 75 | 38 | 10 | 7,1 | 10,8 | 8,48 | 9,9 | 72,9 | 19,5 | 9,25 | V. No. 7 1/2 W, 11. V. No. 7 1/2 b; F. |
| 75 | 36,5 | 8 | 7,5 | 10,3 | 8,08 | 12,6 | 76,8 | 20,5 | 11,0 | 12. K. No. 30 max. |
| 75 | 40 | 7 | 7 | 9,87 | 7,75 | 12,8 | 77,9 | 20,8 | 14,2 | 12. K. No. 30 7 min. |
| 75 | 38 | 9 | 7,5 | 11,2 | 8,71 | 11,5 | 81,3 | 21,7 | 13,1 | 12. K. No. 30 max. |

| Höhe
h
mm | Fläche
des
draht
a
mm | Zug
kraft
d
mm | P. u. ser.
stärke
t
mm | Querschnitt
Gewicht
F
mm ²
kg | | Schwer-
punkt
abstand
l ₀
mm | K.
cm ³ | J ₀
cm ⁴ | Bezeichnung des Profils |
|-----------------|-----------------------------------|-------------------------|---------------------------------|--|------|---|-----------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| | | | | F | kg | | | | |
| 75 | 45 | 10 | 10,5 | 15,0 | 11,7 | 15,8 | 112 | 29,9 | R E No 76
4h 10 min |
| 75 | 45 | 10 | 11 | 15,2 | 11,9 | 16,0 | 115 | 30,6 | U No 10 |
| 75 | 50 | 9 | 9,5 | 14,4 | 11,3 | 16,8 | 116 | 30,9 | U No 9 |
| 75 | 47 | 12 | 10,5 | 16,5 | 12,9 | 17,8 | 119 | 31,8 | R E No 76
45 10 max D K W.P. 7,4 |
| 75 | 48 | 13 | 10 | 16,9 | 13,3 | 16,0 | 121 | 32,8 | U No 76
45 10 max |
| 76 | 44 | 8 | 8,8 | 12,0 | 9,42 | 14,2 | 97,8 | 25,6 | D K No 3
10,4 |
| 76 | 55 | 7,5 | 11,5 | 16,5 | 12,9 | 21,2 | 129 | 34,3 | D K W.P. 7,4 |
| 76 | 55 | 10 | 11,2 | 17,7 | 13,9 | 20,7 | 143 | 37,7 | R E No 76
56 min, U No 11 |
| 76 | 57 | 12 | 11,2 | 19,2 | 15,1 | 20,9 | 150 | 39,6 | R E No 76
55 max |
| 76 | 65 | 9 | 13,25 | 19,2 | 15,1 | 20,7 | 155 | 40,7 | U No 76 |
| 78,5 | 51 | 7 | 9,2 | 13,7 | 10,7 | 17,9 | 126 | 32,0 | R E No 76
61 10 max |
| 78,5 | 63 | 9 | 9,2 | 16,2 | 11,9 | 17,9 | 134 | 34,1 | R E No 76
61 10 max |
| 80 | 40 | 6 | 7,76 | 10,2 | 8,01 | 12,8 | 94,6 | 23,7 | U No 80
40 min, 84 No 27 |
| 80 | 45 | 6 | 8 | 11,0 | 8,66 | 14,5 | 106 | 26,5 | Normal Profil No 8 |
| 80 | 43 | 9 | 7,76 | 12,6 | 9,89 | 13,1 | 107 | 26,9 | U No 80
40 max |
| 80 | 53 | 7,5 | 7 | 12,4 | 9,74 | 16,3 | 114 | 28,6 | D K W.P. 8 |
| 80 | 47 | 8 | 8 | 12,0 | 9,49 | 11,6 | 115 | 28,6 | R E No 80
4 max |

Bezeichnung des Profils

| h | b | d | f | f' | 2g | Abstand | | W _x | W _y | Bezeichnung des Profils | |
|------|------|------|-------|------|------|---------|------|-----------------|-----------------|-------------------------|----------------|
| | | | | | | mm | cm | cm ⁴ | cm ³ | | |
| 80 | 48 | 9 | 8 | 13,4 | 10,5 | 11,5 | 119 | 29,7 | 25,5 | R. N. P. No. 8 max | |
| 80 | 56 | 10,5 | 8 | 15,7 | 12,3 | 17,6 | 138 | 34,5 | 43,9 | R. N. P. No. 8 max | |
| 90 | 59 | 13,5 | 8 | 18,1 | 14,2 | 18,0 | 151 | 37,7 | 52,0 | R. N. P. No. 8 max | |
| 90,5 | 30 | 10 | 12,75 | 14,2 | 11,1 | 10,4 | 140 | 30,8 | 9,8 | R. P. No. 30 max | |
| 90,5 | 32 | 12 | 12,75 | 16,0 | 12,6 | 11,0 | 152 | 33,6 | 11,9 | R. P. No. 32 max | |
| 91,5 | 26,5 | 8,5 | 10,7 | 11,7 | 9,18 | 8,64 | 118 | 26,7 | 6,0 | R. E. No. 29 max | |
| 91,5 | 28,5 | 10,5 | 10,7 | 13,5 | 10,6 | 9,90 | 130 | 28,4 | 9,1 | R. E. No. 29 max | |
| 100 | 20 | 5 | 7,5 | 7,25 | 5,69 | 5,03 | 90,0 | 18,0 | 2,1 | R. P. No. 20 max | |
| 100 | 22 | 7 | 7,5 | 9,25 | 7,26 | 6,20 | 107 | 21,3 | 2,8 | R. E. No. 20 max | |
| 100 | 42 | 10 | 7,5 | 11,8 | 11,5 | 11,1 | 182 | 36,4 | 16,5 | D. K. W. P. 10 | |
| 100 | 40 | 8 | 8,5 | 13,4 | 10,5 | 11,4 | 186 | 37,3 | 16,98 | St. No. 1. | |
| 100 | 50 | 6 | 8,5 | 17,5 | 10,6 | 13,5 | 206 | 41,1 | 29,3 | Normal Profil No. 10 | |
| 100 | 52 | 8 | 8,5 | 15,5 | 12,2 | 15,4 | 228 | 44,5 | 35,5 | R. E. N. P. No. 10 max | Hy. No. 100 |
| 100 | 53 | 9 | 8,5 | 16,5 | 13,0 | 15,4 | 231 | 46,2 | 37,8 | R. N. P. No. 10 max | |
| 102 | 63 | 11,1 | 11,9 | 23,7 | 18,5 | 20,4 | 342 | 67,0 | 77,0 | D. K. No. 10 | |
| 104 | 66,5 | 8,5 | 9,8 | 20,5 | 16,1 | 25,0 | 333 | 64,0 | 87,4 | R. E. No. 10 max | |
| 104 | 70 | 12 | 9,8 | 24,2 | 18,9 | 22,7 | 365 | 70,3 | 106 | R. E. No. 10 max | D. K. W. P. 10 |

| Hohl-
bohrer | P.-ansch.
in mm | Stück-
stärke
in mm | Flansch-
stärke
in mm | Quer-
schnitt
F | Gewicht
kg | Schwer-
punkt-
abstand
mm | J _x
cm ⁴ | W _x
cm ³ | J _y
cm ⁴ | Berechnung des Profils |
|-----------------|--------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------------|---------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| | | | | | | | | | | |
| 105 | 68 | 7 | 7 | 15,9 | 12,5 | 21,7 | 273 | 52,0 | 72,5 | H. V. No. 101 ¹⁰ max. ; M. D. No. 10 ¹⁰ W.
1 ¹ No. 10 ¹⁰ W., D. K. W-P 10 ¹⁰ K. No. 9.
F. No. 105 |
| 105 | 68 | 6,5 | 7,7 | 16,3 | 12,8 | 21,1 | 287 | 54,7 | 66,8 | F. No. 105 |
| 105 | 65 | 8 | 8 | 17,3 | 13,6 | 18,8 | 287 | 54,7 | 61,2 | Normal-Profil No. 101 ¹⁰ W-P
Hy No 10634, |
| 105 | 67 | 10 | 8 | 19,4 | 16,2 | 19,1 | 303 | 58,4 | 74,1 | B. N-P No 10 ¹⁰ max |
| 105 | 68 | 11 | 8 | 20,7 | 16,2 | 19,3 | 316 | 60,2 | 80,6 | R. E. N-P. No 10 ¹⁰ max. |
| 105 | 68,5 | 11,5 | 8 | 21,0 | 16,5 | 19,4 | 321 | 61,1 | 84,0 | V. No. 11 |
| 105 | 66 | 9 | 11,5 | 22,6 | 17,7 | 21,7 | 373 | 71,0 | 95,9 | |
| 116,5 | 67 | 11 | 12 | 26,5 | 20,8 | 23,0 | 513 | 88,4 | 113 | R. E. No. 116,5 mfb |
| 116,5 | 70,5 | 14,5 | 12 | 30,3 | 23,8 | 23,2 | 596 | 96,1 | 135 | R. E. No. 116,5 max. |
| 117,5 | 65 | 10 | 10 | 22,6 | 17,7 | 19,1 | 447 | 76,1 | 77,1 | Normal-Profil No. 117 ¹⁰ W-P. |
| 117,5 | 67 | 12 | 10 | 24,9 | 19,6 | 19,6 | 473 | 80,7 | 87,4 | Hy. No. 117 ¹⁰ b. |
| 117,5 | 68 | 13 | 10 | 26,1 | 20,5 | 19,9 | 487 | 83,0 | 92,6 | H. N-P No. 117 ¹⁰ max. |
| 117,5 | 68,5 | 13,5 | 10 | 26,7 | 21,0 | 20,0 | 494 | 84,2 | 95,0 | R. E. N-P. No. 117 ¹⁰ max. |
| 120 | 55 | 7 | 9 | 17,0 | 13,4 | 16,0 | 364 | 60,7 | 43,2 | Normal-Profil No. 12 |
| 120 | 57 | 9 | 9 | 19,4 | 15,2 | 15,9 | 393 | 65,5 | 51,5 | Hy. No 12 b. |
| 120 | 58 | 10 | 9 | 20,6 | 16,2 | 15,9 | 407 | 67,9 | 54,5 | H. N-P No 12 max. |
| 120 | 58,5 | 10,5 | 9 | 21,2 | 16,6 | 15,9 | 414 | 69,1 | 55,4 | R. E. N-P. No 12 max. |
| 121,5 | 35 | 5 | 5,75 | 9,58 | 7,48 | 8,4 | 188 | 30,9 | 9,42 | V No 17 |
| 121,5 | 35 | 5 | 6 | 9,61 | 7,54 | 9,0 | 195 | 32,1 | 9,74 | H V No 17 ¹⁰ |
| 122 | 35 | 5 | 6,75 | 9,68 | 7,60 | 8,35 | 190 | 31,0 | 9,43 | H No 122 mfb |

| Geometrische Optik | | | | | | | | | |
|--------------------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|
| No. | h | g | f | g | f | g | f | g | f |
| 140 | 83 | 11 | 13 | 34,5 | 27,1 | 26,5 | 1019 | 146 | 205 |
| 140 | 84 | 12 | 13 | 35,9 | 28,2 | 26,4 | 1041 | 149 | 218 |
| 142 | 85 | 13 | 14,75 | 40,0 | 31,4 | 27,7 | 1180 | 166 | 274 |
| 142 | 86 | 13 | 16 | 40,8 | 32,0 | 28,8 | 1191 | 168 | 289 |
| 142 | 88 | 15 | 14,75 | 44,3 | 34,8 | 27,9 | 1252 | 176 | 310 |
| 142 | 85,5 | 16,5 | 16 | 45,8 | 36,0 | 29,0 | 1275 | 179 | 301 |
| 143 | 61,5 | 8,5 | 10,1 | 22,9 | 18,0 | 18,6 | 681 | 95,2 | 79,6 |
| 143 | 63 | 12 | 10,1 | 27,9 | 21,9 | 19,1 | 765 | 107 | 96,6 |
| 144 | 75 | 9 | 14 | 31,0 | 24,3 | 25,2 | 989 | 137 | 152 |
| 144 | 78 | 12 | 13,5 | 35,2 | 27,5 | 25,8 | 1030 | 147 | 201 |
| 144 | 81 | 15 | 13,5 | 39,5 | 31,0 | 24,7 | 1135 | 158 | 229 |
| 144 | 81,5 | 15,5 | 13,5 | 40,4 | 31,7 | 25,9 | 1150 | 160 | 245 |
| 145 | 60 | 8 | 8 | 19,8 | 15,0 | 14,9 | 585 | 80,7 | 73,6 |
| 145 | 62 | 10 | 8 | 22,7 | 17,6 | 15,2 | 629 | 87,4 | 83,2 |
| 145 | 63 | 11 | 8 | 24,1 | 18,9 | 16,2 | 661 | 91,9 | 88,0 |
| 145 | 65,5 | 11,5 | 8 | 24,9 | 19,6 | 15,5 | 674 | 93,0 | 89,0 |

Bezeichnung der Proben

| Höhen
in m | Tiefe
in m | Stärke
in mm | | Länge
in cm | | Breite
in cm | | J.
in cm ² | H.
in cm ² | d _h
in cm ³ | Bezeichnung der Proben | |
|---------------|---------------|-----------------|-------|----------------|------|-----------------|------|--------------------------|--------------------------|--|------------------------|--|
| | | a | b | c | d | e | f | | | | | |
| 150 | 46 | 8 | 8 | 19,9 | 15,6 | 10,3 | 570 | 76,0 | 26,7 | K No 1 | | |
| 160 | 85 | 9 | 14 | 35,3 | 27,7 | 28,4 | 1240 | 165 | 232 | 10 K 8-P. 13, 11 8-P. 15
11 8-P. 15 | | |
| 150 | 86 | 10 | 14 | 35,8 | 28,9 | 28,2 | 1268 | 169 | 244 | 13 11 8-P. 15
11 8-P. 15 | | |
| 150 | 87 | 11 | 14 | 38,3 | 30,1 | 28,1 | 1296 | 173 | 256 | 13 11 8-P. 15
11 8-P. 15 | | |
| 150 | 88 | 12 | 14 | 39,8 | 31,2 | 28,0 | 1324 | 177 | 268 | 13 11 8-P. 15
11 8-P. 15 | | |
| 150 | 89 | 13 | 14 | 41,3 | 32,4 | 27,9 | 1352 | 180 | 281 | 13 11 8-P. 15
11 8-P. 15 | | |
| 151 | 42 | 9 | 12 | 21,4 | 15,8 | 12,0 | 636 | 84 | 30,2 | 11 No 1 | | |
| 151 | 45 | 12 | 12 | 25,9 | 20,6 | 12,7 | 722 | 95,6 | 37,3 | 11 No 2 | | |
| 151 | 63 | 8 | 10,75 | 24,2 | 19,0 | 18,4 | 817 | 108 | 90,1 | 11 No 3 | | |
| 151 | 66 | 11 | 10,75 | 28,7 | 22,5 | 18,3 | 903 | 120 | 107 | 11 No 4 | | |
| 152 | 48 | 5,1 | 8,75 | 15,4 | 12,1 | 13,1 | 542 | 71,3 | 32,4 | 11 No 5 | | |
| 152 | 57,9 | 14,2 | 8,75 | 29,4 | 23,1 | 13,8 | 808 | 106 | 63,3 | 11 No 6 | | |
| 152 | 76 | 11,1 | 12,7 | 33,7 | 26,5 | 22,9 | 1110 | 146 | 153 | 11 No 7 | | |
| 153 | 38 | 7 | 10,25 | 21,3 | 16,7 | 16,9 | 742 | 97 | 67,7 | 11 No 8 | | |

| Höhe
h
mm | Hauſen-
breite
b
mm | Steg-
ſtärke
d
mm | Flächen-
ſtärke
t
mm | Querschnitt
F
cm ² | Gewicht
G
kg | Schwer-
punkt-
abstand
r | | J _x
cm ⁴ | W _x
cm ³ | J _y
cm ⁴ | Bezeichnung des Profils |
|-----------------|------------------------------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|--------------------|-----------------------------------|------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| | | | | | | min | max | | | | |
| 153 | 60 | 9 | 10,25 | 24,5 | 19,2 | 16,8 | 802 | 77,1 | 106 | 77,1 | ly No. 16b. |
| 153 | 61 | 10 | 10,25 | 25,9 | 20,3 | 16,7 | 832 | 81,8 | 109 | 81,8 | ly No. 16a. max. |
| 160 | 65 | 7,5 | 10,5 | 24,0 | 18,8 | 18,4 | 925 | 83,3 | 116 | 83,3 | Normalprofil No. 16 |
| 160 | 67 | 9,5 | 10,5 | 27,2 | 21,4 | 18,7 | 993 | 100 | 126 | 100 | ly No. 16b |
| 160 | 68 | 10,5 | 10,5 | 28,8 | 23,6 | 18,8 | 1027 | 106 | 128 | 106 | B. N. I' No. 16 max. |
| 160 | 68,5 | 11 | 10,5 | 29,6 | 23,2 | 18,9 | 1044 | 107 | 131 | 107 | B. N. I' No. 16 max. |
| 165 | 90 | 10 | 15 | 40,9 | 32,1 | 29,8 | 1730 | 300 | 210 | 300 | B. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$ min., D. K. S-P. 10^{11} ; G. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$
H. V. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$ |
| 165 | 91 | 11 | 15 | 42,6 | 33,4 | 29,6 | 1768 | 314 | 214 | 314 | G. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$; H. V. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$ |
| 165 | 92 | 12 | 15 | 44,2 | 34,7 | 29,5 | 1805 | 329 | 219 | 329 | G. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$; H. V. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$ |
| 165 | 93 | 13 | 15 | 45,9 | 36,0 | 29,4 | 1843 | 344 | 223 | 344 | G. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$; H. V. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$ |
| 165 | 94 | 14 | 15 | 47,5 | 37,8 | 29,3 | 1880 | 359 | 228 | 359 | B. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$ min., G. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$; H. V. S-P. $\frac{10^{11}}{9}$ |
| 175 | 60 | 7 | 10 | 23,2 | 18,1 | 16,3 | 1033 | 76,7 | 118 | 76,7 | H. No. $\frac{175}{60}$ min.-I D. K. W-P. 17b |
| 175 | 60 | 8 | 10,5 | 25,5 | 20,0 | 16,0 | 1097 | 74,1 | 126 | 74,1 | V. No. 34 |
| 175 | 63 | 10 | 10 | 28,4 | 22,3 | 16,0 | 1160 | 98,1 | 134 | 98,1 | H. No. $\frac{175}{60}$ max. |
| 175 | 77 | 10,75 | 12,5 | 36,0 | 28,3 | 21,8 | 1596 | 134 | 138 | 134 | B. No. 77 min |
| 175 | 80 | 13,75 | 12,5 | 41,2 | 32,3 | 21,8 | 1700 | 134 | 138 | 134 | H. No. 77 max |

[illegible]

| Höhe
h
mm | Pansche-
breite
b
mm | Steg-
stärke
d
mm | F
mm | Querschnitt
F
cm ² | Gewicht
kg
m | Schwer-
punkt-
abstand
e
mm | J _x
cm ⁴ | W _x
cm ³ | J _y
cm ⁴ | Bezeichnung des Profils |
|-----------------|-------------------------------|----------------------------|---------|-------------------------------------|--------------------|---|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| | | | | | | | | | | |
| 180 | 94 | 14 | 18 | 51,3 | 40,2 | 29,0 | 2444 | 272 | 881 | B. B-P $\frac{18}{8}$ max.; (I. B-P $\frac{18}{8}$, II. V. B-P $\frac{18}{8}$) |
| 196 | 78 | 13 | 18 | 49,3 | 38,7 | 24,3 | 2076 | 278 | 271 | B. No $\frac{196}{78}$ min |
| 196 | 81 | 16 | 18 | 55,2 | 43,3 | 24,5 | 2874 | 292 | 308 | B. No $\frac{196}{78}$ max. |
| 200 | 75 | 8,5 | 11,5 | 32,2 | 25,3 | 20,1 | 1911 | 191 | 148 | Normal-Profil No. 20. |
| 200 | 77 | 10,5 | 11,5 | 36,2 | 28,4 | 19,9 | 2044 | 204 | 167 | Hy No 20b. |
| 200 | 78 | 11,5 | 11,5 | 38,2 | 30,0 | 19,7 | 2111 | 211 | 176 | B. N-P. No. 20 max. |
| 200 | 78,5 | 12 | 11,5 | 39,2 | 30,8 | 19,7 | 2144 | 214 | 180 | B. N-P. No 20 max. |
| 200 | 85 | 8 | 14 | 88,0 | 29,8 | 28,1 | 2440 | 344 | 260 | B. B-P $\frac{20}{8,5}$ min.; (I. K. B-P 20 A.; (I. B-P $\frac{20}{8,5}$, II. V. B-P $\frac{20}{8,5}$) |
| 200 | 86 | 9 | 14 | 89,0 | 30,6 | 27,5 | 2507 | 261 | 288 | O. B-P $\frac{20}{8,5}$, II. V. B-P $\frac{20}{8,5}$ |
| 200 | 87 | 10 | 14 | 42,0 | 39,0 | 26,8 | 2578 | 257 | 277 | O. B-P $\frac{20}{8,5}$, II. V. B-P $\frac{20}{8,5}$ |
| 200 | 90 | 9 | 15 | 42,4 | 33,8 | 28,2 | 2836 | 264 | 310 | B. K. B-P 20 B. |
| 200 | 88 | 11 | 14 | 44,0 | 34,5 | 26,2 | 2640 | 264 | 291 | G. B-P $\frac{20}{8,5}$; II. V. B-P $\frac{20}{8,5}$ |
| 200 | 89 | 12 | 14 | 46,0 | 36,1 | 25,5 | 2707 | 271 | 306 | O. B-P $\frac{20}{8,5}$; II. V. B-P $\frac{20}{8,5}$; B. B-P $\frac{20}{8,5}$ max. |
| 200 | 90 | 11 | 17 | 49,4 | 38,8 | 28,6 | 3384 | 308 | 359 | B. B-P $\frac{20}{8}$ min.; (I. B-P $\frac{20}{8}$; II. V. B-P $\frac{20}{8}$) |
| 200 | 91 | 12 | 17 | 51,4 | 40,3 | 28,5 | 3101 | 310 | 375 | (I. B-P $\frac{20}{8}$, II. V. B-P $\frac{20}{8}$) |
| 200 | 92 | 13 | 17 | 53,4 | 41,9 | 28,4 | 3167 | 317 | 391 | (I. B-P $\frac{20}{8}$, II. V. B-P $\frac{20}{8}$) |

| R. b. | | | | | | | | | | A | | | | | | | | | | B | | | | | | | | | | C | | | | | | | | | | D | | | | | | | | | | E | | | | | | | | | | F | | | | | | | | | | G | | | | | | | | | | H | | | | | | | | | | I | | | | | | | | | | J | | | | | | | | | | K | | | | | | | | | | L | | | | | | | | | | M | | | | | | | | | | N | | | | | | | | | | O | | | | | | | | | | P | | | | | | | | | | Q | | | | | | | | | | R | | | | | | | | | | S | | | | | | | | | | T | | | | | | | | | | U | | | | | | | | | | V | | | | | | | | | | W | | | | | | | | | | X | | | | | | | | | | Y | | | | | | | | | | Z | | | | | | | | | | aa | | | | | | | | | | ab | | | | | | | | | | ac | | | | | | | | | | ad | | | | | | | | | | ae | | | | | | | | | | af | | | | | | | | | | ag | | | | | | | | | | ah | | | | | | | | | | ai | | | | | | | | | | aj | | | | | | | | | | ak | | | | | | | | | | al | | | | | | | | | | am | | | | | | | | | | an | | | | | | | | | | ao | | | | | | | | | | ap | | | | | | | | | | aq | | | | | | | | | | ar | | | | | | | | | | as | | | | | | | | | | at | | | | | | | | | | au | | | | | | | | | | av | | | | | | | | | | aw | | | | | | | | | | ax | | | | | | | | | | ay | | | | | | | | | | az | | | | | | | | | | ba | | | | | | | | | | bb | | | | | | | | | | bc | | | | | | | | | | bd | | | | | | | | | | be | | | | | | | | | | bf | | | | | | | | | | bg | | | | | | | | | | bh | | | | | | | | | | bi | | | | | | | | | | bj | | | | | | | | | | bk | | | | | | | | | | bl | | | | | | | | | | bm | | | | | | | | | | bn | | | | | | | | | | bo | | | | | | | | | | bp | | | | | | | | | | bq | | | | | | | | | | br | | | | | | | | | | bs | | | | | | | | | | bt | | | | | | | | | | bu | | | | | | | | | | bv | | | | | | | | | | bw | | | | | | | | | | bx | | | | | | | | | | by | | | | | | | | | | bz | | | | | | | | | | ca | | | | | | | | | | cb | | | | | | | | | | cc | | | | | | | | | | cd | | | | | | | | | | ce | | | | | | | | | | cf | | | | | | | | | | cg | | | | | | | | | | ch | | | | | | | | | | ci | | | | | | | | | | cj | | | | | | | | | | ck | | | | | | | | | | cl | | | | | | | | | | cm | | | | | | | | | | cn | | | | | | | | | | co | | | | | | | | | | cp | | | | | | | | | | cq | | | | | | | | | | cr | | | | | | | | | | cs | | | | | | | | | | ct | | | | | | | | | | cu | | | | | | | | | | cv | | | | | | | | | | cw | | | | | | | | | | cx | | | | | | | | | | cy | | | | | | | | | | cz | | | | | | | | | | da | | | | | | | | | | db | | | | | | | | | | dc | | | | | | | | | | dd | | | | | | | | | | de | | | | | | | | | | df | | | | | | | | | | dg | | | | | | | | | | dh | | | | | | | | | | di | | | | | | | | | | dj | | | | | | | | | | dk | | | | | | | | | | dl | | | | | | | | | | dm | | | | | | | | | | dn | | | | | | | | | | do | | | | | | | | | | dp | | | | | | | | | | dq | | | | | | | | | | dr | | | | | | | | | | ds | | | | | | | | | | dt | | | | | | | | | | du | | | | | | | | | | dv | | | | | | | | | | dw | | | | | | | | | | dx | | | | | | | | | | dy | | | | | | | | | | dz | | | | | | | | | | ea | | | | | | | | | | eb | | | | | | | | | | ec | | | | | | | | | | ed | | | | | | | | | | ee | | | | | | | | | | ef | | | | | | | | | | eg | | | | | | | | | | eh | | | | | | | | | | ei | | | | | | | | | | ej | | | | | | | | | | ek | | | | | | | | | | el | | | | | | | | | | em | | | | | | | | | | en | | | | | | | | | | eo | | | | | | | | | | ep | | | | | | | | | | eq | | | | | | | | | | er | | | | | | | | | | es | | | | | | | | | | et | | | | | | | | | | eu | | | | | | | | | | ev | | | | | | | | | | ew | | | | | | | | | | ex | | | | | | | | | | ey | | | | | | | | | | ez | | | | | | | | | | fa | | | | | | | | | | fb | | | | | | | | | | fc | | | | | | | | | | fd | | | | | | | | | | fe | | | | | | | | | | ff | | | | | | | | | | fg | | | | | | | | | | fh | | | | | | | | | | fi | | | | | | | | | | fj | | | | | | | | | | fk | | | | | | | | | | fl | | | | | | | | | | fm | | | | | | | | | | fn | | | | | | | | | | fo | | | | | | | | | | fp | | | | | | | | | | fq | | | | | | | | | | fr | | | | | | | | | | fs | | | | | | | | | | ft | | | | | | | | | | fu | | | | | | | | | | fv | | | | | | | | | | fw | | | | | | | | | | fx | | | | | | | | | | fy | | | | | | | | | | fz | | | | | | | | | | ga | | | | | | | | | | gb | | | | | | | | | | gc | | | | | | | | | | gd | | | | | | | | | | ge | | | | | | | | | | gf | | | | | | | | | | gg | | | | | | | | | | gh | | | | | | | | | | gi | | | | | | | | | | gj | | | | | | | | | | gk | | | | | | | | | | gl | | | | | | | | | | gm | | | | | | | | | | gn | | | | | | | | | | go | | | | | | | | | | gp | | | | | | | | | | gq | | | | | | | | | | gr | | | | | | | | | | gs | | | | | | | | | | gt | | | | | | | | | | gu | | | | | | | | | | gv | | | | | | | | | | gw | | | | | | | | | | gx | | | | | | | | | | gy | | | | | | | | | | gz | | | | | | | | | | ha | | | | | | | | | | hb | | | | | | | | | | hc | | | | | | | | | | hd | | | | | | | | | | he | | | | | | | | | | hf | | | | | | | | | | hg | | | | | | | | | | hh | | | | | | | | | | hi | | | | | | | | | | hj | | | | | | | | | | hk | | | | | | | | | | hl | | | | | | | | | | hm | | | | | | | | | | hn | | | | | | | | | | ho | | | | | | | | | | hp | | | | | | | | | | hq | | | | | | | | | | hr | | | | | | | | | | hs | | | | | | | | | | ht | | | | | | | | | | hu | | | | | | | | | | hv | | | | | | | | | | hw | | | | | | | | | | hx | | | | | | | | | | hy | | | | | | | | | | hz | | | | | | | | | | ia | | | | | | | | | | ib | | | | | | | | | | ic | | | | | | | | | | id | | | | | | | | | | ie | | | | | | | | | | if | | | | | | | | | | ig | | | | | | | | | | ih | | | | | | | | | | ii | | | | | | | | | | ij | | | | | | | | | | ik | | | | | | | | | | il | | | | | | | | | | im | | | | | | | | | | in | | | | | | | | | | io | | | | | | | | | | ip | | | | | | | | | | iq | | | | | | | | | | ir | | | | | | | | | | is | | | | | | | | | | it | | | | | | | | | | iu | | | | | | | | | | iv | | | | | | | | | | iw | | | | | | | | | | ix | | | | | | | | | | iy | | | | | | | | | | iz | | | | | | | | | | ja | | | | | | | | | | jb | | | | | | | | | | jc | | | | | | | | | | jd | | | | | | | | | | je | | | | | | | | | | jf | | | | | | | | | | jg | | | | | | | | | | jh | | | | | | | | | | ji | | | | | | | | | | jj | | | | | | | | | | jk | | | | | | | | | | jl | | | | | | | | | | jm | | | | | | | | | | jn | | | | | | | | | | jo | | | | | | | | | | jp | | | | | | | | | | jq | | | | | | | | | | jr | | | | | | | | | | js | | | | | | | | | | jt | | | | | | | | | | ju | | | | | | | | | | jv | | | | | | | | | | jw | | | | | | | | | | jx | | | | | | | | | | jy | | | | | | | | | | jz | | | | | | | | | | ka | | | | | | | | | | kb | | | | | | | | | | kc | | | | | | | | | | kd | | | | | | | | | | ke | | | | | | | | | | kf | | | | | | | | | | kg | | | | | | | | | | kh | | | | | | | | | | ki | | | | | | | | | | kj | | | | | | | | | | kl | | | | | | | | | | km | | | | | | | | | | kn | | | | | | | | | | ko | | | | | | | | | | kp | | | | | | | | | | kq | | | | | | | | | | kr | | | | | | | | | | ks | | | | | | | | | | kt | | | | | | | | | | ku | | | | | | | | | | kv | | | | | | | | | | kw | | | | | | | | | | kx | | | | | | | | | | ky | | | | | | | | | | kz | | | | | | | | | | la | | | | | | | | | | lb | | | | | | | | | | lc | | | | | | | | | | ld | | | | | | | | | | le | | | | | | | | | | lf | | | | | | | | | | lg | | | | | | | | | | lh | | | | | | | | | | li | | | | | | | | | | lj | | | | | | | | | | lk | | | | | | | | | | ll | | | | | | | | | | lm | | | | | | | | | | ln | | | | | | | | | | lo | | | | | | | | | | lp | | | | | | | | | | lq | | | | | | | | | | lr | | | | | | | | | | ls | | | | | | | | | | lt | | | | | | | | | | lu | | | | | | | | | | lv | | | | | | | | | | lw | | | | | | | | | | lx | | | | | | | | | | ly | | | | | | | | | | lz | | | | | | | | | | ma | | | | | | | | | | mb | | | | | | | | | | mc | | | | | | | | | | md | | | | | | | | | | me | | | | | | | | | | mf | | | | | | | | | | mg | | | | | | | | | | mh | | | | | | | | | | mi | | | | | | | | | | mj | | | | | | | | | | mk | | | | | | | | | | ml | | | | | | | | | | mm | | | | | | | | | | mn | | | | | | | | | | mo | | | | | | | | | | mp | | | | | | | | | | mq | | | | | | | | | | mr | | | | | | | | | | ms | | | | | | | | | | mt | | | | | | | | | | mu | | | | | | | | | | mv | | | | | | | | | | mw | | | | | | | | | | mx | | | | | | | | | | my | | | | | | | | | | mz | | | | | | | | | | na | | | | | | | | | | nb | | | | | | | | | | nc | | | | | | | | | | nd | | | | | | | | | | ne | | | | | | | | | | nf | | | | | | | | | | ng | | | | | | | | | | nh | | | | | | | | | | ni | | | | | | | | | | nj | | | | | | | | | | nk | | | | | | | | | | nl | | | | | | | | | | nm | | | | | | | | | | nn | | | | | | | | | | no | | | | | | | | | | np | | | | | | | | | | nq | | | | | | | | | | nr | | | | | | | | | | ns | | | | | | | | | | nt | | | | | | | | | | nu | | | | | | | | | | nv | | | | | | | | | | nw | | | | | | | | | | nx | | | | | | | | | | ny | | | | | | | | | | nz | | | | | | | | | | oa | | | | | | | | | | ob | | | | | | | | | | oc | | | | | | | | | | od | | | | | | | | | | oe | | | | | | | | | | of | | | | | | | | | | og | | | | | | | | | | oh | | | | | | | | | | oi | | | | | | | | | | oj | | | | | | | | | | ok | | | | | | | | | | ol | | | | | | | | | | om | | | | | | | | | | on | | | | | | | | | | oo | | | | | | | | | | op | | | | | | | | | | oq | | | | | | | | | | or | | | | | | | | | | os | | | | | | | | | | ot | | | | | | | | | | ou | | | | | | | | | | ov | | | | | | | | | | ow | | | | | | | | | | ox | | | | | | | | | | oy | | | | | | | | | | oz | | | | | | | | | | pa | | | | | | | | | | pb | | | | | | | | | | pc | | | | | | | | | | pd | | | | | | | | | | pe | | | | | | | | | | pf | | | | | | | | | | pg | | | | | | | | | | ph | | | | | | | | | | pi | | | | | | | | | | pj | | | | | | | | | | pk | | | | | | | | | | pl | | | | | | | | | | pm | | | | | | | | | | pn | | | | | | | | | | po | | | | | | | | | | pp | | | | | | | | | | pq | | | | | | | | | | pr | | | | | | | | | | ps | | | | | | | | | | pt | | | | | | | | | | pu | | | | | | | | | | pv | | | | | | | | | | pw | | | | | | | | | | px | | | | | | | | | | py | | | | | | | | | | pz | | | | | | | | | | qa | | | | | | | | | | qb | | | | | | | | | | qc | | | | | | | | | | qd | | | | | | | | | | qe | | | | | | | | | | qf | | | | | | | | | | qg | | | | | | | | | | qh | | | | | | | | | | qi | | | | | | | | | | qj | | | | | | | | | | qk | | | | | | | | | | ql | | | | | | | | | | qm | | | | | | | | | | qn | | | | | | | | | | qo | | | | | | | | | | qp | | | | | | | | | | qq | | | | | | | | | | qr | | | | | | | | | | qs | | | | | | | | | | qt | | | | | | | | | | qu | | | | | | | | | | qv | | | | | | | | | | qw | | | | | | | | | | qx | | | | | | | | | | qy | | | | | | | | | | qz | | | | | | | | | | ra | | | | | | | | | | rb | | | | | | | | | | rc | | | | | | | | | | rd | | | | | | | | | | re | | | | | | | | | | rf | | | | | | | | | | rg | | | | | | | | | | rh | | | | | | | | | | ri | | | | | | | | | | rj | | | | | | | | | | rk | | | | | | | | | | rl | | | | | | | | | | rm | | | | | | | | | | rn | | | | | | | | | | ro | | | | | | | | | | rp | | | | | | | | | | rq | | | | | | | | | | rr | | | | | | | | | | rs | | | | | | | | | | rt | | | | | | | | | | ru | | | | | | | | | | rv | | | | | | | | | | rw | | | | | | | | | | rx | | | | | | | | | | ry | | | | | | | | | | rz | | | | | | | | | | sa | | | | | | | | | | sb | | | | | | | | | | sc | | | | | | | | | | sd | | | | | | | | | | se | | | | | | | | | | sf | | | | | | | | | | sg | | | | | | | | | | sh | | | | | | | | | | si | | | | | | | | | | sj | | | | | | | | | | sk | | | | | | | | | | sl | | | | | | | | | | sm | | | | | | | | | | sn | | | | | | | | | | so | | | | | | | | | | sp | | | | | | | | | | sq | | | | | | | | | | sr | | | | | | | | | | ss | | | | | | | | | | st | | | | | | | | | | su | | | | | | | | | | sv | | | | | | | | | | sw | | | | | | | | | | sx | | | | | | | | | | sy | | | | | | | | | | sz | | | | | | | | | | ta | | | | | | | | | | tb | | | | | | | | | | tc | | | | | | | | | | td | | | | | | | | | | te | | | | | | | | | | tf | | | | | | | | | | tg | | | | | | | | | | th | | | | | | | | | | ti | | | | | | | | | | tj | | | | | | | | | | tk | | | | | | | | | | tl | | | | | | | | | | tm | | | | | | | | | | tn | | | | | | | | | | to | | | | | | | | | | tp | | | | | | | | | | tq | | | | | | | | | | tr | | | | | | | | | | ts | | | | | | | | | | tt | | | | | | | | | | tu | | | | | | | | | | tv | | | | | | | | | | tw | | | | | | | | | | tx | | | | | | | | | | ty | | | | | | | | | | tz | | | | | | | | | | ua | | | | | | | | | | ub | | | | | | | | | | uc | | | | | | | | | | ud | | | | | | | | | | ue | | | | | | | | | | uf | | | | | | | | | | ug | | | | | | | | | | uh | | | | | | | | | | ui | | | | | | | | | | uj | | | | | | | | | | uk | | | | | | | | | | ul | | | | | | | | | | um | | | | | | | | | | un | | | | | | | | | | uo | | | | | | | | | | up | | | | | | | | | | uq | | | | | | | | | | ur | | | | | | | | | | us | | | | | | | | | | ut | | | | | | | | | | uu | | | | | | | | | | uv | | | | | | | | | | uw | | | | | | | | | | ux | | | | | | | | | | uy | | | | | | | | | | uz | | | | | | | | | | va | | | | | | | | | | vb | | | | | | | | | | vc | | | | | | | | | | vd | | | | | | | | | | ve | | | | | | | | | | vf | | | | | | | | | | vg | | | | | | | | | | vh | | | | | | | | | | vi | | | | | | | | | | vj | | | | | | | | | | vk | | | | | | | | | | vl | | | | | | | | | | vm | | | | | | | | | | vn | | | | | | | | | | vo | | | | | | | | | | vp | | | | | | | | | | vq | | | | | | | | | | vr | | | | | | | | | | vs | | | | | | | | | | vt | | | | | | | | | | vu | | | | | | | | | | vv | | | | | | | | | | vw | | | | | | | | | | vx | | | | | | | | | | vy | | | | | | | | | | vz | | | | | | | | | | wa | | | | | | | | | | wb | | | | | | | | | | wc | | | | | | | | | | wd | | | | | | | | | | we | | | | | | | | | | wf | | | | | | | | | | wg | | | | | | | | | | wh | | | | | | | | | | wi | | | | | | | | | | wj | | | | | | | | | | wk | | | | | | | | | | wl | | | | | | | | | | wm | | | | | | | | | | wn | | | | | | | | | | wo | | | | | | | | | | wp | | | | | | | | | | wq | | | | | | | | | | wr | | | | | | | | | | ws | | | | | | | | | | wt | | | | | | | | | | wu | | | | | | | | | | wv | | | | | | | | | | ww | | | | | | | | | | wx | | | | | | | | | | wy | | | | | | | | | | wz | | | | | | | | | | xa | | | | | | | | | | xb | | | | | | | | | | xc | | | | | | | | | | xd | | | | | | | | | | xe | | | | | | | | | | xf | | | | | | | | | | xg | | | | | | | | | | xh | | | | | | | | | | xi | | | | | | | | | | xj | | | | | | | | | | xk | | | | | | | | | | xl | | | | | | | | | | xm | | | | | | | | | | xn | | | | | | | | | | xo | | | | | | | | | | xp | | | | | | | | | | xq | | | | | | | | | | xr | | | | | | | | | | xs | | | | | | | | | | xt | | | | | | | | | | xu | | | | | | | | | | xv | | | | | | | | | | xw | | | | | | | | | | xx | | | | | | | | | | xy | | | | | | | | | | xz | | | | | | | | | | ya | | | | | | | | | | yb | | | | | | | | | | yc | | | | | | | | | | yd | | | | | | | | | | ye | | | | | | | | | | yf | | | | | | | | | | yg | | | | | | | | | | yh | | | | | | | | | | yi | | | | | | | | | | yj | | | | | | | | | | yk | | | | | | | | | | yl | | | | | | | | | | ym | | | | | | | | | | yn | | | | | | | | | | yo | | | | | | | | | | yp | | | | | | | | | | yq | | | | | | | | | | yr | | | | | | | | | | ys | | | | | | | | | | yt | | | | | | | | | | yu | | | | | | | | | | yv | | | | | | | | | | yw | | | | | | | | | | yx | | | | | | | | | | yy | | | | | | | | | | yz | | | | | | | | | | za | | | | | | | | | | zb | | | | | | | | | | zc | | | | | | | | | | zd | | | | | | | | | | ze | | | | | | | | | | zf | | | | | | | | | | zg | | | | | | | | | | zh | | | | | | | | | | zi | | | | | | | | | | zj | | | | | | | | | | zk | | | | | | | | | | zl | | | | | | | | | | zm | | | | | | | | | | zn | | | | | | | | | | zo | | | | | | | | | | zp | | | | | | | | | | zq | | | | | | | | | | zr | | | | | | | | | | zs | | | | | | | | | | zt | | | | | | | | | | zu | | | | | | | | | | zv | | | | | | | | | | zw | | | | | | | | | | zx | | | | | | | | | | zy | | | | | | | | | | zz | | | | | | | | | |
|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

[illegible]

Anhang.

| Höhe | Fluss-
breite | Steg-
stärke | Längs-
stärke | Quer-
schnitt | Gewicht | Schwer-
punkts-
abstand | L | W. | g |
|------|------------------|-----------------|------------------|------------------|---------|-------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| A | b | d | f | F | kg | cm | cm ⁴ | cm ³ | cm ⁴ |
| mm | mm | mm | mm | mm ² | mm | mm | mm ⁴ | mm ³ | mm ⁴ |
| 300 | 80 | 15 | 10 | 57,8 | 45,4 | 16,5 | 3050 | 403 | 187 |
| 300 | 81 | 15,5 | 13 | 58,6 | 46,0 | 18,0 | 3354 | 444 | 274 |
| 300 | 83 | 15 | 13 | 62,5 | 49,1 | 18,8 | 3995 | 465 | 284 |
| 300 | 100 | 20 | 16 | 58,8 | 46,2 | 27,0 | 8026 | 535 | 495 |
| 300 | 98 | 12 | 15,25 | 62,5 | 49,2 | 25,5 | 8053 | 537 | 531 |
| 300 | 100 | 12 | 16 | 63,5 | 49,8 | 25,2 | 8066 | 538 | 502 |
| 300 | 102 | 12 | 16 | 64,8 | 50,9 | 25,5 | 8476 | 565 | 547 |
| 300 | 100 | 11 | 17 | 63,8 | 50,1 | 29,4 | 8690 | 579 | 598 |
| 300 | 108 | 13 | 16 | 67,8 | 53,2 | 26,2 | 8701 | 580 | 574 |
| 300 | 101 | 15 | 15,25 | 71,5 | 56,2 | 25,1 | 8728 | 582 | 593 |
| 300 | 101 | 12 | 17 | 66,8 | 52,4 | 29,1 | 8915 | 644 | 628 |
| 300 | 102 | 13 | 17 | 69,8 | 54,8 | 28,9 | 9140 | 609 | 648 |
| 300 | 105 | 15 | 16 | 73,8 | 57,9 | 25,7 | 9151 | 610 | 625 |
| 300 | 105 | 17 | 16 | 73,5 | 61,6 | 24,9 | 9191 | 613 | 594 |
| 300 | 108 | 14 | 17 | 72,8 | 67,1 | 28,6 | 9365 | 624 | 673 |

R R N 1 20 all max

11 N 10 200 max

11 F 10 200 max

Normal-Prod No 20

11 N 10 200 max

11 K 10 200 min

11 F 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

11 N 10 200 max

| H
mm | P
mm | Stärke
mm | P
mm | Stärke
mm | Q
mm | Gewicht
g | L
mm | B
mm | J
cm ⁴ | W
cm ³ | J _x
cm ⁴ | Bezeichnung des Profils | | | | |
|---------|---------|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|---------|----------------------|----------------------|-----------------------------------|-------------------------|-----------|-----------|-----------|-----|
| | | | | | | | | | | | | 20
max | 10
max | 10
max | 10
max | 8 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 300 | 104 | 15 | 17 | 75,8 | 59,5 | 28,3 | 95,90 | 639 | 628 | 639 | 628 | 639 | 628 | 639 | 628 | 639 |
| 305 | 89 | 12,5 | 12,7 | 58,3 | 45,8 | 19,8 | 70,46 | 462 | 315 | 462 | 315 | 462 | 315 | 462 | 315 | 462 |
| 320 | 60 | 7 | 9,75 | 33,8 | 26,5 | 13,5 | 44,59 | 279 | 102 | 279 | 102 | 279 | 102 | 279 | 102 | 279 |
| 320 | 65 | 12 | 9,75 | 49,8 | 39,1 | 13,4 | 58,24 | 364 | 132 | 364 | 132 | 364 | 132 | 364 | 132 | 364 |
| 320 | 100 | 11 | 17,5 | 67,0 | 52,6 | 27,3 | 103,13 | 644 | 571 | 644 | 571 | 644 | 571 | 644 | 571 | 644 |
| 320 | 101 | 12 | 17,5 | 70,2 | 55,1 | 27,1 | 106,16 | 683 | 594 | 683 | 594 | 683 | 594 | 683 | 594 | 683 |
| 320 | 102 | 13 | 17,5 | 73,4 | 57,6 | 26,9 | 108,89 | 687 | 617 | 687 | 617 | 687 | 617 | 687 | 617 | 687 |
| 320 | 103 | 14 | 17,5 | 76,6 | 60,1 | 26,7 | 111,62 | 698 | 641 | 698 | 641 | 698 | 641 | 698 | 641 | 698 |
| 320 | 104 | 15 | 17,5 | 79,8 | 62,6 | 26,5 | 114,35 | 715 | 665 | 715 | 665 | 715 | 665 | 715 | 665 | 715 |
| 340 | 100 | 11,5 | 18,0 | 71,9 | 56,4 | 26,7 | 122,35 | 720 | 598 | 720 | 598 | 720 | 598 | 720 | 598 | 720 |
| 340 | 101 | 12,5 | 18,0 | 75,3 | 59,1 | 26,5 | 125,63 | 739 | 622 | 739 | 622 | 739 | 622 | 739 | 622 | 739 |
| 340 | 102 | 13,5 | 18,0 | 78,7 | 61,8 | 26,3 | 128,90 | 758 | 646 | 758 | 646 | 758 | 646 | 758 | 646 | 758 |
| 340 | 103 | 14,5 | 18,0 | 82,1 | 64,4 | 26,1 | 132,18 | 778 | 670 | 778 | 670 | 778 | 670 | 778 | 670 | 778 |

[illegible]

Bestimmung der Abkühlungsw.

[illegible]

Sachregister.

Die Zahlen bedeuten die Seiten.

- Alfenital 31
- Ankerplatten 169
- A Polygon 105
- Armierte Balken 298.
- Bahnhofshallen 396
- Beanspruchungen/zulass 501
- Belag-Eisen 627.
- Belastungsangaben für
 - Eisenbahnbrücken 509.
 - Straßenbrücken 532
 - Dächer 589.
 - Werkstattgebäude 595
- Belastungsfälle einfacher Bal-
ken 106.
- Belgische Dachstühle 166
- Beton 493
- Biegezugfestigkeit 72
 - ohne Zugspan-
nungen 407.
- Biegezugnahme 76, 251
- Biegezug und Knickfestig-
keit 89
- Blechbalken 110
- Bogenträger mit 3 Gelenken
126, 179
 - mit 2 Gelenken 360
 - ohne Gelenke 378
- Bohlenbelag 513, 534, 536
- Bombierte Wellblechdächer
572
- Bremskraft 511.
- Buckelplatten 444.
- Cremona-Pläne 146.
- Culmannsche Ermittlung der
Stabkräfte 145
- Dachbelastungen 589.
- Dachbinder 165
- Dachdeckungen 590
- Dehnungskoeffiziente 601
- Diagramme 33
- Dimensionierung 569
- Drähte 67.
- Drehungsfestigkeit 69
- Dreiecke 16
- Dreiecksträger 164.
- Dreigelenkbogen 126, 179.
- Dreikantiger Träger 233
- Dreiwandiger Träger 236
- Druckfestigkeit 68
- Drucklinie 133, 416.
- Durchbiegungen 91, 489
- Durchgehende Träger 341
- Ecken 460
- Einfacher Balken 99
- Einfluslinien 93
- Eingespante Träger 282

- Eisenbeton 445
 Elastische Linie 76, 254
 Elastizitätsgleichungen 244
 Ellipse 29
 Engleiche Dachstühle 166
 Engmaschige Systeme 129
 Erddruck 424
 Exzentrische Anschlüsse 447
 Exzentrischer Druck 90
 Fabrikgebäude 593
 Fachwerkbogen 179, 367
 Fachwerkträger 136
 Fahrbahn 520
 Fischbauchförmige Stäbe 84, 437.
 Fliehkraft 510
 Formänderung 247, 257
 Französische Dachstühle 169
 Freie Länge 88.
 Führungsgerade 228
 Fundamente 412
 Geländer 513
 Gelenke 467
 Geometrische Bewegungslehre 91
 Gerberscher Balken 120, 171
 Geroste 576
 Gewichtsberechnungen 568
 Gewölbe 414
 Giebelwände 399
 Gleichungen 34
 Grey-Träger 630
 Halbe Diagonalen 184
 Hallendachbinder 392
 Hängebleche 444, 525
 Hängebrücken 402
 Holzgerüste 576
 Hyperbel 30
 Inhalt von Flächen und Körpern 40
 Kappengewölbe 538
 Kernpunkt 70
 Ketten 68
 Knickfestigkeit 81
 • und Biegung 89
 • offener Brücken 432
 Konstruktionshöhe 529, 530
 Korbbogen 23
 Krane 525
 Kreis 23
 Kreuzabschnitte 8
 Kreuzdiagonalen 305
 Krumme stetig Gertungen 439
 Krumme scharf Körper 440
 Kuppel 218
 Lager 476
 Laufkrane 596
 Leistung tierischer Motoren 48
 Längenführung der Gertungen 556
 Materialenkunde 51
 Mauerwerk 407
 Maxima und Minima 89
 Maxwell'scher Satz 241
 Monierbauten 495
 Nebenbahnen 511.
 Nietabzug 455
 Nietteilung für Blechträger 114, 119.
 Nietverbindungen 451
 Oberbau Hauptbahnen 512
 • Straßenbahnen 536
 Parabel 26
 Parabelträger 157
 Parallel-Perspektive 32
 Pauli-Träger 173
 Plattenförmige Körper 413
 Polonceau-Binder 170.
 Querschnittsbestimmung 525
 Querschnittsformen 526

- Reibungskoeffizienten 48
 Reiben 18.
 Revisionswagen 589
 Rieppelträger 236.
 Rulleblech 569
 Schrauben 606, 608.
 Schubfestigkeit 68.
 Schwedler-Kuppel 218
 » Träger 161.
 Schwerpunkte 16.
 Seilbogen 377
 Seilträger 158.
 Spannung, reduzierte 66
 » zulässige 501
 Spezifische Gewichte 602
 Statische Berechnungen 561.
 Stoßdeckungen 451.
 Stofskoeffizient 501
 Stützlinie 417, 429.
 Stützmannern 428.
 Tragheitskreis 74
 Tragheitsmomente 63.
 Treppen 573
 Trigonometrische Formeln 15
 Überbestimmte Systeme von
 Gleichungen 38.
 Überhöhung der Brücken
 491.
 Unsymmetrische Querschnitte
 445
 Unvollständige Gliederung
 204
 Verankerungen 465.
 Vielecke 17.
 Vielfache Systeme 189.
 Vierkantiger Träger 238
 Virtuelle Arbeit 95
 Vollwandiger Balken 110
 » Bogen 126, 360, 378
 Walmdächer 551
 Wellblech 64, 631
 Wellblechdächer 572.
 Werkstattgebäude 593
 » Gewichte 266.
 Widerlager 421.
 Widerstandskoeffiziente 48.
 Williot Pläne 257
 Winddruck 50, 510, 589
 Windverbände 557.
 Zentrifugalkraft 510
 Zentrifugalmomente 64
 Zugfestigkeit 67
 Zulässige Spannung 501
 Zweigelenkbogen 360.
 Zwickelbogen 179, 367
 Zwischensysteme 204

Verlag von R. Oldenbourg in München und Berlin

Der Anhang des obliegenden Buches ist in **erweiterter Form als Sonderdruck** erschienen unter dem Titel:

Träger-Tabelle.

Zusammenstellung der Hauptwerte der von deutschen Maschinenherstellern I- und E-Klassen

Nebst einem Anhang

Die englischen und amerikanischen Normalprofile.

Herausgegeben von

Gustav Schimpff,

Regierungsbaumeister

Preis M. 2. —

Lehrbuch der technischen Physik von Professor

Dr. **H. Lorenz**, Ingenieur. Dieses, nach seiner Vervollständigung 4. Auflage umfassende Lehrbuch der Physik, weist von den am weitest hinstreichenden Darstellungen und der Behandlung der Stoffe bis hin zu den Universitäten und technischen Hochschulen hinüber und hat, wesentlich als Instrument des technischen Bedürfnisses der Ingenieure und Maschinenbauer in erster Linie berücksichtigt. Das Werk wird daher außer der Behandlung rein wissenschaftlicher Probleme eine Darstellung der Physik in unmittelbarem Zusammenhang mit ihren wichtigsten technischen Anwendungen gegeben. Jeder Band ist einzeln käuflich.

Jeder Band umfasst

Technische Mechanik starrer Systeme. Von

Hans Lorenz, Ingenieur. XIV und 251 Abbildungen. Preis des I. Bandes M. 13.—, des II. Bandes M. 16.—. Lehrbuch der Technischen Physik I. Band.

Technische Wärmelehre. Von Professor Dr. **Hans**

Lorenz, Ingenieur. XIX und 544 Seiten S. Mit 120 in den Text eingedruckten Abbildungen. Preis des I. Bandes M. 13.—, des II. Bandes M. 14.—. Lehrbuch der Technischen Physik II. Band.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Berlin.

Schiffsmaschinen und -Kessel. Berechnung und Konstruktion. Ein Handbuch zum Gebrauch für Konstrukteure, Seemaschinisten und Studierende von Dr. G. Bauer, Oberingenieur der Stettiner Maschinenbau A G „Vulkan“ unter Mitwirkung der Ingenieure E. Ludwig, A. Boettcher und H. Foettinger. Zweite, verm. und verb. Aufl. 728 S. mit 335 Illustr., 17 Tafeln u. vielen Tab. In Leinw. geb. M 18.50

Schleusenanlagen. Vergleich zwischen den verschiedenen Betriebsarten. Von Dr. Ing. Willy Giller. 79 S. 8°. Mit 38 Abb. u. 6 Taf. Preis brosch. M 4.50. Das Werk, welches sich einerseits durch kurze und klare Ausdruckswiese, andererseits durch Vollständigkeit auszeichnet, beschreibt in den ersten fünf Kapiteln an Hand ausgeführter Anlagen die verschiedenen Betriebsarten von Schleusen. Das sechste Kapitel behandelt den Vergleich der geschilderten Betriebssysteme in technischer, das siebente Kapitel in wirtschaftlicher Hinsicht. Im achten Kapitel werden die Ergebnisse der angestellten Betrachtungen zusammengefaßt. Das Werk füllt in der an und für sich spärlichen Literatur über Schleusenanlagen und deren Betrieb eine fühlbare Lucke aus und bietet in seiner zusammengefaßten Form nicht nur für den Wasserbauingenieur, sondern namentlich auch für den Elektrotechniker, soweit er sich mit dem Antrieb von Schleusenanlagen zu befassen hat, wertvolle Fingerzeige.

Über Schwerlast-Drehkrane im Werft- und Hafenverkehr. Von Dr. Ing. Eugen Schürmann. VI u. 79 S. gr. 8°. Mit 79 Textabb. u. 12 T. Pl. M 6.—. Das Werk gewährt einen vollständigen Überblick über sämtliche Arten von Schwerlast-Drehkränen und über die Wanklagen, die sie bis auf den heutigen Tag erfahren haben. Dem heutigen allgemeinen Interesse entsprechend, sind die sogen. Hammerkrane eingehendsten behandelt, den andern Krantypen vergleichend gegenübergestellt und sämtliche bis jetzt vorhandenen Ausführungen dieser Kranart in Wort und Skizze kurz erwähnt worden. Auch die bekannte Streitfrage einiger bedeutender Fabriken, ob man oberem, oder unterem Antrieb des Schwerekranes, und ob man drei oder vierseitiger Stützpyramide den Vorzug geben soll, ist in dem Werklicher Weise von konstruktiven und allgemeinen Gesichtspunkten aus erörtert worden. Die Berechnungen sind — wie das in heutigen Maschinenbau, insbesondere aber im Hebezeugbau immer mehr üblich wird — nicht nur mit Rücksicht auf statische, sondern auch dynamische Kräfte durchgeführt worden. Da in dem Buche auch die Kostenfrage erörtert wird, dürfte es für den konstruierenden wie für den kaufmännisch rechnenden Ingenieur gleich interessant und wertvoll sein.

Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen.

Herausgegeben von Zivilingenieur **W. A. Müller**. Jahrgang 21 Hefte mit zahlreichen Abbildungen. Preis M 9.— pro Semester. In der „Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen“ gelangen zur Veröffentlichung wissenschaftliche Aufsätze — Theorie wie Praxis — aus dem Gebiete der Dampf- und Wasserturbinen, Thermodynamik mit Einschluß der Turbokompressoren, der Wasserturbinen, gesamte technische Hydraulik, der Turbinenschiffe, Wind-, Heißdampf- und Gasturbinen, sowie auch der Kreiselpumpen und Ventilatoren einschließen. In der vornehmenden Kompressoren, sodann eingehende Beschreibung und Darstellung ausgeführter oder projektierter Anlagen, Berichterstattung über Betriebsergebnisse, Ausführenden, Projekte, Besprechung der Fachliteratur usw. Eine Gewähr für die fachliche Lösung dieser Aufgabe bietet der große Kreis von ständigen Mitarbeitern, der die hervorragendsten Fachgelehrten und Praktiker zu seinem Mitgliede zählt.

Elektrische Bahnen und Betriebe. Zeitschrift für

Verkehrs- u. Transportwesen. Herausgeber **Wilhelm Kübler**, Professor an der kgl. Techn. Hochschule zu Dresden. Jahrgang 36 Hefte mit zahlreichen Tabellen. Preis pro anno M 16.— Das Programm der Zeitschrift umfaßt das gesamte elektrische Beförderungswesen, also nicht nur das ganze Gebiet elektrischer Bahnen, insbesondere auch der Straßenbahnen, sondern auch die Massengüterbewältigung, Hebezeuge, Seilbahnen, Boote etc. Sie enthält Aufsätze wissenschaftlichen Inhaltes aus dem Gebiete des elektrischen Verkehrs und Transportwesens mit Einschluß aller dazu gehörenden technischen Hilfsmittel, eingehende Beschreibung und gezeichnete Darstellung von bedeutenden Ausführungen und Projekten, Mitteilung von Betriebsergebnissen, Behandlung wirtschaftlicher Fragen und Aufgaben unter Berücksichtigung der Betriebsführung und des Rechnungswesens, kurze Berichterstattung über allgemein interessierende Vorgänge in der in- und ausländischen Praxis, über die wesentlichen Erscheinungen der Fachliteratur, der Statistik usw.

Entwurf elektrischer Maschinen und Apparate.

Moderne Gesichtspunkte für diesen von Dr. **F. Niethammer**, Professor an der Technischen Hochschule zu Braunschweig 1928. 80 Mit 237 Abbildungen. Preis elegant geb. M 8.—

Taschenbuch für Monteure elektrischer Be-

leuchtungs-Anlagen, unter Mitwirkung von **O. Gärtinger** und **Dr. Michaelke** bearbeitet und herausgegeben von **S. Frhr. von Guiseberg**. 28. Auflage. Preis gebunden M 2.50.

Vorlag von R. Oldenbourg in München und Berlin.

Elektrotechnisches Auskunftsbuch. Alphabetische

Zusammenstellung von Beschreibungen, Erklärungen, Preisen, Tabellen und Vorschriften, nebst Anhang, enthaltend Tabellen allgemeiner Natur. Herausgeg. von S. Herzog, Ingen. IV u 556 S. 8. Preis geb. M. 10.— Ein Werk, das kurz, aber erschöpfend alle die zahlreichen elektrotechnischen Begriffe erörtert und infolge der alphabetischen Anordnung ohne Mühen und zeitraubendes Suchen anfassende, abstrakt gehaltene Auskunft gibt über die besonders für die Praxis so außerordentlich wichtigen Preise der zahlreichen elektrotechnischen Artikel, über die Erstellungs- und Betriebskosten ganzer Anlagen oder Teile derselben und, wo nötig, über die Behandlungsarten der einzelnen Materialien etc. Das Werk wird sich daher als ein unentbehrliches Hilfsmittel für alle elektrotechnischen Interessentenkreise, also Konstrukteure wie Kalkulations-Ingenieure oder Betriebsleiter, Installationsgeschäfte, sowie insbesondere auch für die in die Praxis tretenden jüngeren Ingenieure erweisen.

Deutscher Kalender für Elektrotechniker. Heraus-

gegeben von F. Uppenborn, Stadtbaumeist. in München. 2 Teile, wovon der 1. Teil in Brieftaschenform. Leinb. geb. M. 5.—

Österreichischer Kalender für Elektrotechniker.

Unter Mitwirkung hervorragender Fachleute herausgegeben von F. Uppenborn, Stadtbaumeist. Preis Kr. 6.—

Schweizerischer Kalender für Elektrotechniker.

Unter Mitwirkung hervorragender Fachleute herausgegeben von F. Uppenborn, Stadtbaumeist. Preis Frs. 6.50

Gesundheits-Ingenieur. Zeitschrift für die gesamte

Städtehygiene. Herausgeg. v. F. v. Böhmer, Reg. R. im Kaiserl. Patentamt, Prof. Dr. Dunbar, Direkt. des Staatl. Hygien. Instit. zu Hamburg, Reg. R. Herm. Harder, Berlin, Prof. Proskauer, Berlin (Charlottenburg). Das Programm des Gesundheits-Ingenieurs, Zeitschrift für die gesamte Städtehygiene, umfasst die Gebiete: Wasserversorgung und alle mit ihr verknüpften verwickelten Aufgaben, die Stadtereinigung einschließlich des Kanalisationswesens, Abwasserbeseitigung und Reinigung, die ganze Straßenhygiene, das Abdeckerwesen und Leichenwesen, die Fragen der Volksernährung und Nahrungsmittelkontrolle einschließlich des Schlachthauswesens, alle Fragen der Wohnungsbauhygiene und Bauphysik, Heizungswesen, Belüftungswesen, Rumpelplätze, Bäder, Krankenhauswesen, Armenversorgung, Gefängniswesen, die Fragen der Schulhygiene und des öffentlichen Kinderschutzes, des Schutzes gegen Seuchen einschließlich Desinfektion, der Gewerehygiene und der Pfortenhygiene sowie noch manche andere in das Gebiet der Städtehygiene fallenden Fragen. Die Zeitschrift erscheint monatlich dreimal u. kostet jährl. M. 20.—

Verlag von R. Oldenbourg in München und Berlin.

Zinn, Gips und Stahl vom physikalisch-chemischen Standpunkt. Ein Vortrag, gehalten im Verein der Bergbau- und hüttenmännischen Ingenieure von Prof. Dr. J. H. van 't Hoff, Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Berlin. Mit mehreren Textfiguren und zwei Tafeln. Preis M. 2.-

Über Messung von dynamischem und statischem Druck bewegter Luft. Von Otto Krell jr., Ingenieur. IV u. 65 S. in 78 Abbild. u. Tabellen. 8°. Preis M. 2.50
Das Buch ist unentbehrlich für jeden, der sich über den gegenwärtigen Stand der Ausübung hydrostatischer Messmethoden zu unterrichten wünscht, und wird namentlich dem in der Praxis stehenden Ingenieur bei der Ausdehnung derselbiger Messungen von Nutzen sein.

Leitfaden der Hygiene für Techniker, Verwaltungsbeamte und Studierende dieser Fächer. Von Prof. H. Chr. Noßbaum in Hannover. 401 Seiten gr. 8^o mit 110 Abb. Preis elegant geb. M. 16

Im Laufe des Jahres 1905 erschienen

Konstruktion und Betrieb VON Kranen und verwandten Hebezeugen.

VON
Anton Böttcher,

Ingenieur

Die Dampfturbine.

Ein Lehr- und Handbuch für Konstrukteure und Studierende

VON
Wilh. H. Eyermann,

Ingenieur

Mit zahlreichen Abbildungen im Text sowie mehreren Tafeln und einem Patentverzeichnis

Verlag von R. Oldenbourg in München und Berlin.

Deinhardt-Schlomann:
Technisches Wörterbuch
in sechs Sprachen
mit Abbildungen, Formeln etc.
nach besonderer Methode bearbeitet.

Jeder strebende Ingenieur und Techniker, der die internationalen Vorgänge auf seinem engern Arbeitsgebiete aufmerksam verfolgt, oder der im geschäftlichen Verkehr mit dem Auslande, sei es anlässlich von Bestellungen, sei es bei Aufstellung maschineller Anlagen, mit dem Deutschen unkundigen Industriellen, Fachgenossen oder Arbeitern verkehren muß, wird es unangenehm empfunden haben, daß sich die bisher bestehenden fremdsprachlichen Wörterbücher in zahlreichen Fällen als unzureichend erweisen. Dies im einzelnen hier auszuführen mangelt der Raum. Jedenfalls aber ist sicher, daß die bestehenden fremdsprachlichen Wörterbücher durchaus unvollständig sind und auch sein müssen. Denn sie können auf dem gegebenen bescheidenen Umfange unmöglich die Terminologie der gesamten Technik enthalten, umfaßt doch z. B. das Gebiet der Elektrotechnik allein rund 10 000 Worte. Es hätte des ferneren über auch die Erfahrung gemocht worden sein, daß die vorhandenen Übersetzungen von technischen Begriffen und Gegenständen sich nicht immer als unbedingt zuverlässig erweisen. Der Grund hierfür liegt in dem für die Zusammenstellung technischer Wörterbücher vorherrschend angewandten philologischen Prinzip, das zu wenig den schwankenden Sprachgebrauch der Praxis berückichtigt. Ein dritter Uebelstand ist die bisherige innere Einrichtung der Lexika, die infolge der alphabetischen Anordnung für jede Sprache die Erwerbung und den Gebrauch eines besonderen Wörterbuches verlangt.

Diese Erwägungen veranlaßten die Herren Ingenieure **Kurt Deinhardt** und **A. Schlomann** in Gemeinschaft mit dem unterzeichneten Verlage zur Herausgabe der oben angekündigten Wörterbücher, die bezüglich der Feststellung der Terminologie in den einzelnen Sprachen sowie der inneren Einrichtung grundsätzliche Abweichungen von den bisherigen Methoden aufweisen.

1. Jeder Band des Unternehmens wird nur ein Spezialgebiet der Technik umfassen.

Unburch ist es möglich, auf relativ geringem Umfange der Ingenieur- und Techniker für sein engeres Arbeitsgebiet ein derartiges lückenloses fremdsprachliches Wörterbuch zu schaffen. Die Terminologie der übrigen Zweige ist für ihn fast zwecklos, denn in Kenntnis der nur auf dem Gebiete besprochenen der Architektur, des Hoch- und Bauwesens etc. vorkommenden Worte kann z. B. der Maschineningenieur entbehren.

2. Jedem Wort (Begriff oder Gegenstand) ist, soweit möglich, dessen bildliche Übersetzung in Form der Skizze, der Formel, des Symbols, also in einer allen Ländern verständlichen Universalsprache beigegeben.

Ebenso wie diese bildliche Darstellung, auf Grund der die Feststellung der fremdsprachlichen Ausdrücke in dem betreffenden Lande selbst, und zwar durch Fachgenossen in Werkstätten, Konstruktionsbüros vorgenommen wurde, schon bei der Zusammenstellung des Inhaltes fast jede Unkorrektheit ausschließt, bildet sie auch im Gebrauche der Wörterbücher ein kaum hoch genug einzuschätzendes Kontrollmittel.

3. Die Deinhardt-Schlomannsche Methode vermeidet die bisherige alphabetische Anordnung und teilt den Gesamtinhalt eines Bandes in sachgemäß zusammengehörige Gruppen ein.

Wengleich er also dem Fachmanne gleich ist, ein Wort auf Grund der Gruppeneinteilung also z. B. 1 Schrauben, 2 Keile, 3 Nieten etc. und mit Hilfe der beigegebenen Abbildung zu finden, enthält außerdem jeder Band am Schlusse ein alphabetisches Register aller aufgenommenen Worte sämtlicher in dem Bande enthaltenen Sprachen, mit dem kurzen Verweis auf die betreffende Stelle im Hauptteil. Ein und dasselbe Exemplar kann daher in jedem Lande der aufgenommenen Sprachen

Deutsch — Englisch — Französisch — Russisch
Italienisch — Spanisch,

gebraucht werden, so daß durch die erwähnte grundsätzliche Aenderung von der bisherigen lexikalischen Einrichtung ein Band der Deinhardt-Schlomannschen Wörterbücher 30 zwei- oder dreisprachige Wörterbücher alten Systems ersetzt

Verlag von R. Oldenbourg in München und Berlin.

Als I Band erscheint demnächst

„Die Maschinenelemente und die gebräuchlichsten
Werkzeuge zur Bearbeitung von Holz und Metall.“

Voraussichtlich im Jahre 1906 wird erscheinen

Band II: „Elektrische Installation und Kraftüber-
tragung sowie elektrische Maschinen und
Apparate“, mit einem Anhang „Elektrische
Bahnen.“

Des ferneren sind die nachstehenden Bände in Aussicht
genommen und teilweise bereits in Vorbereitung

Band III: „Dampfkessel und Dampfmaschinen.“

- „ IV: „Hydraulische Maschinen“ (Turbinen,
Wasserräder, Kolbenpumpen, Zentrifugal-
pumpen).
- „ V: „Hebemaschinen und Transporteinrich-
tungen.“
- „ VI: „Werkzeuge und Werkzeugmaschinen“
- „ VII: „Eisenbahnen und Eisenbahnmaschinen-
bau.“
- „ VIII: „Eisenkonstruktionen und Brücken.“
- „ IX: „Eisenhüttenwesen.“
- „ X: „Architektonische Formen.“
- „ XI: „Schiffbau“ etc. etc.

Die Bände erscheinen in zwangloser Reihenfolge und
sind einzeln käuflich

Ausführliche Prospekte mit Angabe des Preises für Band I
erscheinen in kurze und stehen auf Verlangen zur Verfügung

Mitteilungen aus dem Maschinen-Laboratorium

der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin. Herausgegeben zur Hundertjahrfeier der Hochschule von Professor E. Josse, Vorsteher des Maschinen-Laboratoriums. I. Heft Die Maschinen, die Versuchseinrichtungen und Hilfsapparate des Maschinen-Laboratoriums. Mit 76 Textfiguren und zwei Tafeln IV und 78 Seiten gr 4^o. Preis M 4 50. II. Heft Versuche. Mit 39 Textfiguren IV und 4^o Seiten gr 4^o. Preis M 3.—. III. Heft Neuere Befahrungen und Versuche mit Abwurd-Kraftmaschinen. Mit 20 Textfiguren. 42 Seiten gr 4^o. Preis M 2 50.

Die Maschinen-Anlagen der Kgl. Technischen

Hochschule zu Danzig für Heizung, Lüftung, Strom- und Wasser-Versorgung von Professor E. Josse, Vorsteher des Maschinen-Laboratoriums der Kgl. Technischen Hochschule Berlin. Sonderabdruck aus der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure. Mit 58 Textabb. u. 2 Taf. Preis M 2 50.

Kosten der Betriebskräfte bei 1—24 stündiger Arbeits-

zeit täglich und unter Berücksichtigung des Aufwandes für die Heizung. Für Betriebsleiter, Fabrikanten etc. sowie zum Vergleichsbrauch von Ingenieuren und Architekten von Otto Marr, Ingenieur. Preis M. 2 50.

Die neueren Kraftmaschinen, ihre Kosten und ihre

Verwendung. Für Betriebsleiter, Fabrikanten etc. sowie zum Vergleichsbrauch von Ingenieuren und Architekten Herausgegeben von Otto Marr, Zivil-Ingenieur. Preis M 3.—.

Beide vorstehend aufgeführte Marrschen Schriften sind zweifellos ein hervorragend wertvolles Mittel, um rasch und leicht ein möglichst umfassendes Bild über die wirtschaftlichen Verhältnisse der verschiedenartigsten Betriebskräfte sich zu verschaffen.

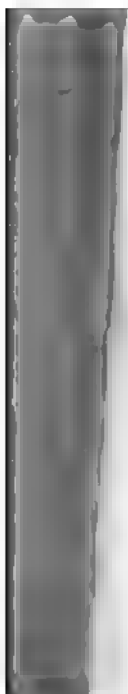
Die Petroleum- und Benzinmotoren, ihre Entwick-

lung, Konstruktion und Verwendung. Ein Handbuch für Ingenieure, Studierende des Maschinenbaues, Landwarte und Gewerbetreibende aller Art. Bearbeitet von G. Meckfeld, Zivil-Ingenieur in Hannover. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 188 in den Text gedruckten Abbildungen. gr 8^o. Preis M. 9.—. In Leinwand geb. M 10.—.

Aus der Gasmotoren-Praxis. Ratschlage für den

Ankauf, die Untersuchung und den Betrieb von Gasmotoren. Von G. Meckfeld, Ingenieur in Hannover. 8^o. 67 Seiten Preis kart. M 1 50.



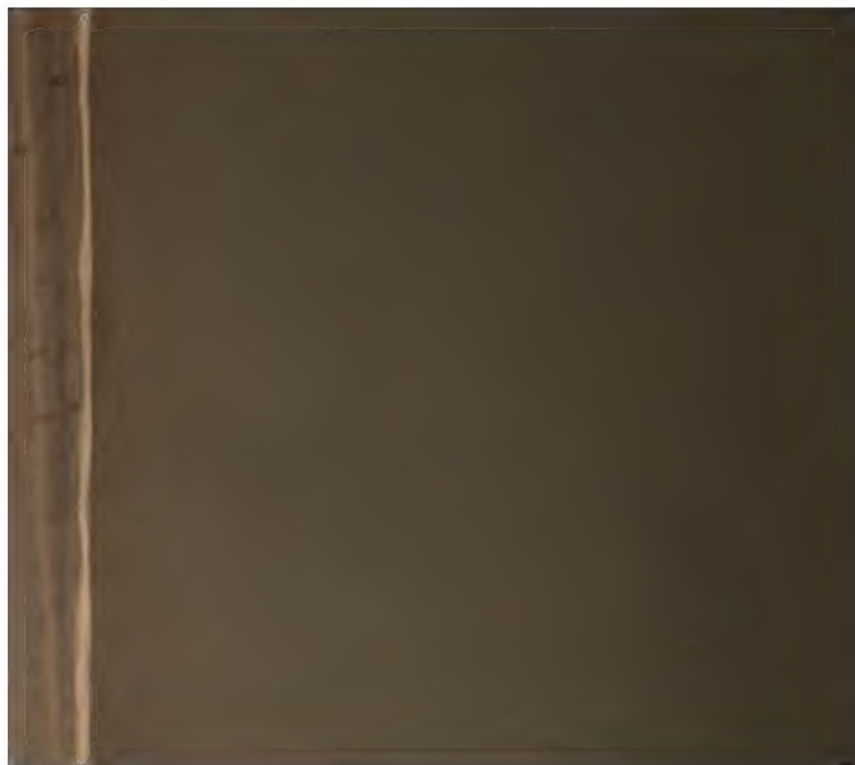


• • •



2





1821

